ALBRECHT DÜRER

THE PAINTER'S MANUAL 1525

THE PAINTER'S MANUAL

Nderweysung der messung/ mit dem zirckel vñ richt scheyt/ in Linien ebnen vnnd gantzen corporen/ durch Albrecht Dürer zů samen getzogē/ vnd zů nutz allē kunstlieb habenden mit zů gehörigen figuren/ in truck gebracht/ im jar.

M. D. X X V.

Mit begnadung Kayserlicher im end eyngeleibter Freyheyt damit sich ein yglicher vor schaden zů hůten wyß ꝛc.

THE PAINTER'S MANUAL

A MANUAL OF MEASUREMENT OF LINES, AREAS, AND SOLIDS BY MEANS OF COMPASS AND RULER ASSEMBLED BY ALBRECHT DÜRER FOR THE USE OF ALL LOVERS OF ART WITH APPROPRIATE ILLUSTRATIONS ARRANGED TO BE PRINTED IN THE YEAR MDXXV

BY ALBRECHT DÜRER

Translated and with a Commentary by

Walter L. Strauss

ABARIS BOOKS, INC. • NEW YORK

THE LITERARY REMAINS OF ALBRECHT DÜRER

NC
745
.A2
D813
1977
ARCH
INE ART
RARY

Copyright © 1977 by Abaris Books, Inc.

ISBN 0-913870-52-8
Library of Congress Card Number 77-86240

First published 1977 by Abaris Books, Inc.
24 West 40th Street, New York, New York 10018
Printed in the United States of America

This book is sold subject to the condition that no portion shall be reproduced in any form or by any means, and that it shall not, by way of trade, be lent, resold, hired out, or otherwise disposed of without the publisher's consent, in any form of binding or cover other than that in which it is published.

CONTENTS

Introduction 7
Dedication of Willibald Pirckheimer 36

Book 1 39
- Definition of Lines 40
- Construction of Spirals 46
- Construction of an Egg-Shaped Line 77
- Determination of the Center of a Circle 79
- Endless Spiral 85
- Conic Sections 95
- Drafting Device for the Construction of Conch Lines 108
- Construction of an Instrument to Draw Serpentine Lines 116
- Proportions of Straight Lines 118

Book 2 133
- Of Plane Surfaces 135
- Construction of Polygons 142
- Tile Patterns 151
- Transformation of Figures of Equal Area 170
- Construction of Quadrangles of Proportional Shape 172
- Pythagorean Theorem 179
- Proportional Division of a Lens 183

Book 3 183
- Of Solids 184
- Construction of Columns 191
- Monument to Commemorate a Victory 230
- Monument to Commemorate a Victory over the Rebellious Peasants 233
- Memorial to a Drunkard 234
- Construction of a Tower 237
- Determination of the Height of a Tower 243
- Construction of a Sundial 247
- Determination of the Size of Lettering on High Buildings 258
- Construction of the Alphabet 261

Book 4 315
- Euclidian Solids 317
- Archimedian Solids 331
- The Delic Problem 347
- Determination of Proportional Lines 359
- Theory of Perspective 365

PART II (edition of 1538) 397

APPENDIX Reference Plates 439
Bibliography 469

INTRODUCTION

In a letter from Venice, 13 October, 1506, to his close friend, the learned and wealthy humanist Willibald Pirckheimer, Albrecht Dürer reports that he will soon return to his native city of Nuremberg:

> I shall be finished here in another ten days. Then I shall ride to Bologna in order to learn more about the secret art of perspective, which someone there is willing to teach me.[1]

These lines constitute the earliest reference to perspective in Dürer's voluminous literary remains. We do know, from Dürer's draft (1523) for the introduction to his *Four Books on Human Proportion* (Nuremberg 1528) that as early as 1500 he was interested in another aspect of the theory of art, the proportions of the human figure. It was during that year that the Italian painter Jacopo de' Barbari resided in Nuremberg, and Dürer recalls:

> However, I had no one who could explain this to me other than Jacobus, a delightful painter from Venice. He showed me how to draw figures of man and woman in proper proportions, but I could not find out from him the source of his learning or how this skill was to be used. I took the matter to heart and studied Vitruvius who has written a little about the proportions of man.[2]

The two quotations are linked in more than one way. Both suppose the existence of a body of knowledge about the theory of art, and both imply that such knowledge was shrouded in secrecy. But Dürer wanted to know everything there was to know about theory; and he wanted not only to pierce the veil of secrecy, but to pass his newly gained knowledge on to others.

As to this day rival chefs guard their culinary secrets, the skilled artisans and craftsmen of the Middle Ages guarded their knowledge of processes and methods with great jealousy. For example, at a meeting of architects and builders at Regensburg in 1459, the following resolution was adopted:

> Item: no worker, master, polisher, craftsman; no one, no matter what he is called, unless he belongs to our trade organization, shall be taught how to build or erect structures from a ground plan.

Notwithstanding this admonition, Matthis Roriczer, the builder of Regensburg Cathedral, issued his *Püchlen von der filialen Gerechtigkeit* [A little book concerning the symmetry of ornamental towers] in 1486, at the behest of the Bishop of Eichstätt, Wilhelm von Reichenau. This manual revealed more than was desirable, from the point of view of the guild members, and Roriczer was severely criticized for his breach of professional confidence. But a precedent had been set. By coincidence, the Bishop of Eichstätt was at that very time (1486-1488) in charge of young Willibald Pirckheimer's education, particularly in the area of classical authors.[3] Dürer's concern with the classics and the liberalization of knowledge is apparent in his manuscript writings. Here he laments the loss of the ancients' knowledge about art:

> Many hundred years ago there were several famous painters. Their names were Phidias, Praxiteles, Apelles, Polykletus, Parchasias, Lisipus, Protogenes, and others, and among these were a number who described their skill and explained it well and clearly. But their books have eluded us and are perhaps lost altogether, perhaps by reason of war, expulsion of peoples, or changes in the law or religion. This is most regrettable. It happens so often that those who suppress the arts extinguish noble genius. Whenever these suppressors find drawn lines, they see in them an act of exorcism. But for a human being, it is a great misdeed to destroy great and masterly works which were invented with much trouble, work, and time given by the grace of God. I am often pained that I am deprived of the books about art by certain masters. But the enemies of art fail to understand this.
>
> And I have heard of no new author who has described such matters and published them. I would like to read about them for my improvement. If such artists exist, they are keeping their skills secret, although there are some who write of things they know nothing about. Those who do know, realize this immediately. But with God's help, I want to publish the little that I have learned even at the risk of being ridiculed. I shall not mind.[4]

These lines are taken from one of several drafts by Dürer for the introduction of a projected book, which was never completed, but which was to be entitled *Speiss für Malerknaben* [Nourishment for young painters]. This particular draft is dated 1512, and is the earliest dated draft, but there were several others, of which undated fragments remain. Rupprich[5] has made an attempt to reconstruct the organization of the projected book, which he bases on numerous lists jotted down by Dürer:

1. Choice of an apprentice, with attention given to his temperament.
   a. Consideration to be given to his birth sign.
   b. His body structure and proportions.
   c. Initial instruction.
   d. Whether the apprentice is to be treated with kindness or severity.
   e. Retention of the pleasure of learning.
   f. Antidotes for melancholy caused by overwork: e.g., music and stringed instruments.

2. Education of the apprentice.
   a. Fear of God; prayer for the grace of quick comprehension.
   b. Modesty in eating, drinking, sleeping.
   c. Pleasant and quiet living quarters.
   d. Prevention of improper sexual intercourse.
   e. Reading and writing Latin.
   f. Financial capacity to pay for this, as well as for medical help.
3. The practice of painting.
   A. Free-hand drawing.
   B. Proportion and the requirements of painting.
      a. Proportions of man.
      b. Proportions of the horse.
      c. Proportions of buildings.
      d. Perspective.
      e. Light and shade.
      f. Color.
4. Conclusion.
   A. Selecting a painter's domicile.
   B. Proper remuneration for painters.
   C. Praise and thanks to God.

We learn from Christoph Scheurl's book, *Vite patris dominii Anthonii Kressen* (Nuremberg, July 1515), that Dürer had by then completed the manuscript of a book about art and painting "which no one had written about since Apelles."[6] Since it was never published, we do not know its exact contents. It was probably incorporated into Dürer's *Four Books on Human Proportion,* which were not to appear until 1528. We do know definitely that the manuscript of a *Book on Human Proportion* was completed in 1523, for on the fair copy of this manuscript, now in Dresden, Dürer wrote: "1523, at Nuremberg. This is Albrecht Dürer's first book, written by himself. This book I improved and arranged to have printed in 1528, Albrecht Dürer."[7]

Dürer's postponement of the publication of this book on proportion coincided with his acquisition, in 1523, of ten books of interest to painters, from the library of Bernhard Walther (1430-1504), the Nuremberg astronomer and mathematician. These volumes had been selected and appraised by Willibald Pirckheimer.[8] Perhaps it was this purchase that helped influence Dürer to put off the work on proportion until after the publication of his *Manual of Measurement.* In the dedication, to Pirckheimer, of this *Manual,* Dürer makes it clear that he considers the study of "measurement" a vital and necessary starting point to budding artists (see p. 37). And in the dedication—also to Pirckheimer—of his *Four Books on Human Proportion,* Dürer stresses that all who would study human proportion must first acquaint themselves with the information contained in his *Manual.*[9]

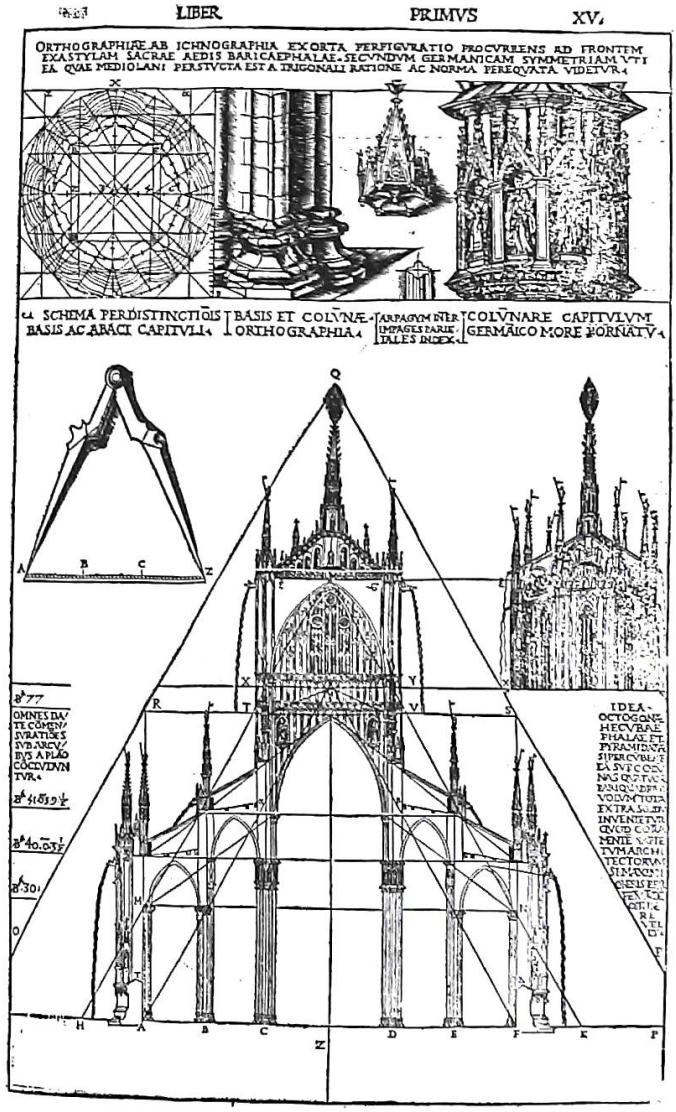
The prompt publication of the *Manual* in 1525, only two years after Dürer had made the decision to issue it, indicates that much of the material it contained was ready at hand, and Dürer had only to select what he deemed necessary to his purpose. Specifically, this purpose was to teach the "art of measurement" as the proper foundation for painting, although Dürer also recognized its usefulness for goldsmiths, sculptors, masons, and others (see p. 37).

Dürer's sources will be discussed in detail directly. But before we consider them let us examine what exactly Dürer understood by *Messung* [measurement]. Joachim Camerarius, when he translated Dürer's *Manual* into Latin in 1538, aptly rendered *Messung* as *geometria.*[10] But the use of the German *Messung* as an equivalent for the foreign *geometria* appears to have been Dürer's own invention, for the German words used earlier were *Messkunst* [art of measurement] or *Messkunde* [knowledge of measurement]. Dürer was obliged to devise German words and phrases in many other instances as well, either because no exact equivalents existed or because his concepts were entirely new. For example, he coined German words for ellipse (*"Eierlinie,"* or "egg-shaped line") and hyperbola (*"Gabellinie,"* or "fork-shaped line"). In the translation of Dürer's text, we were frequently confronted with similar problems and obliged to interpret instead of translating, or otherwise to devise stratagems that would make his meaning clear.

Another case in point is Dürer's use of the German word *Mass* [measure], which for him meant something like "mean," or "harmony." Although Camerarius translates it as *symmetria* [symmetry], and Dürer uses it in that sense when he speaks of *das rechte Mass* [the proper symmetry],[11] it is important to know that at the time, "symmetry" did not necessarily denote a mirror image along a fold or a center axis. The latter meaning is of more recent vintage, coming into use in France about 1700.[12] Before that time, "symmetry" was simply the proportional harmony of the members of a structure, one to the other and each to the whole. Thus, "measure" is used to mean "harmony" in the apocryphal *Wisdom of Solomon* (11: 20b): "But you have set in order all things, in measure, number, and weight." The passage was quoted by Nicholas of Cusa (1401-1464) in his *Idiota de Mente* and was surely known to Pirckheimer and therefore to Dürer. In fact, Dürer uses these very words in one of his drafts for the introduction to the projected book on painting:

> But such books [by the ancients] we no longer have, and because they are irretrievable one must try to write a new one. And this has induced me to put down in the following pages that which I have learned, so that those who read it will be led to think more about such things and perhaps find a better and shorter route. And I will start this endeavor with measure, number, and weight.[13]

Dürer was not alone in his attention. Great stress was placed on harmony, number, and weight by the artists of the Middle Ages and of the Renaissance. For example, in a meeting of prominent architects and builders in Milan, 1 May 1394, where the structural proportions of the new cathedral were being considered, it was decided that the height of the cathedral should be no more than that of an equilateral triangle erected on the fixed measurement of its base (illus. 1). In another meeting, on 25 January 1400, in response to the criticism by some builders of his rigid geometrical views, the French architect Jean Mignot declared that: *ars sine scientia nihil est* ["art without a scientific basis is nothing"]. And this rule, of course, applied not only to architects, but to artists as well. Like buildings, paintings were based on well-defined plans. At the time of Rubens, who died in 1640, this was still the general practice. The artist conceived the picture, but his workshop assistants carried it out according to his detailed plan or cartoon.



Illus. 1. Cross section of Milan Cathedral, as illustrated in Vitruvius, *De Architectura*, Como 1521. This was the first edition in Italian and is illustrated with 116 woodcuts. The *editio princeps* appeared in Rome in 1484. Latin editions were published in Florence in 1496, 1497, 1511, and 1513. The first with illustrations was the one published by Joannes Tacuinus in Venice, 1511.

Such plans had been based on geometry since ancient times. No less a man than Plato had defined beauty in geometrical terms:

> Socrates: I do not mean by beauty of form such beauty as that of animals or pictures, which many suppose to be my meaning; but, says the argument, understand me to mean straight lines and circles, and planes and solid figures which are formed out of them by turning lathes and rulers and

> measures of angles; for them I affirm to be not only relatively beautiful, like other things, but eternally beautiful, and giving peculiar pleasures, quite unlike the pleasure of scratching. And there are colors which are of the same character, and give similar pleasures; now do you understand what I mean? [Philebos 51].

Pirckheimer, who was most learned in Greek and Roman classics, surely knew this passage. Moreover, he had begun in December 1511, thus immediately before Dürer's introductory draft of 1512 cited above, to translate [Pseudo-] Lucian's *Charidemus, or, Of Beauty.*[14]

As is evident from the many references to the subject in his manuscripts, Dürer occupied himself intensively with the definition of beauty.[15] In one of his earliest pronouncements on the subject, he writes: "Harmonious things are those which, when compared to others, are beautiful."[16] We can date this remark because it is written on paper with the watermark "Anchor in Circle," a paper which Dürer began using for a brief period beginning in 1511 (early impressions of his engraving "Madonna with the Pear" [B.41; SE.54], which is dated 1511 in the plate, are on this paper). In his draft, entitled "Salus 1513," he records: "We like to look at beautiful things because they give us pleasure. In regard to what is beautiful one should rely more on the opinion of an artist than on that of a layman."[17] But in a later fragment, which is undated, Dürer confesses: "What is beauty, I know not. It depends on many things. And if we want to introduce beauty into our work, it is no easy task and we must search it out far and wide."[18] He elaborates on this statement in yet another passage: "But our judgment of what is beautiful is so uncertain that [for example] we cannot state definitely why two persons are both beautiful although they do not resemble each other in body, limb, or measure. This demonstrates how blind we are in this respect."[19]

A desire to help correct this uncertainty was probably one of the basic reasons why Dürer published his *Manual* before his book on human proportions. He states this more explicitly in the so-called "aesthetic discourse" at the end of the third book of his *Four Books on Human Proportion:* "For indeed, art is embedded in nature. He who can extract it [pull it out from there] has taken hold of it. Once captured, it will save you from many errors in your work. And a great deal of your work can be given certainty by geometry. But whatever cannot be proven we must leave to public opinion and to society's judgment. Experience will help greatly in such matters."[20]

As for geometry, Dürer's opinion was shared by Leonardo da Vinci who wrote, although too late for Dürer to read his words: "Those who practice [art] without science are like sailors who navigate without rudder or compass, and therefore cannot be certain where they are going."[21]

SOURCES:

In the opening sentence of the *Manual,* Dürer in large letters credits Euclid for having provided the basis of geometry. Dürer's own copy of Euclid, which bears a note in his own handwriting, recording his purchase of it in Venice in 1507, survives in the library of Wolfenbüttel. It was the newly published translation by Bartolommeo Zamberti (Venice 1505), the first

translation from the original Greek instead of from the Arabic (see illus. 2 and 3). But Dürer was exposed to Euclid's teaching in many other ways as well. Luca Pacioli (c. 1445-c. 1514) was working on his own annotated edition of Euclid in 1507/08, when Dürer probably met him in Bologna or Venice. Pacioli's earlier *Somma di Aritmetica, Geometria, Proportioni e Proportionalita* had been published in 1494 (illus. 4) and a second printing appeared in 1523. Moreover, the Nuremberg preacher and scholar Johannes Werner had translated Euclid's works together with explanatory examples, at the behest of Sebald Beham, a wealthy caster of cannons in that city.[22]

Illus. 2. Euclid, *Opera*, Venice 1505. The title page bears Dürer's notation: "This I bought at Venice for one ducat in the year 1507. Albrecht Dürer."

And as late as 5 December 1524, in a letter to Nikolas Kratzer, court astronomer to King Henry VIII, Dürer inquired about Kratzer's projected Euclid translation.[23] Finally, we know from Johann Schoner's introduction to *Joannis de Regiomonta de triangulis, etc,* Nuremberg 1533, that Willibald Pirckheimer had purchased a great many manuscripts pertaining to ancient

Euclidis Megarensis accutissimi mathematici elementorum liber primus ex traditione Theonis Bartholameo Zamberto Vene. interpte icipit aue foelici.

Diffinitio prima.

Signum est cuius pars nulla.

Diffinitio.ii.

Linea uero longitudo illatabilis.

Diffinitio.iii.

Lineæ autem limites sunt signa.

Diffinitio.iiii.

Recta linea ē q ex æq̄li sua iteriacet signa.

Diffinitio.v.

Superficies est quę longitudinem: latitudinemque tantum habet.

Diffinitio.vi.

Superficiei extrema sunt lineæ.

Diffinitio.vii.

Plana superficies est quæ ex æquali suas interiacet lineas.

Diffinitio.viii.

Planus angulus ē: duarū linearum in plano se se tangentium: & non in dirrecto iacentium ad alterutram inclinatio.

Diffinitio.ix.

Quando autem quę angulū continent lineæ rectæ fuerint: recti lineus angulus nuncupatur.

Diffinitio.x.

Cum uero recta linea super rectam consistens lineam utrobiq; angulos æquales ad inuicem fecerit: rectus est uterq; æqualium angulorum: & quę supstat recta linea perpēdicularis uocitat' sup q̄ stetent.

Diffinitio.xi.

Obtusus angulus maior est recto.

Diffinitio.xii.

Accutus uero minor est recto.

Diffinitio.xiii.

Terminus est quod cuiusq; finis est.

Illus. 3. Euclid, *Opera,* Venice 1505. It was translated by Bartolommeo Zamberti and published by Joannes Tacuinus.

Ad illustrissimũ Principem Gui. Ubalduz Urbini Ducem Montis feretri: ac Durantis Comitem. Graecis latinisq; litteris Ornatissimum: et Mathematice discipline cultorem ferventissimum: Fratris Luce de Burgo sancti Sepulchri: Ordinis minorum: et sacre Theologie Magistri. In artem Arithmetice: et Geometrie Prefatio

A quantita Magnanimo Duca: e si nobile et excellente cosa: che molti philosophi per questo giudicata hanno alla substantia pari: e concessa coeterna. Peroche hanno cognosciuto per vere modo alchuna cosa in rerum natura senza lei nõ potere existere. Per laqual cosa de lei intendo (con laduito de colui che li nostri sensi regge) tractarne: non che per altri prischi e antichi philosophi nonne sia copiosamente tractato: e in Theorica e practica. Ma perche lor dicti gia alli tempi nostri sonno molto obscuri: e da molti male apresi: e alle practiche vulgari male applicati: dilche in loro operationi molto variano: e con grãdi e laboriosi affanni mettano in opera: si de numeri cõmo de misure: vnde di lei parlando non intendo se non quanto che alla practica e operare sia mestiero: mescolandoci secondo i luoghi oportuni anchora la theorica: e causa de tale operare: si de numeri cõmo de geometria. Ma prima accio meglio quello che sequita se habia apprendere: essa quantita diuidiremo secondo el nostro proposito: e diuidendola a ciaschuno suo membro assegnaremo sua propria e vera diffinitione e descriptione. E allora poi seguira quello che Aristotile dice in secondo posteriorum. Tunc enim maxime scitur aliquid cum habetur suum quid est &c.

Diffinitiones/et diuisio discrete/et continue quantitatis.

Articulus primus. Prime distinctionis.

Dico adonca. La quantita essere immediate bimembre: cioe continua e discreta. La continua e quella le cui parti sonno copulate e gionte a certo termine commune: cõmo sonno legni: ferro: e sari: &c. La discreta oueramente numero e quella le cui parti non sonno gionte ad alchuno termine cõmune: cõmo c. 1. 2. 3. &c. Di che prima de la discreta: cioe del numero: e poi de la continua: cioe geometria: quãto allo intento aspecta chiaramente tractaremo.

Diffinitio numeri proprissima. Articulus secundus.

Numero: e (secondo ciaschuno philosophante) vna moltitudine de vnita cõposta: e essa vnita non e numero: ma ben principio de ciaschuno numero: e de quella mediante laqle ogni cosa e dicta essere vna. E secondo seuerino Boetio in sua musica: e la vnita ciaschun numero in potentia: e passis in la sua arithmetica regina e fondamento dogni numero lapella. Laqual piu magnificandola in le cose naturale disse in quello che fa de vnitate e vno. Omne quod est: ideo est: quia vnum numero est. E ne anchora el numero in infiniti membri diuiso: per quello che esso Aristotile dice: cioe. Siquid infinitum est: numerus est. E per la terza petitione del septimo de Euclide: la sua serie in infinito potere procedere: e quocũq; numero dato: dari potest maior: vnitatem addendo. Ma noi pigliaremo quelle parte a noi piu note e accõmodate. Epero dico con glialtri alchuno essere primo: e de quello che solo da la vnita e numerato: e non ha altro numero: che integralmente aponto lo parta. Altro e dicto cõposto: e de quello che da altro numero e mesurato: ouero numerato. Exemplum primi Cõmo. 3. 7. 11. 13. c. 17. &c. Exẽplũ secũdi. Cõmo. 4. chel dol lo mesura e numera: e. 8. chel. 2. c. 4. El. 12. 14. 18. e simili: tutti sonno dicti numeri composti: nõ solo che cõstino

A

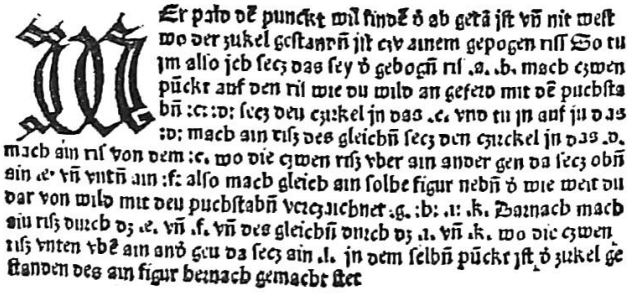
Illus. 4. Luca Pacioli, *Somma di Aritmetica, Geometria, Proportioni e Proportionalita*, Venice, 20 November 1494. The second edition appeared in 1523. This was the first general book on mathematics and the first printed manual of algebra. The last section of the book is devoted to geometry. A copy of the book was in Willibald Pirckheimer's library.

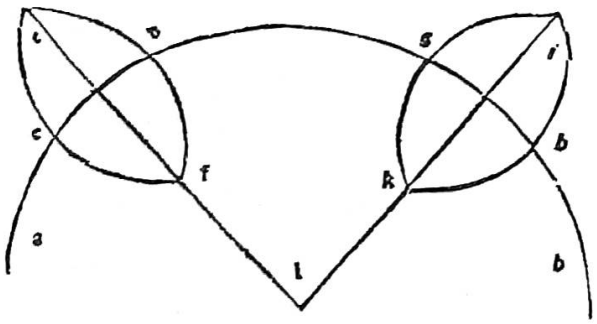
mathematics from the libraries of Regiomontanus (d. 1476) and Bernhard Walther (d. 1504). Schoner was famous for the construction of globes, examples of which he had sent to both Pirckheimer and Dürer.[24]

Even from a cursory examination of the *Manual* it becomes clear that Euclid was by no means Dürer's only source. He drew on a variety of material. Dürer did not intend to write a theoretical textbook, but rather a manual of applied geometry. The oldest German manual of this kind is entitled *Geometria Culmensis* (c. 1400); all that is known about its author is that he was a member of the Order of German Knights. Although the text is

in Latin, it is accompanied by a German translation. Included are instructions for land surveying and for the construction of triangles, quadrangles, pentagons, and circles. The German knight's chief source was the manuscript *Practica geometrica* by Dominicus Parisiensis. But Dürer's more immediate sources were undoubtedly three Nuremberg publications:

1. Hans Schmuttermayer, *Fialenbüchlein,* Nuremberg 1486. A copy is in the Germanisches Nationalmuseum in Nuremberg.[25]
2. Matthis Roriczer, *Püchlen von der filialen Gerechtigkeit,* Regensburg 1486. As mentioned above, this pamphlet of twenty pages is dedicated to Wilhelm von Reichenau, the Bishop of Eichstätt, who was Willibald Pirckheimer's mentor.
3. *Geometria deutsch, aus der geometrey etliche nutzparliche stuck* [Geometry in German, some useful things in geometry]. Although without date or name of publisher, it was printed from the same font as Roriczer's *Püchlein von der filialen Gerechtigkeit.* A copy is in the Nuremberg Stadtbibliothek. Consisting of only twelve pages, it was probably intended as a supplement to the earlier pamphlet.[26]


Er pald dē puncke wil finde ō ab gerā ist vñ nit west
wo der zukel gestandē ist czw ainem gepogen riss So tu
im also jch secz das sey ō geboçñ ris .a. .b. mach czwen
pūckt auf den ris wie du wild an gefeld mit dē puchsta
bñ :c: :d: secz den czirkel in das .c. vnd tu im auf in das
:d: mach ain ris des gleichñ secz den czirkel in das .d.
mach ain ris von dem :c. wo die czwen riss vber ain ander gen da secz obñ
ain .e. vñ vntñ ain :f: also mach gleich ain solbe figur nebñ ō wie weit du
dar von wild mit den puchstabñ verczeichnet .g. :h: .i: .k. Darnach mach
ain riss durch dz .e. vñ .f. vñ des gleichñ durch dz .i. vñ .k. wo die czwen
riss vnten vbē ain anō gen da secz ain .l. in dem selbñ pūckt ist ō zukel ge
standen des ain figur darnach gemacht ist

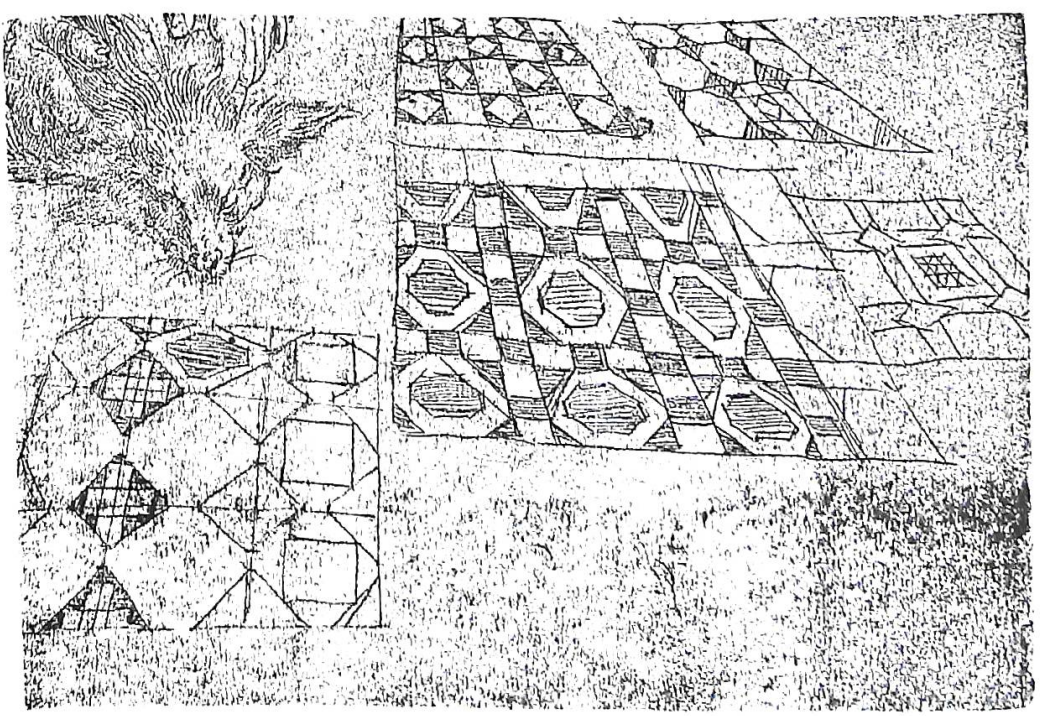


Illus. 5. *Geometria Deutsch,* Nuremberg, circa 1484/86. Cf. p. 78.

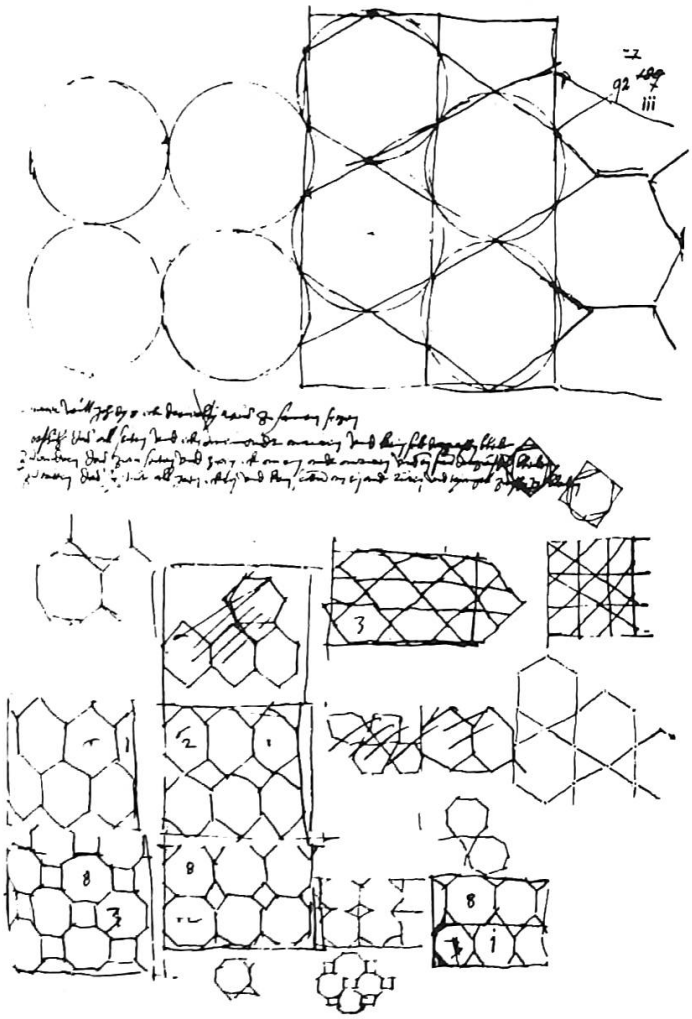
From the *Geometria deutsch* Dürer took over several diagrams and methods, including the quick construction of a right angle (p. 137), the location of the center of a circle (illus. 5), and the construction of a pentagon. The latter is not based on Euclid, but on Ptolemy. In his *Four Books of Human Proportion* Dürer employs a method of constructing the human head similar to the grid method demonstrated in the *Geometria deutsch* for drawing helmets.

Although no direct connection to the *Manual* can be cited, Dürer was probably familiar also with the publications issued by Jakob Köbel (d. 1533) in Oppenheim. Köbel's publications were entitled *Eynn Newe geordnet Rechenbüchlein* [A newly arranged book of sighting] 1515, and *Vom Ursprung der Theilung, Mass und Messung des Ertrichs* [Of the origin of the division, harmony, and measurement of the earth] 1522. This diversity of sources accounts for the variety of methods in Dürer's *Manual.* For example, for the construction of regular polygons, he recommends methods by turns arithmetical and approximative.

Dürer then proceeds to a demonstration of the practical application of these polygons in mosaics and tile patterns. Although Vitruvius speaks in his seventh book of the use of tiles to beautify the floors of buildings, Dürer's more immediate inspiration probably came from the varied floors in Dutch houses and in particular the minster in Aix-la-Chapelle, which he visited on the occasion of Emperor Charles V's coronation in 1521. Dürer recorded some of these patterns not only in the "Silverpoint Sketchbook" of his Netherlandish journey (illus. 6), but also on two separate sheets, dating from about the same time (illus. 7).[27]



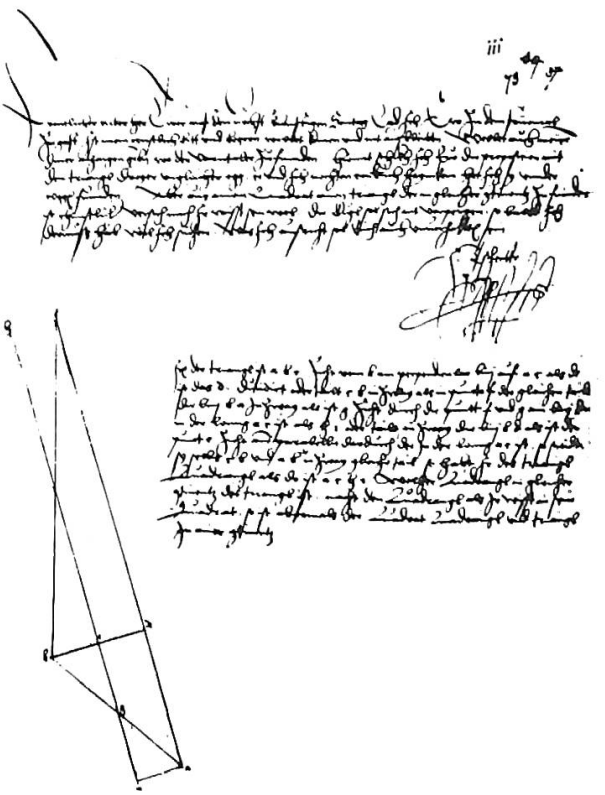
Illus. 6. Tile patterns in Dürer's "Silverpoint Sketchbook," 1521. Strauss 1974, p. 2082.



Illus. 7. Tile Patterns composed of Octagons. London, British Museum, Sloane 5229/92r; Strauss 1974, p. 2854.

Somewhat surprisingly, in his discussion of beauty Dürer makes no reference to the symmetrical quality of these patterns. Latterly, Speiser[28] has pointed out the aesthetic importance of this quality. Citing the kaleidoscope as a basic example of the effectiveness of symmetrical ornamentation, he stresses its non-objective character, and notes that the aesthetic effect is achieved by an "accidental grouping of unrelated material that results, nevertheless, in an immediate and direct sensation of artistic pleasure without need for interpretation." Jakob Burckhardt[29] touches on the same subject in his discussion of Rubens's paintings: "In Rubens's powerful composition, apart from the strong dramatic effect of the moment, the viewer experiences optically—initially on a subconscious level—a mysterious, soothing sensation, until he becomes aware of the reason for it: the subordination of the various elements of the painting to a symmetry that is subject to a mathematical figure."

Following the discussion of tile patterns, Dürer proceeds to offer several methods for the proportional construction of quadrangles. These methods also are introduced to serve essentially aesthetic ends, although they utilize geometrical means. In the same section, Dürer concerns himself with the transformation of one geometrical figure into another having the same area. We are fortunate to know the exact source of Dürer's example for the conversion of a triangle into a rectangle of the same area (Book 2, *fig. 32*). It was explained to Dürer by the architect and fortification engineer Johann Tscherte, in a letter written in 1522 while Tscherte was attending the Nuremberg Diet (illus. 8):

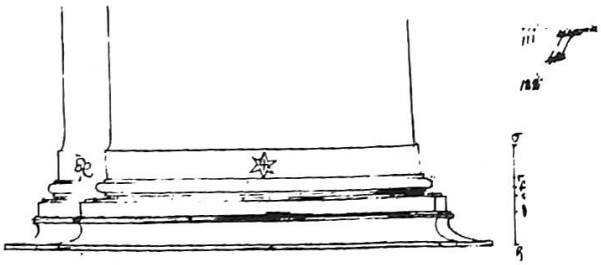


Illus. 8. Letter from Johann Tscherte to Dürer, 1522. London, British Museum, Sloane 5229/73. Strauss 1974, p. 2179.

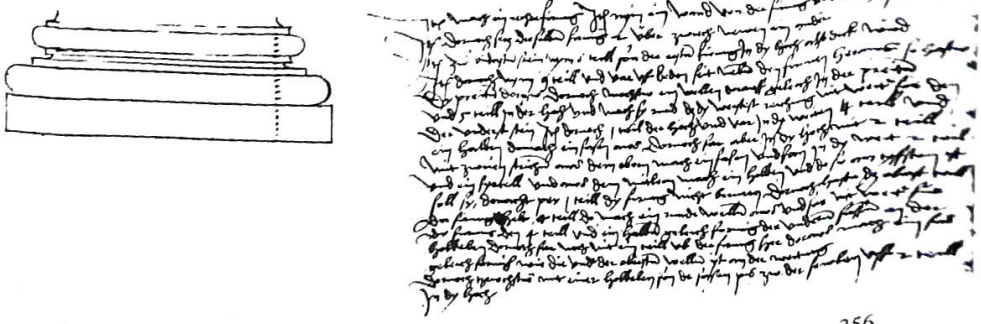
"Dear friendly Herr Tirer: I invite you to be my guest for an early meal this coming Sunday. It is my earnest wish and desire that you come and not stay away. Would you kindly also tell my servant where he can find Varntaler [Varnbuhler]. I am enclosing the proposition of a triangle with three unequal angles. I thought of it on the way home from you last night. But to construct a square of the same area as a given triangle, that is artful. I suppose you know it well. The sphere shall not hide itself. As soon as I have some leisure I shall see what I can accomplish. It shall not be withheld from you. J. Tscherte mpp

"Item: The triangle is *abc*. Underneath *b* erect a perpendicular on the base *ac* at point *d*. Divide the line *bc* in half at point *f*. In the same manner, divide the line *ba* at *g*. Draw a line through points *f* and *g* equal in length to the line *ac* and mark it *hi*. Or bisect the line *bd* at point *e*. Draw a parallel through this point of the length *ac* and it will divide the lines *cb* and *ab* into equal parts. Thus you will have your triangle. The rectangle therefore is *achi*. This rectangle is equal in area to the triangle. If you convert the rectangle, as you know how, into a square, the square, the rectangle, and the triangle will all be of the same area."[30]

Dürer's discussion of the construction of columns, in Book 3 of the *Manual,* is limited to only a few types, but includes a twisted or Salomonic column. Although he credits Vitruvius as his basic source, we are unable to determine which of the many early editions of the *Ten Books on Architecture* were available to him. The first illustrated edition appeared in Venice in 1511 but it is evident that Dürer was familiar with Vitruvius's work at a date earlier than this. Columns dominate some of Dürer's early prints, especially several sheets of the "Life of the Virgin" series, dating from 1502. Among Dürer's remaining manuscripts there are a number of tracts referring to the construction of columns and to the five types of temples, as mentioned in Vitruvius, Book 3, chapter 3. The calligraphy and watermarks of the paper used for these manuscripts indicate dates ranging from circa 1500 to 1510.[31] Nevertheless, in the printed edition of the *Manual,* Dürer omitted the greater part of the detailed descriptions he had carefully recorded (illus. 9 and 10).



Illus. 9. Base of a Column. London, British Museum, Sloane 5229/122r. Rupprich 1966, p. 360.



Illus. 10. Base of a Column. London, British Museum, Sloane 5229/1213. Rupprich 1966, p. 356.

We can only surmise the sources of the section about sundials. Vitruvius mentions them briefly in Book 9, chapter 4, where he also refers to a portable type (*horologia pensilla*) used by the ancients. Although a mechanical clock that struck each hour was installed in Milan as early as 1336, sundials continued to predominate and were in common use during Dürer's time. For example, in 1487, a sundial was placed on the cathedral of Regensburg, and it still recorded the old hours which varied in length depending on the seasonal length of each day. Then, in 1497, a second dial was added which was divided into even intervals. The imperial historiographer, Johannes Stabius (d. 1522), designed a large sundial for Nuremberg's St. Lawrence Church in 1502.[32] Dürer knew Stabius well and collaborated with him on several projects for Emperor Maximilian I, as well as on Stabius's own geographical and celestial maps, which Dürer had cut into wood around 1515. The above-mentioned Johann Schoner (1477-1547), the first Professor of Mathematics at the newly established Nuremberg Gymnasium, issued a booklet about cylindrical, portable sundials in 1515.[33] Dürer visited Schoner in 1517, while the latter was residing at Kirchenehrenbach, a small town not far from Bamberg. Finally, Dürer was acquainted with Georg Hartmann (1489-1564), a mathematician and astronomer famous for his designs of mechanical instruments and sundials. Hartmann, who settled in Nuremberg in 1518, is known to have planned a book about sundials, for which he prepared many drawings and some woodcuts; but the book was never published.[34] Despite these varied sources, as Staigmüller[35] pointed out, Dürer's explanations of the construction of sundials are sometimes not entirely clear.

There is no lack of clarity in Dürer's construction of the letters of the alphabet. The revival of antique letters was of growing interest in Dürer's time and before. Leon Battista Alberti (1404-1472) had voiced an interest in it.[36] Dürer's attention was drawn to the subject at least as far back as 1498, when he used a calligraphic title page for the first edition of his *Apocalypse* series (illus. 11). Six years later, he used meticulously executed letters on the tablet in the engraving "Adam and Eve" (SE.42; illus. 12). In the *Manual,* Dürer offers methods of construction for both the Antiqua and Fraktur alphabets.

Since Passavant[37] observed the resemblance, it has often been asserted that Dürer's method of constructing alphabets derived from the one indicated by Luca Pacioli in his *Divina proportione* (Venice 1509). There were, however, other models available to Dürer, as for example the one taught by Felice Feliciano, a friend of Mategna's, which was based directly on old Roman inscriptions.[38] Other constructions of the Antiqua alphabet were issued by Damianus Moyllus (1483), Sigismundo Fanti (1514), and Francesco Toniello (1517).

But the most plausible suggestion of Dürer's source is the one offered by Georg Dehio[39] and connected to the discovery by Hartman Schedel (1440-1514), the author of the *Nuremberg Chronicle,*[40] of an anonymous manuscript. The manuscript begins with a copy of a letter by the learned Greek scholar Johannes Lascaris (1445?-1535), addressed to Piero de' Medici, in which Lascaris stresses the importance of the reintroduction of the ancient, noble, and authentic letters of the alphabet, "now that Greek and Roman literature has been rediscovered." There follow detailed instructions on how to construct the Latin alphabet; each letter is illustrated

Illus. 11. Title page of the first Latin edition of Dürer's Apocalypse, 1498.

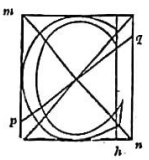
and accompanied by text. For the Greek and Hebrew alphabets only drawings but no text are provided. Dehio[41] has demonstrated that neither Pacioli's nor Dürer's methods can be based on the one by Feliciano, but that both derive instead from the one given by the anonymous author of the Schedel manuscript.

All the methods have in common the construction of each letter within a square, and all except for Pacioli's teach that the heavy limbs of the letters are related to one side of these squares in the proportion 1:10. Only Pacioli uses a proportion of 1:9, perhaps for easier division into three parts. In other

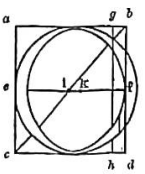
Illus. 12. Detail from Dürer's engraving "Adam and Eve," 1503.

respects his method parallels that of the Schedel manuscript (see illus. 13 and 14). Moreover, like the Schedel author, Pacioli refers to the construction of Greek and Hebrew alphabets, also omitting instructions for these. On the other hand, Dürer, in a postscript, advises the reader that his method is also applicable for a proportion of 1:9 instead of 1:10, and gives appropriate examples, albeit without explanation. If this is evidence of Dürer's familiarity with Pacioli's text, Dürer's own text follows that of the Schedel manuscript even more closely than Pacioli except for some simplifications.

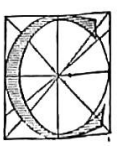
Dehio believes that the author of the method described in the Schedel manuscript was no other than Leonardo da Vinci. To this purpose, he cites Geoffroy Tory de Bourges. In a book with the long title *Champ Fleury, auquel est connu l'art et science de la deve et vraye proportion des lettres Attiques qu'on dit autrement Antiques et vulgairement Romains, selon le corps et visage humain, etc., etc.,* Paris 1529 (2nd ed. 1549), Tory de



Anon. Schedel

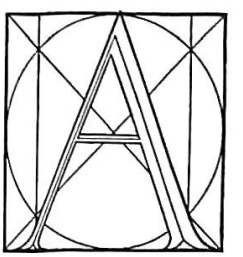


Dürer

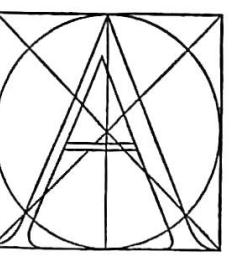


Pacioli

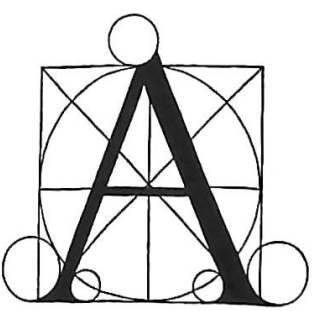
Illus. 13. Constructions of the Letter "C."



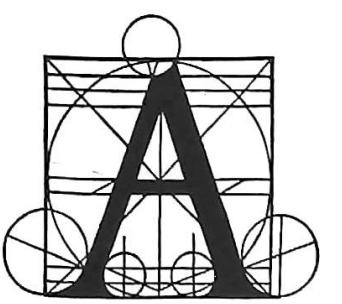
Felice Feliciano: 1460



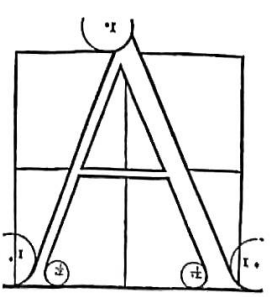
Damianus Moyllus: 1483



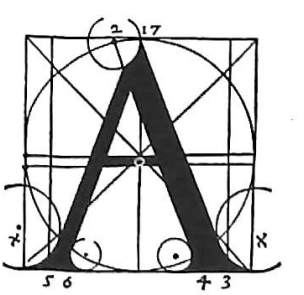
Luca Pacioli: 1509



Sigismondo Fanti: 1514



Francesco Torniello: 1517



Giovam Baptista Verini: 1526

Illus. 14. Constructions of the Letter "A."

Bourges accuses Pacioli of having appropriated his construction of the letters of the alphabet from Leonardo da Vinci.[42] Tory de Bourges was well acquainted with Italian affairs, having pursued artistic and grammatical studies in Rome and Bologna before settling in Paris in 1518.

A similar accusation of plagiarism was leveled against Pacioli by Vasari in regard to the *Libellus de quinque corporibus regularibus,* Venice 1507. Vasari asserted that this section had been copied from Piero della Francesca. Art historians refused to believe this until Max Jordan's discovery of the original Piero manuscript proved Vasari right.[43]

Dürer discusses regular polyhedra in the first section of Book 4 of the *Manual.* In contrast to his treatment of "solids" in Book 3, he now concentrates more on mathematical aspects. Without mentioning his source, Dürer describes seven Archimedian solids, each a regular polyhedron whose corners touch the periphery of an imaginary sphere that surrounds it. In the text, we have adopted the nomenclature that has become customary for these polyhedra since it was introduced by Staigmüller,[44] who based it on Johannes Kepler's *Harmonices Mundi* (Book 2, prop. 28).

In the 1525 edition of the *Manual,* Dürer presents patterns for these seven solids (*figs. 35-41*). Three more, undoubtedly based on Dürer's design, were added to the posthumous edition of 1538.[45] Archimedes describes four others, not mentioned by Dürer, which are pictured here in the Appendix.[46] Dürer included the pattern of yet another, which Archimedes does not mention. Derived from a cube, it seems to be Dürer's own invention (*fig. 42*).

The idea of depicting folding patterns of these polyhedra is also an innovation of Dürer's, and a departure from the skeletal models of the same solids which were appended to Pacioli's *Divina proportione.* Dürer experimented as well with perspective renderings of these polyhedra but later abandoned this project.[47] Leonardo da Vinci's original model drawings for the Pacioli book are extant in the collection of the Biblioteca Ambrosiana in Milan. To be fully appreciated, they must be seen in the original. Each is meticulously drawn and colored with watercolors in pastel shades.[48]

In the next section of Book 4, Dürer focuses his attention on the famous "Delic Problem." He recounts the problem posed by Apollo, who promised the Athenians that the rampant plague would come to an end once they succeeded in doubling the size of his altar while retaining its shape, that of a perfect cube. Dürer offers three solutions to the problem in the 1525 edition. The first is known as Sporus's solution, and is quoted by Eutokius of Ascalon in his commentary on Archimedes, entitled *Two Books on the Sphere and the Cylinder,* a manuscript copy of which was in Pirkheimer's library (*figs. 44-46*). This same solution was also given by Pappus and Diocles.[49] For the second solution, first offered by Hero of Alexandria (*fig. 51*), Dürer exceptionally gives the complete mathematical proof, and, in the 1538 edition, expands it further.[50] This solution too seems to derive from the Eutokius manuscript and was translated for Dürer by Willibald Pirckheimer.[51] Finally, Dürer offers a practical application of the Delic Problem by showing how it can be utilized to multiply the size of cannon balls (*fig. 51a*). In the 1538 edition, yet another method of solving the Delic Problem is given.[52]

The last section of the fourth book of the *Manual* treats the subject of perspective. Although it has been of the greatest interest to artists and art historians, it has also been the section which has been most discussed and least understood.

As we have seen, Dürer asserted that he knew of no books by his contemporaries concerning the theory of painting, and that the books of the ancients had not survived, but he was obviously familiar with some of the theories and methods of perspective drawing practiced in Italy. Already Filippo Brunelleschi (1377-1446) had given considerable attention to this subject. According to Vasari,[53] Brunelleschi had discovered "a perfectly correct method, that of taking the ground plan and sections by means of intersecting lines, a truly ingenious thing, and of great utility to the arts of design."

Leon Battista Alberti, however, was the first theoretician whose writings on this subject survive *in extenso*. His *De Pictura,* written in 1435-36, was not published until 1540,[54] but we know that a manuscript copy of it existed in Nuremberg, and that it was certainly available to Dürer, if not actually in his possession. This copy derived from the library of the astronomer Johannes Regiomontanus, a resident of Nuremberg, who had been in close personal contact with Alberti in Rome. From Regiomontanus, the manuscript passed to his follower, Bernhard Walther, the very same astronomer whose house Dürer had purchased in 1509. Walther was also the godfather of Dürer's sister Christina.[55] After Walther's death, his property passed to the City of Nuremberg, and Willibald Pirckheimer was asked to prepare an inventory of Walther's library. Two inventories survive. The first, prepared in 1512, lists a volume *De pictura babtis;* the second, prepared in 1522, refers to it as *Liber de pictura L. Baptista de Albertis (Geometria//-(22)*.[56] We know, further, that in January 1523, Dürer paid 10 fl. for ten books "of interest to painters" from this library, which was then being liquidated.[57] We can assume that the Alberti item was among them.

Whereas Brunelleschi's system was somewhat complicated—he used a painted panel positioned by a hole the size of a lentil and then tested by means of a mirror—and moreover, pertained primarily to architecture, Alberti's system was simple, direct, based on mathematical principles, and having to do with figures rather than buildings. We find no evidence of any familiarity of Dürer's with Brunelleschi's method, but his knowledge of Alberti's writings is evident, not only in the *Manual of Measurement,* but also in the *Four Books on Human Proportion.* In the latter, Dürer uses a system of measurement based on Alberti's *De Statua.*[58] Finally, Dürer's outline for the *Speiss der Malerknaben* includes general desiderata for budding painters: good universal education, good morals, good manners, soundness of character, etc.—qualities which correspond closely to those stipulated in Alberti's *De Pictura,* Book 3.[59] It is surely not mere coincidence that the earliest dated draft for the introduction to Dürer's book is dated 1512, i.e., the date of Pirckheimer's inventory of Bernhard Walther's library, which included the Alberti manuscript.

If indeed it was the Alberti manuscript that, in 1512, gave Dürer the impetus to write the introduction for his projected *Speiss der Malerknaben,* we must ask what it was that Dürer learned on his visit to Bologna, where he went in 1506 especially to learn about "the secret art of perspective," and how he applied this knowledge during the intervening years. Before Dürer's

Illus. 15. "The Prodigal Son." Engraved by Dürer circa 1496/97.

trip to Italy, some of his works reveal a remarkable deficiency in the technique of perspective, for example, the engraving "The Prodigal Son Amid the Swine" (B28; SE.11; see illus. 15). But, more surprisingly, even after his return from Italy, no immediate improvement is apparent, as a glance at the woodcut "Presentation of Christ" (B.35) attests.

Illus. 16. "Presentation of Christ"(B.35). From Dürer's *Small Woodcut Passion*, circa 1508/09.

The solution is supplied by a few remaining sheets of sketches among Dürer's literary remains, all on an Italian paper with the watermark "Crossed Arrows," a paper which Dürer apparently used only during his stay in Italy. The sketches on this paper which pertain to perspective refer primarily to the construction of columns and to the correct foreshortening of a square, a triangle, and a pentagon. The last is based on a method taught exclusively by Piero della Francesca (d. 1492),[60] whose *De prospectiva pingendi* existed in 1506 only in manuscript copies. Although Dürer's sketches remain, the explanatory notes which probably accompanied them have not survived. Dürer's failure to put these teachings to immediate, consistent use suggests that he was not given precise instructions on how to apply them.

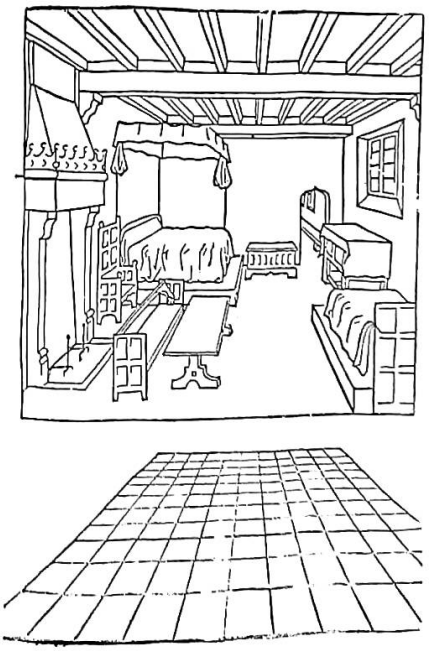
Upon his return to Nuremberg, Dürer continued his theoretical studies. With the help of Willibald Pirckheimer, he translated those portions of Euclid that pertain to perspective.[61] (Some of the theorems are in Pirckheimer's handwriting.) But among these records there has also come down to us a sheet describing in German the basis of perspective, translated verbatim from Piero della Francesca's manuscript:[62]

Perspective is based on five things:
The first is the eye that perceives things.
The second is the object seen.
The third is the distance between them.
The fourth is that everything is seen by means of straight, i.e., shortest lines.
The fifth is the division [surface?] between what is seen and the object.

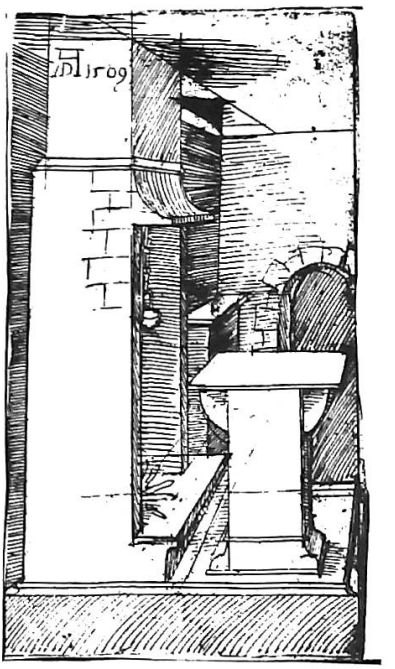
Only the last proposition differs slightly from Piero's text, but this may be due to a faulty translation on Dürer's part.[63] In the *Manual,* Dürer modified the text slightly (see p. 371).

A decided change in Dürer's use of perspective occurred, however, in 1509/10, when the lines of his drawings and prints suddenly become razor-sharp and perspectively precise to a degree not encountered before (see illus. 17). The resemblance of these lines to those of the illustrations in Jean Pellerin's *De Artificiale Perspectiva* is too close to be accidental. Pellerin, known as Viator, issued his work on perspective at Toul in 1505. A pirated edition was issued in 1509 in Nuremberg by Jörg Glockendon, under the title *Von der Kunstperspektive.*[64] In a city of 25,000, about the population of Nuremberg at the time, this book cannot have escaped Dürer's attention. In fact, a particularly close resemblance to an illustration in Viator's book is to be found in Dürer's drawing of a fireplace, dated 1509 (illus. 18 and 19).

Illus. 17. "The Penitent" (B.119). Woodcut by Dürer, 1510.



Illus. 18. "Bedroom with Fireplace" from Viator, *De Artificiale Perspectiva*, Toul, 1505.



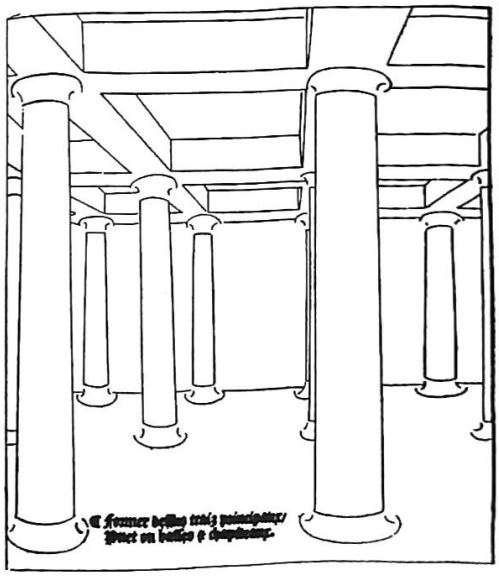
Illus. 19. "Fireplace and Table" (S.1509/6). Drawing by Dürer, 1509.

By coincidence, 1509 saw too the publication of the second edition of Viator's book at Toul, with additional illustrations. Curiously, two of these are based on Dürer's works. In one, Viator inserted a column that Dürer had expeditiously left out in his woodcut "Presentation of the Virgin" (B.88); the omission, however, has been said to give the illusion of the viewer's presence in the temple (illus. 20 and 21).[65]

It is therefore established that Dürer drew on at least three recent sources for his pronouncements on perspective: Alberti, Piero della Francesca and Viator, but that the information he gained from the writings of Piero was of a more theoretical nature. For practical applications, the influence of Viator becomes evident in 1509, and of Alberti in 1512. Alberti's and Viator's methods were conjoined in the *Manual of Measurement*. The three methods—Viator's, Alberti's, and Dürer's—for the foreshortening of a square are shown in the diagram below, with each step of the construction numbered consecutively (illus. 22).

Ivins[66] asserts that because Dürer failed to understand either of his predecessors' methods correctly he introduced a series of errors which explain some of the oddities of perspective in Dürer's subsequent works. Ivins cites the "odd trapezoidal shape of the table" in the 1514 engraving "St. Jerome in His Study" (B.60; SE.77). This oddity is due to the fact that the point of sight is placed very far to one side (Book 4, *fig. 59*). The same thing accounts for the shape, in "Melencolia I" (B.74;SE.79) of 1514, of the large hewn stone whose top and bottom corners have been trimmed off.

Illus. 20. "The Presentation in the Temple" (B.88). Woodcut from Dürer's *Life of the Virgin*, circa 1503/5.

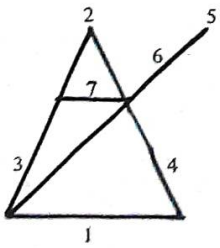


Illus. 21. "Hall of Columns" from Viator, *De Artificiale Perspectiva*, Toul 1509.

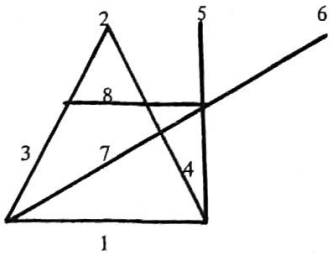
Although it is not apparent at first glance, the stone is a perfect cube, seen in Dürer's own peculiar perspective.

Schuritz[67] notes that Dürer's methods correspond closely to those in Leonardo da Vinci's treatise on painting, which was not published until after Dürer's death. Panofsky[68] states emphatically that the extensive program of *Speiss der Malerknaben* would have been inconceivable had Dürer not been acquainted with Leonardo's projects. Because direct contact between the two artists has never been successfully demonstrated this probably means only that they had a common source or point of contact. The most likely person to have been this contact was Luca Pacioli, who indeed may have been Dürer's mentor at Bologna.[69]

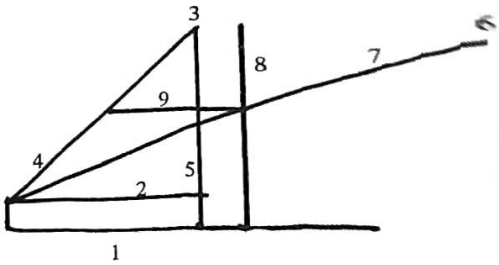
Pacioli was born in Borgo San Sepolcro, which was also the birthplace of Piero della Francesca. Another renowned associate of Pacioli's was Leon



Illus. 22. Viator's Method



Alberti's Method



Dürer's Method

Battista Alberti, with whom Pacioli shared quarters in Rome. The influence of all three men on the theoretical writings both of Leonardo and of Dürer is unmistakable.

Another channel of communication was the relationship between Willibald Pirckheimer and Galeazzo de San Severino, who was commander of the Milanese army, and nephew and favorite of Ludovico il Moro, the Duke of Milan. Pirckheimer and Galeazzo had studied together at the University of Padua, and their friendship endured: when, in 1499, the Sforzas were expelled from Milan, Galeazzo came to Nuremberg to stay with Pirckheimer. Galeazzo had sponsored Leonardo's endeavors—in fact, Leonardo had studied the anatomy of the horse in Galeazzo's stables, in preparation for the great equestrian statue in honor of the House of Sforza. Because of this, there cannot be any doubt that Galeazzo spoke of Leonardo during his stay in Nuremberg, and it is quite likely that he spoke of him to Dürer directly.

Nevertheless, Dürer's pronouncements on the theory of perspective in the *Manual* do not fully exploit the material he had collected on the subject, a considerable part of which remains in the manuscript form in his literary papers. Dürer seems to have been particularly careful to minimize reference to material that appeared in Pacioli's *Divina proportione,* which in manuscript had been dedicated to Ludovico il Moro (when it was finally published in 1509, its dedication was changed in favor of Pietro Soderini, gonfaloniere of Venice). Thus Dürer omits any mention of the "golden section," so important to Pacioli throughout his work. Instead of the pentagon construction based on Euclid's, and using an isosceles triangle whose sides are based on the "golden section" (that is to say, whose smaller side is related to the larger as the larger is to their sum). Dürer uses Ptolemy's construction of a pentagon, as given in the *Almagest.* This is quite obviously a purposeful substitution because all the methods he cites for the construction of other polygons are based on those given by Euclid.

It is evident that, in the *Manual,* Dürer shifted his emphasis to practical applications, especially in the final section. Thus, the 1528 edition concludes with a description of two mechanical devices of aid in perspective drawing (one sketched as early as 1514), and the 1538 edition introduces three additional devices, which are described and pictured (see pp. 390-392 and 434). The descriptions are given in great detail, and the instructions make it easy to construct these devices. What is not so easy, however, is to put them to use, as anyone attempting the experiment will undoubtedly agree. One of the first to report their impracticability was Willibald Pirckheimer's sister Eufemia, Abbess of Bergen Convent:

> A book has now reached us which Dürer dedicated to you, about painting and measurement. Our gracious Duke Ottheinrich has had it bound for us and presented it to our paintress. We enjoyed it, but our paintress thinks that she does not need it; she can practice her art just as well without it.[70]

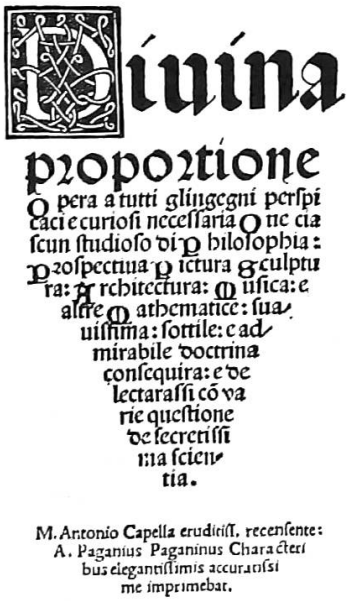
Opinions differ concerning the effects of Dürer's theoretical works. Perhaps their influence on other German artists was somewhat less than expected because there was as yet no real demand for theory, as there was further south, where Italian artists were clamoring for theoretical works.[71] But Dürer's goal was partially to create such an audience with his publications,

and if his own manual was limited in its influence, it certainly did start a trend in the desired direction, as the ensuing stream of theoretical works on perspective will attest; among them are publications by Augustin Hirschvogel (Nuremberg 1543), Walter Rivius (Nuremberg 1558), Heinrich Lautensack (Frankfurt, M. 1564), Lorenz Stör (Augsburg 1567), Hans Lencker (Nuremberg 1567 and 1571), Wenzel Jamnitzer (Nuremberg 1568), Christian Haiden (Nuremberg 1590), and Paul Pfinzing (Nuremberg 1599).[72]

At the very least, this long list demonstrates that Dürer's often-expressed desire was at last fulfilled. In no less than three early drafts of the introduction to his projected book on painting, he spoke hopefully of his purposes:

> If I can spark something toward the increase and improvement of art, in time it may become a great beacon that will illumine the entire world.[73]

To the extent that his work sustains our interest to this day, he has succeeded.


Diuina
proportione
Opera a tutti glingegni perspi
caci e curiosi necessaria Ou ne cia
scun studioso di Philosophia:
Prospectiua Pictura Sculptu
ra: Architectura: Musica: e
altre Mathematice: sua
uissima: sottile: e ad
mirabile doctrina
consequira: e de
lectarassi cō va
rie questione
de secretissi
ma scien
tia.

M. Antonio Capella eruditiss. recensente:
A. Paganius Paganinus Characteri
bus elegantissimis accuratissi
me imprimebat.

Illus. 23. Luca Pacioli, *Divina proportione*, Venice 1509. Title page.

NOTES FOR THE INTRODUCTION

1. Strauss 1974, p. 906; Strauss 1976, p. 155. Rupprich 1956, vol. 1, p. 58.
2. Rupprich 1956, vol. 1, p. 103. Strauss 1974, p. 503.
3. Strauss 1974, p. 214.
4. Rupprich 1966, vol. 2, pp. 112-13. The language of this draft differs considerably from the more polished version of 1513, so that it must be assumed that the latter was written with the help of someone else.
5. Rupprich 1966, vol. 2, p. 84.
6. Rupprich 1956, vol. 1, p. 294. Strauss 1974, p. 1476.
7. Rupprich 1969, vol. 3, p. 164; Strauss 1974, p. 2204. Dresden, ms. R-147, fol. 4.
8. Rupprich 1956, vol. 1, p. 221; 1960, pp. 235-38; Strauss 1974, p. 2204.
9. Strauss 1974, p. 2384.
10. Rupprich 1969, vol. 3, p. 310.
11. The term *das rechte Mass* appears also in Roriczer's dedication of his *Büchlein der filialen Gerechtigkait* to the bishop of Eichstätt.
12. Cf. Zedler, *Lexicon*, 1735.
13. Rupprich 1966, p. 104. Some of Cusanus' writings were in Pirckheimer's library (see Offenbacher 1938, p. 258).
14. Reicke 1956, vol. 2, p. 100; Rupprich 1969, vol. 3, p. 267.
15. Rupprich 1966, vol. 2, pp. 100, 115, 117-19, 129; 1969, vol. 3, pp. 170, 237, 274, 295.
16. Rupprich 1966, p. 100. Sloane 5230, fol. 14.
17. Rupprich 1966, vol. 2, p. 129. Sloane 5230, fol. 32.
18. Rupprich 1966, vol. 2, p. 119. Sloane 5230, fol. 22.
19. Rupprich 1969, vol. III, p. 275.
20. Rupprich 1969, vol. 3, p. 295.
21. da Vinci 1877, p. 37.
22. Steck 1948, p. 116. Rupprich 1969, vol. 3, p. 363.
23. Strauss 1974, p. 2250.
24. Strauss 1974, p. 1674.
25. A facsimile reprint appeared in *Anzeiger für Kunde der deutschen Vorzeit* 1881, col. 65.
26. Wieleitner (1922, p. 70) dates it 1484 but the material was probably assembled as early as 1472 by Hans Hoesch of Gmuend (Steck 1948, p. 112). The most recent reprint is by Ferdinand Geldner, Wiesbaden 1965.
27. The dating of the sheets is established by the watermark of the paper. Illustrated in Strauss 1974, pp. 2082 and 2854.
28. Speiser 1952, p. 23 and plates I-VI.
29. Quoted by Speiser 1952, p. 22.
30. London, British Museum, Sloane 5229/73.
31. Staigmüller 1891, p. 31; Steck 1948; Strauss 1974, pp. 2805-33, 2865-66; Rupprich 1966, pp. 58-73. Rupprich errs in the dating of the construction of doric columns (p. 65), because Dürer began using paper with the watermark "Crossed Arrows" in 1506, during his stay in Italy (see Strauss 1974, p. 3282).
32. Doppelmayr 1730, p. 32. The major project in which Stabius and Dürer collaborated was the huge Triumphal Arch for Emperor Maximilian, printed from ninety-two wood blocks in 1515-16, but begun in 1512.
33. Doppelmayr 1730, p. 46.
34. *ibid*, p. 79.
35. Staigmüller 1891, p. 31.
36. See Mardersteig 1971.
37. 1860, vol. 1, p. 146; Panofsky 1915, p. 6; Rupprich 1969, p. 316.
38. Schöne 1872, p. 255. Schöne asserted that Pacioli's method derived from Feliciano.
39. Torniello 1517; Dehio 1881, pp. 269-79.
40. The unnamed ms. is in Munich, Staatsbibliothek, cod. lat. 451-4.
41. op. cit., p. 273.
42. Tory de Bourges 1529, fol. 27: "Frere Lucas Paciolide bourg sainct Sepulchre, de l'ordre des freres mineurs et Theoligien, qui a faict en vulgar Italien un livre intutelé Divina proportione, et qui a voulu figurer lesdictés

lettres Attiques, n'en a ponint aussi parlé ne baillé raison: et je ne m'en esbays point, car j'ay entendu par aulcuns Italiens qu'il a desrobé sesdictes lettres, et prinses de feu messire Leonard Vince, qui est trespassé a Ambroise et etait tresexcellent Philosophe et admirable paictre et quasi un aultre Archimedes. Cedict frere Lucas a faict imprimer ses lettres Attiques comme siennes. De vray, elles peuvent bien estre a luy, car il ne les a pas faictes en leur deve proportion . . . ." and in fol. 71v:". . . qu'a veult avoir sa jambe droite grosse de la diziesme partie de sa hauteur . . . et non pas de la neufieusme partie, comme dict frere Lucas Paciolus . . . J'ay entendu que tout ce qu'il en a faict il a prins secretement de feu messire Leonard Vince, qui etait grand Mathematicien, paintre et imageur."

43. Jordan 1880, pp. 112-18.
44. Staigmüller 1891, p. 33.
45. See p. 000.
46. Staigmüller 1891, p. 36. See Appendix, p. 457.
47. A facsimile edition of the manuscript was published by the Biblioteca Ambrosiana in 1956. For copies of these, see Strauss 1973, pp. 2879-80.
48. See Strauss 1974, pp. 2854-57 and cf. pp. 2871-78.
49. Staigmüller 1891, pp. 37-38.
50. See p. 421, Dürer's choice of letters corresponds to that of Eutokius (Staigmüller 1891, p.41).
51. Johann Werner published the solution to the Delic Problem in 1522 (in Latin) in his *Libellus Joannis Verneri Nurembergen. super vigintiduobus elementis conicis. Ejusdem commentarius seu paraphrastica enarratio in undecim modos conficiendi ejus problematis, quod cubi duplicatio dicidur, etc.* These solutions were also based on the Eutokius manuscript *in Pirckheimer's library* (Staigmüller 1891, p. 53).
52. See p. 425. For the preparatory drawing, see Appendix, pp. 458-59.
53. 1850, vol. 1, p. 417. Krautheimer 1956, pp. 234-45.
54. The edition appeared in Basel, edited by Thomas Venatorius (c. 1488-1551), who was a friend of Dürer's and Pirckheimer's. After Pirckheimer's death, Venatorius prepared an inventory of the humanist's library. He also published the works of Archimedes with the commentary by Eutokius (Basel 1544), deriving from this library. The Eutokius manuscript is still in the Nuremberg Stadtbibliothek (Cent. V.15 and Cent. app. 12).
55. Rupprich 1956, p. 30.
56. Rupprich 1960, p. 237.
57. *ibid*, p. 235.
58. *ibid*, pp. 222-24.
59. Rupprich 1966, pp. 85, 92. London, British Museum, Sloane 5230/5r.
60. Panofsky 1915, p. 37. See Appendix, pp. 463-64.
61. Rupprich 1966, pp. 374-77. London, British Museum, Sloane 5229/77. See also Strauss 1974, pp. 2817-23.
62. Panofsky 1915, pp. 42-43. Rupprich 1966, p. 373. London, British Museum, Sloane 5228/202.
63. Piero's text reads: La quinta e il termine che a intra lochio e la cosa ueduta doue se intende ponere le cose (Panofsky 1915, p. 43).
64. See Sondheim 1927, pp. 105-118.
65. Woelfflin mistakenly believed that Dürer had copied from Viator. The second example refers to the arrangement of the figures in Dürer's painting "Martyrdom of the Ten Thousand." Viator's illustration is aptly entitled "Les quantitez et les distances Ont concordables differences." Furthermore, there is a close resemblance of a sketch in Dürer's *Dresden Sketchbook* (Strauss 1974, pp. 1572-73; see Appendix, plate 22) to the very first constructions pictured in Viator's book.
66. 1938, pp. 38-39.
67. 1919, p. 40.
68. 1915, p. 4.
69. Rupprich 1960, p. 78; Strauss 1976, p. 159.
70. Rupprich 1956, p. 278. The letter is not dated.
71. Cf. Panofsky 1915, p. 5.
72. Rupprich 1966, p. 371.
73. Rupprich 1966, pp. 117, 118, 120. London, British Museum, Sloane 5230/21, 22, 26.

Part I

Edition of 1525

Eynem in ſonders lieben herren vnd freündt/herrn Wilbolden Pirckheymer/wünſch jch Albrecht Dürer/heyl vnd ſeligkeyt günſtiger herr vnd freündt/man hat byßher in vnſem deutzſchen landen/vil geſchickter jungen/zů der künſt der mallerey gethon/die man an allen grundt vnnd alleyn auß einem täglichen brauch gelert hat/ſind die ſelben alſo im vnuerſtand wie eyn wylder vnbeſchnytener bawm auff erwachſen/Wie wol etlich auß jnen durch ſtetig übung eyn freye hand erlangt/alſo das ſie jre werck gewaltigklich aber vnbedechtlich/vnnd alleyn nach jrem wolgefalle gemacht haben/So aber die verſtendigen maler vnd rechte künſtner/ſolchs vnbeſunen werck geſehen/haben ſie vnd nit vnbillich diſer leůt blindtheyt gelacht/die weyl einem rechten verſtand nichts vnangenemer zů ſehen iſt/dañ falſcheyt im gemel/vnangeſehen ob auch das mit allem fleiß gemalt wirdet/Das aber ſolche maler wolgefallen in jren yrthumben gehabt/iſt alleyn vrſach geweſt/das ſie die kunſt der meſſung nit gelernet haben/an die keyn rechter werckmañ werdt oder ſeyn kan/Das aber jr meyſter ſchuld geweſt die ſolche kunſt ſelbs nit gekündt haben/Die weyl aber die der recht grundt iſt aller mallerey/hab jch mir fürgenomen allen künſtbegyrigen jungen/eyn anfang zůſtellen/vnd vrſach zůgeben damit ſie ſich der meſſunge zirckels vnd richtſcheyt/vnderwinden vnnd darauß die rechten warheyt erkennen vnnd vor augen ſehen mögen/damit ſie nit alleyn zů künſten begirig werden/ſonder auch zů eynem rechten vnd grösſeren verſtant komen mögen/Vnangeſehen das itzt bey vns vnd in vnſeren zeyten die künſt der malerey/durch etliche ſeer veracht vnd geſagt will werden/die diene zů Abgötterey/dann eyn yeglich Chriſten menſch/wirdet durch gemel oder byld nůß als wenig zů einem affterglauben getzogen/als eyn frümer mañ zů eynem mord/darumb das er ein waffen an ſeiner ſeyten tregt/můſt warlich eyn vnuerſtendig meyſch ſeyn/der gemel/holtz/oder ſteyn anbetten wölt/Darumb gemel mehr beſſerung dann ergernůß bringt/ſo das erberlich kunſtlich vnd woll gemacht iſt/In was eren vnd wirden aber diſe künſt bey den Kriechen vnd Römern geweſt iſt/zeygen die alten bůcher gnugſam an/Wie woll ſie nachfolgent gar verloren vnd ob tauſent jaren verborgen geweſt/vnd erſt in zweyhundert jaren wider durch die Walhen an tag gebracht iſt worden/Dann gar leychtiglich verlieren ſich die künſt/aber ſchwerlich vnnd durch lange zeyt werden ſie wider erfunden/Demnach hoff jch diß meyn fürnemen vnd vnderweyſung/werde kein verſtendiger dadelen/die weyl es auß einer gutten meynung vnd allen künſtbegirigen zů gůt geſchicht/vnnd auch nicht alleyn den maleren/ſonder Goldſchmiden Bildhaweren Steynmetzen Schreyneren vnd allen den ſo ſich des maß gebrauchen dienſtlich ſeyn mag/iſt niemand gezwungen ſich diſer meiner ler zů brauchen/jch weyß aber woll wer ſich der vndersteen/wirdet nit allein eynen grüntlichen anfang darauß faſſen/ſonder durch den täglichen brauch/zů eynem grössern verſtand reichen/weytter ſůchen vñ gar vil mehr dañ jch ytzt anzeyg erfinden/Die weyl jch aber günſtiger herr vnnd freündt weyß/das jr eyn liebhaber aller künſt ſeyt/hab jch euch diſes bůchlein auß ſonderer zůneygung vnd freüntlichen willen zů geſchrieben/nit darum das jch vermeynt jch het euch was groß oder fürtreffenlichs damit bewyſen Sonder das jr darauß meinen geneygten vñ gůten willen verſteen vnnd ermeſſen möcht/ob jch euch gleychwol mit meinem wercken nit ſonders erſchießlich ſeyn mag/das dannoch meyn gemůt allzeyt bereyt were/euch ewer gunſt vnd lieb ſo jr zů mir tragt mit gleicher widerlegung zůbezalen.

To my especially dear master and friend, Herr Wilbolden Pirckheymer, I, Albrecht Dürer wish health and happiness.

Gracious master and friend! It has until now been the custom in our Germany to put a great number of talented lads to the task of artistic painting without real foundation other than what they learned by daily usage. They have therefore grown up in ignorance like an unpruned tree. Although some of them have achieved a skillful hand through continual practice, their works are made intuitively and solely according to their tastes. Whenever knowledgable painters and true artists had occasion to see such unplanned works, they smiled—not without reason—about the ignorance of these people. Nothing is more annoying to men of understanding than a blunder in a painting, no matter how diligently it may be executed. Because such painters have derived pleasure from their errors has been the sole reason that they never learned the art of measurement, without which no one can become a true artisan. It is the fault of their masters who themselves were ignorant of this skill.

It is this skill which is the foundation of all painting. For this reason, I have decided to provide to all those who are eager to become artists a starting point and a source for learning about measurement with ruler and compass. From this they will recognize truth as it meets their eyes, not only in the realm of art but also in their proper and general understanding, notwithstanding the fact that at the present time the art of painting is viewed with disdain in certain quarters, and is said to serve idolatry. A Christian will no more be led to superstition by a painting or a portrait than a devout man to commit murder because he carries a weapon by his side. It must be an ignorant man who would worship a painting, a piece of wood, or a block of stone. Therefore, a well-made, artistic, and straightforward painting gives pleasure rather than vexation. The books of the ancients show the degree of honor and respect in which the Greeks and Romans held the arts, in spite of the fact that they were later lost or lay in hiding for a thousand years. Only during the last two hundred years they were again brought to light by the Italians. The arts are lost only too easily, and it takes a long time and much effort for them to be rediscovered.

Therefore I hope that those with knowledge will not find fault with my intention and instruction. It is well meant and intended for everyone desirous of learning about art—not only for painters, but also for goldsmiths, sculptors, stonemasons, and carpenters. All those who use measurements may find it useful. No one is obliged to make use of my instructions. I am sure, however, that those who do make use of them not only as a beginning, but daily, will reach greater understanding and will seek and then find much more than I have said here.

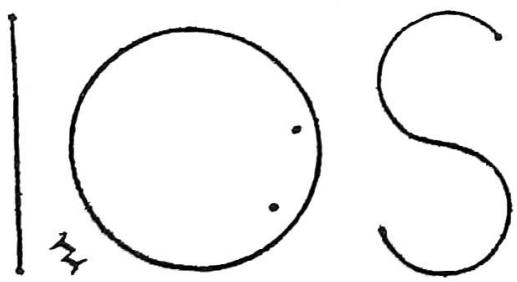
Knowing that you, gracious master and friend, are a lover of all the arts, and because of the great affection and friendship I have for you, I have dedicated this book to you. [It is not my wish to demonstrate to you that I have written anything great or excellent, but rather that you may know my good will and friendly inclination.] My works may not be particularly stimulating for you. Nevertheless, my heart is anxious at all times to requite the favors and the love you have shown me.

Book 1

Der aller ſcharff ſinnigſt Euclides / hat den grundt der Geometria zůſamē geſetzt wer den ſelben woll verſteht / der darff diſer hernach geſchrieben dūg gar nit / dann ſie ſind alleyn den iungen vnd denen ſo ſonſt niemandt haben der ſie trewlich vnderweyſt geſchryben.

FMan fang thut not / ſo man die iungen / meſſen will leren das ſie wiſſen / was der grund ſey darauß man myſt / vnd wie da gemeſſen wirdet Es ſey eyn newer dachtz / oder forgemachts ding / Dreyerley dīng ſind zůmeſſen / Erſtlich ein leng / die weder breyt noch dick iſt / Darnach eyn lenge die ein breyten hat / Zum drittē ein lenge / die ein breytē vñ dicken hat / Diſer aller dīng anfang vñ end ſind punckte / Aber eyn punckt iſt ein ſolch ding / das weder Größ Leng Breyt oder Dicken hat / Vnd iſt doch ein anfang vnd ende / aller leiblichen dīng / die man machen mag / oder die wir in vnſern ſynnen erdencken mügen / Wie dañ das die hochuerſtendigen / diſer kunſt woll wyſſen / vnd darumb erfüllt keyn puncke keyn ſtat / dann er iſt vntzerteylich / vnnd er mag doch auß vnnſern ſynnen oder gedancken / an alle end oder ort geſetzt werden / Dañ ich mag mit dem ſynn ein punckten hoch in lufft werffen / oder in die tyffen ſellen / da hyn ich doch mit dem leib nit reichen kan / Aber damit die iungen verſtendig in gebreuchlicher arbeyt werden / So will ich jnen den punckte als ein gemel mit eym tupff / einer federn fürſetzen / Vnd das wort punckt darbey ſchreiben / damit der punckt bedewt wirdet / punckt / . Wenn nun dieſer punckt / von ſeynem erſten anfang / an eyn ander ende getzogen wirdet / ſo heyſt es eyn Lini / vnnd diſe Lini iſt eyn lenge / an alle dicke vnd breyten / vnd mag getzogen werden ſo lang man will. Diſe Lini will ich mit einem geradenſtrich hie entgegen mit der federn auffreyſſen / vnnd den namen Lini darauff ſchreiben / Lini Auff das die vnſichtig Lini / durch den geraden ryß im gemüt verſtanden werd / Dann durch ſolche weyß muß der jnnerlich verſtand im euſſern werck angetzeigt werden / Darumb will ich alle dīng / die ich in dieſem büchlin beſchreib / auch darneben auffreiſſen / auff das meyn darthon / die iungē zů einer einbildung vor augen ſehen / Vnnd deſt baß begreiffen. Nun iſt zů mercken / das die Lini mancherley weyß getzogen mügen werden / vnnd ſonderlich ſind dreyerley Linien / darauß vill zůmachen iſt / Zum Erſten iſt eyn gerade Lini / Zum Andern die Cirkellini / darnach iſt noch eyn krume Lini / die angeferdt mit der hand / oder von punckt zů punckt getzogen mag werden / wie dañ das etlich kunſt antzeygen / dardurch mancherley verendrung komen / Aber dieſe krume Lini / weyß ich nit baß zů nennen / dañ eyn Schlangen Lini / darumb das ſie hyn vnd her getzogen mag werden / wie man will / Des zů klarem verſtand / hab ich ſie hie vnden auff geryſſen vnd jre namen auff ygliche geſchrieben.

Eyn gerade Lini / Eyn zirckel Lini / Eyn ſchlangen Lini /



A ij

THE MOST SAGACIOUS OF MEN, EUCLID, HAS ASSEMBLED THE foundation of geometry. Those who understand him well can dispense with what follows here, because it is written for the young and for those who lack a devoted instructor.

DEFINITION OF LINES

To begin with, it is necessary for the young to learn the basis of measurement and how to go about utilizing it. It is newly construed and presented here. There are three things to measure: first, a length that lacks thickness and breadth; secondly, a length that has a certan width; thirdly, a length that has both width and thickness. The beginning of all of these are points. But a point is a thing without size, length, width, or thickness. And yet it is the beginning of all corporeal things we may want to construct, or which we may invent in our minds. And as those who are skilled in this art know well, no point takes up space, for it is indivisible and can in our thought and imagination be placed anywhere. I may in my imagination throw a point high up in the air, or drop it into the depths where I cannot reach it with my body. But in order to make it plausible for the young in its everyday application, I shall draw a point as a dot with a pen and write the word "point" next to it, so that the point will meant "point." If then this point is connected from its source with another, it is called a line; and this line is a length of any thickness or width and can be drawn as long as desired. This line is drawn here with a pen, and I mark it "line" —— *fig. 1.* In one's imagination this line is invisible, but can be understood by means of this straight drawn line. In this manner the inner understanding is demonstrated by external exposition. And for this reason I shall draw all things I describe in this book next to their explanations, so that the young will see visually what is in their minds, and thereby understand things better. Now it should be noted that a line can be drawn in several ways, especially in the following three, which can be put to many uses: first, a straight line; second, a circular line; then another curved line, which can be drawn by hand or from point to point, as shown further on, whereby its form can be varied. But I know of no word for this kind of line other than "serpentine line," because it can be drawn in many ways, according to one's wishes. To make this clear, I have drawn these lines below and marked them with their names.

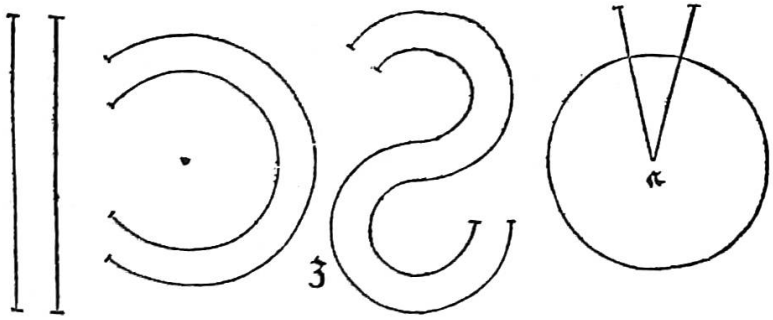
A Straight Line A Circular Line A Serpentine Line

fig. 2

Staigmüller 1891: 8: Dürer is not content with mere definition but seeks here to express the difference between the "mathematical" and the "graphic" line.

Es ist zů merckenn / das dise obgedacht drey Linien mügen kurtz oder lang getzogen werden/ Vnd so mans erreychen möcht/vnd die zeyt nit hyndert / möcht die gerad Lini ewiglich hynauß getzogen/oder auffs wenigst gesinnen werden/Sy ist auch dreyerley weyß zů brauchen/ Halß auffrecht/vber zwerch/vnd vber ort/Aber die zirkellini/mag gantz oder zum teil gebraucht werden / vñ kannit lenger getzogen werden/ den von anfang wider dahyn/da sie angefangen hat/ soll sie aber fort gen / so kombt sie wider in den vorigen vmlauff / Diese zirkellini mag groß oder kleyn für genůmen werden / So man sie aber steygen macht/oder vnder sich fellt / so wirt eyn Schlangen lini darauß. Aber die Schlangen Lini ist vnentlich zůuerendern/darauß man wunderbarlich ding mag machen/Es sey in die Leng/Weyt/Höch/oder Tyff/ vñ wie es wißlich ist/das man allein vil seltzams dings/mit eyner Lini machen kan/da von die nichts wyssen/die jm nit nach dencken/vnd auch hie wenig da von gemeldet wirdet/ ist woll zůdencken/was mit zweyen dreyen oder vill Linien auß zůrichten sey / Vnnd sonderlich so die Dreyerley vnderschyd der Linien/ mit allen zůfellen zůsamen gebraucht werden/Dann es sind vil Linien zůmachen/ die an hilff andrer Linien nit kůnnen getzogen werden/ Auch ist not zů wyssen/was Paralell lini sind/im Latein also genant / die jch in vnserm deutzsch parr Lini will heissen/ Diß sind sölch Lini /das sie allweg gleych weyt von eynander lauffen / man zych sie schlecht/oder Schlangenkrum/ oder in zirkels weiß/ Man soll auch wyssen/wo zwů Lini nicht gleych weyt eynander lauffen/das sie im end zůsamen komen/vñ eyn spitzen winckel machen / Darumb zwey Perpendicular neben eynander/ Das sind zwů bleyschnůr / die da neben eynander hangen/geben nit gleych zwů auffrecht Barlini/Dañ sie lauffen im mittel punckten des erdrichs zůsamen/vnd machen eyn spitzigen winckel/Also thůnt all Linien/die nit gleich miteynander lauffen/Eintweder sie komen im endt zůsamen / oder aber sie lauffen stettig weytter von eynander / wie vorgemelt / Das aber die auffrechten wag Linien für barlinien gebraucht werden / ist auß der vrsach/ das sie so weyt als nemlich biß ins mittel des erdrichs zůlauffen haben / der halb das vnserm synn im gesicht vnmerckenlich wirdet vnd ist/Aber diese sort der bar vnd wag linien/ hab jch hie vnden auff gerissen/gerad schlangen krum/zirkelkrum/vnd wagrecht.

Gerad bar Linien/ Zirkelkrum bar Linien/ Schlangenkrum bar Linien/ wagrecht Linien



WO man nun eyn wenig verstanden hat/was die Lini seyn/ vnd jr vnderschyd/ So will jch fürbaß reden von der selbē leng die auch eyn breytten hat/ die allweg mit gee/ sie werd schlecht oder krum getzogen/ Die nent man Planū im latein/aber in deutzsch weyß jchs nit anders zů nennen/Dann ein ebne/wie woll mancherley vnderschyd darinn ist / wie hernach folgt/Eyn ebne möcht erdacht werden die auff allseyten keyn end het/Aber von der selben wöll wir hie nit handlen / Alleyn von denen die da anfang vnd endt haben / vnd die mit linien vmbtzogen mügen werden/auff das sie eyn gestalt gewynnen / Der selben sind mancherley / der jch eynteyls hie will anzeygen/Die erst ebne ist gantz gleich/ also das sie weder hoch noch nyder oder krum ist/Zum andern ist

It should be noted that the above-mentioned three lines may be drawn either short or long. And if one so desires, and time permits, the straight line can be drawn out eternally or reduced in the mind to a minimum. It can also be used in three ways: vertically, horizontally, or extending in depth. The circular line can be used in its entirety or partially, but it cannot be extended, because it ends where it was begun. This circular line can be large or small. However, if one attempts to incline or decline its course, it will become a serpentine line. But the serpentine line can be altered without limit, and wondrous things can be derived from it. Whether in length, width, height, or depth, many strange things can be constructed from a line by those who think—things of which those who do not think about such matters know nothing. Although only little is said about these matters here, it can be imagined what can be done with two, three, or more lines, especially if the three types of lines are used in combination in various arrangements. Many lines can be drawn, especially with the aid of different types of lines.

DEFINITION OF PARALLEL LINES

And it is necessary to know about parallel lines. They are lines which continue at all times equidistant from each other, whether they are ordinary lines or serpentine, or circular. One needs to know also that lines which do not continue at an equal distance from each other will eventually join at an acute angle. Like two perpendicular plumb lines which hang next to each other, they are not perfectly parallel. For when they meet in the center of the earth, they will form an acute angle. This is the case with all lines which do not continue equidistant from each other. Either they meet in the end, or they continue steadily. Plumb lines are used interchangeably with vertical lines, however, although they do join in the center of the earth, because our sense of sight cannot discern this fact. I have drawn below examples of parallel lines, circular parallel lines, and serpentine parallel lines.

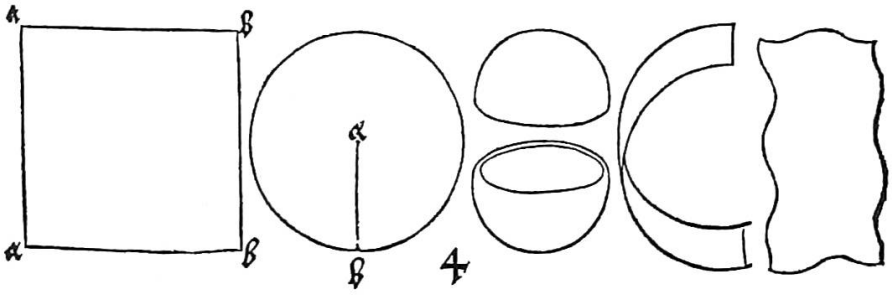
Straight Parallel Lines Circular Parallel Lines Serpentine Parallel Lines Plumb Lines

fig. 3

Now that we have understood a little better what lines are and how they differ, I shall describe those which have both length and width, whether they are drawn straight or uneven. They are called *planum* in Latin, but in German I do not know a word for them other than *Ebene* [surface]—although it is not exactly the same, as we shall see in the following. One could imagine a surface without limits on all of its sides; we shall deal here, however, only with those of limited area, which therefore can be circumscribed with lines, so that they are endowed with some shape. There are several kinds of these, as I will demonstrate. The first type is entirely even, neither high nor low.

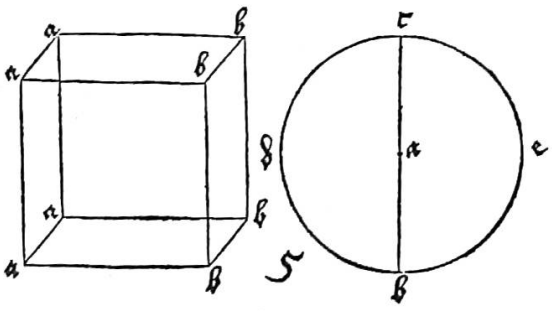
eyn ründe ebne/wie eyn halbe kugel/Zum drytten/ist eyn hole ebne/wie eyn ründer kessel/Zum vierden/ ist eyn beülette ebnen/an etlichen enden hoch an den andern nyder/Es sind auch ebenen wie eyn breytter reiff/eyn vnd außbogen/mancherley weyß verkert/dann alle dise ding söllen vnnd mögen zů der nutzbarkeyt gebraucht werden in den wercken/wo das nit geschicht/brichtman das haubt vergeblich mit/Erstlich will ich die erst recht ebne mit einer rechten firung vmbtzyhen/dem thů ich also/ich reyß eyn zwerch lini. a.b. damit far ich eben vnder sich/als ferr so lang sie ist/so wirdet darauß eyn gefirte ebne/Aber eyn ründe blatte ebne mach ich also/ Ich reyß eyn gerade lini.a.b.vnd halt die bey dem endt a. still an eyner stat.Aber mit dem end.b. far ich herumb/von dem anfang biß ich herwider vmb kome So macht das end.b.eyn ründen abschnyt/vñ bleybt der ort.a. eyn mittel punckt/vñ von disem punckten.a.ist vberall gleich weyt/an alle end der ründen ebnen/Solchs hab ich hie vnden als auff geryssen.

Eyn gefirte ebne gantz blat/ Eyn runde ebne Ein küglete ebne Ein hole ebne Eyn bogne ebne Ein beülette ebne/



SO nun von der leng vñ breyte/das ist die ebne ein wenig geredt ist/was sie sey/ So will ich nun sagen was die leng vnd breytte mit sambt der dicke sey/das sind die Corpora/auß denselben will ich etliche antzeygen vnnd leren/wie sie gemacht mügen werden/Erstlich nym die vorgemacht gefirt ebne.a.b.b.a.vnd far gerad mit vbersich/ als hoch als breyt sie ist/so wirdt ein recht gefirter würffel darauß/von gleichen seyten/von gleichē ebnen/ vñ von gleichen winckelen/Darnach nym die vorgemacht rund ebne/vnd reis aus dem mittel punckten.a.gerad hynauß byß ans endt der runden/da setz ein.c.also das.c.a.b.ein gerade lini sey/ vnnd setz auff die ein seiten auserhalb der runden ebne ein.d.auff die ander seyten.e.Aber.c.a.b.sey die art/ daran mus dise ebne vmgewent werdē vom.d.biß zum.e.so reist diser runder ryß/ein gantz runde kugel/die von aussen allenthalben gleich weyt zů jrem mittel punckten.a.hat/ Doch mus im vmb wenden die art in den punckte.c.b. stett bleiben/also hastu zwey volkome Corpora/Aber kein volkumener Corpus ist/das allenthalbē gleicher ist dann ein kügel/Dise zwey Corpora hab ich auff geryssen.

Eyn gefirt Corpus oder würffel/ Eyn runde kugel oder sper/



A iij

The second is round like half a sphere. The third is hollow like a round kettle. The fourth is beveled and high at one end, low on the other. There are also hooplike surfaces, which are alternately turned in or out. All these types can be put to use in works. If that were not so there would be no reason to break one's head [thinking about this]. To begin with, I want to draw a proper square. It is done in the following manner: I draw the base line *ab* and then extend it upward to a point equal to the length of the base line. It then becomes a square surface. But I draw a round surface as follows: I draw a straight line *ab* and hold it firmly at point *a*. At the end *b* I turn the line until I reach the beginning once more. Point *b* then becomes a round plate, whereas point *a* becomes the center, and from this point *a* the distance is the same to all points on the periphery of the round surface. I have drawn it below.

A square surface / a round surface / a spherical surface / a hollow surface / a bent surface / a beveled surface

fig. 4

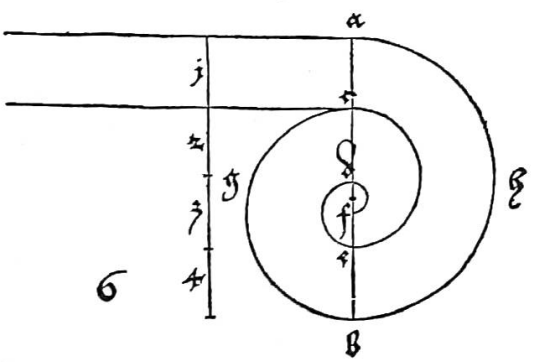
Now that I have spoken a little about length and width, and what they mean, I will speak of the length, width, and depth which form *corpora* [solids]. Of these I will now show several and demonstrate how they can be constructed. First, take the above-mentioned square surface *abba* and continue above it and next to it, as high as it is wide, and it will become a proper cube of equal sides, equal surfaces, and equal angles. Now take the above-mentioned round surface and draw a straight line from its center point to the periphery and mark that point *c*, so that *cab* is a straight line. Then mark the one side: *d* outside of the periphery, and opposite it an *e*. The line *cab* forms the axis on which the surface can be turned from *d* to *e*. In this manner it will form a round ball which measures the same from any point on its surface to the center *a*. We must make certain when turning it on its axis that the center point does not move. Here then are two perfect *corpora* [solids]. But there is no more perfect solid than a sphere. I have drawn these two *corpora* below.

A squared solid or cube / A round ball or sphere

fig. 5

WO nun angetzeägt ist/was ein lini/eyn breyte oder ebne/vnd eyn Corpus/das ist eyn leib sey so muß man auch wyssen / das sölche ding/ sie seyen groß oder kleyn / durch kunst gemessen mügen werden/dann das maß ereicht das fern vnd nahent / Nun will jch erstlich wider vornen anheben/ vnnd will etlich gemessen linien zyhen / die dann in etlichen wercken dinstlich zů brauchen sind/Es ist wyßlich/ das auß einer lini allein villerley gestalt getzogen / vnnd im auffreissen/angetzeigt mügen werden / Aber erstlich will jch ein schnecken lini/mit dem zirckel zyhen/ auff einer ebne / dann es wirdet sich der planus oder ebne/ stettigs müssen brauchen lassen / es sey vmb der lini oder Corpus willen/ Dise schneckenlini reiß jch also/jch mach ein auffrechte lini die sey oben. a vnden.b.die theyl jch mit dreyen punckten.c.d.e/in vier gleiche felt/ Darnach teyl jch.d.e.mit einē punckten.f.in zwey gleiche felt/darnach setz jch auff die recht seytten der lini ein.g.auff die linck ein. h. darnach nym jch ein zirckel/vnd setz jn mit dem einen fuß in den punckten.d.vnnd mit dem andern in den punckten.a.vnd reiß auff die seyten.h.byß vnden in den punckten.b.Darnach nym jch den zirckel vnd setz jn mit dem ein fuß in den punckten.f.vnd mit dem andern in den punckten.c. vnnd reyß gegen der seyten.g.byß vnden in den punckten.b.Aber nym jch den zirckel/ setz jn mit dem ein fuß in den punckte d.vnd reiß gegen der seyten.h. mit dem andern fuß auß dem punckten.c. byß in den punckten.e. Darnach setz jch den zirckel mit dem einen fuß in den punckten.f.vnd den andern in den punckten .d. vnnd reiß von dann auff die seyten.g.byß in den punckte.e.Darnach setz jch den zirckel auff die lini.a.b.mit dem einen fuß/mitten zwischen.d.f.vnd den andern fuß setz jch in den punckten.d. vnd reiß von dann auff die seytten.h.byß in den pnnckten.f.Also ist dise lini vertig/vnd ist zůuil dingen gebreuchlich vnd vnder andern/ist sie zů einem horneiffen/an ein capitel nützlich/ Vnd das destbaß zůuersteen/ hab jch zwůe gerad zwerchlini hie vnden auffgeryssen/auß den zweyen punckte.a.c.vnd von der schnecken lini hynder sich getzogen.

Dise Schnecken lini ist mit dem zirckel zogen.



VVn will jch ein andre schnecken lini/vnd einer andern weiß zihen/die in vil dingen zů brauchen vnd fast nützlich ist / wirdet auch vil darauß erleme/ sie ist auch an der vorigen lini stat zů brauchen/jren anfang nym jch auß dem mittel punckten/ von dañ geet jr leng in die weyten/so fern man will/doch bleybt jr felt/zwischen der vberlegung der linie alweg gleich weit darzwischen/allein im ersten vmlauff nit/aber dise schneckenlini/mach jch also jch setz ein punckten.a vnd reiß ein zirckelris daruun so weit jch die schnecken lini will lauffen lassen / Vnd teyl dise runde lini mit 12.punckten in.12.gleiche felt/darnach reiß jch auß dem Centro.a.ein gerade lini vbersich byß an den ruuden ryß der ende sey.b.in den selben punckten setz jch.12. vnnd heb die teylung der punckten des runden ryß an zů zelen gegen der lincken hand/1/2/3/ꝛc byß herum auff die 12. Aber die gerad lini.a.b.teyl jch mit. 23. punckten in.24. gleiche felt vnd heb am.a.an zu zellen/ 1/2/3/ꝛc Darnach nym jch ein gerad richtscheyt vnd stich die punckten der itzt gemelten lini.a.b.darauff vnd betzeychens mit jren zyffern/vnd leg das bey der myndern zal mit dem ein ort.a.auff den Centrum.a.vnd /mit dem ort.b. auff den zirckelryß auff den punckten.i. vnnd wo dann das richtscheyt mit seim punckteu.i.hyn zeyge

CONSTRUCTION OF SPIRALS

If it has now been demonstrated what is a line, a width, a surface, and a solid, it must be understood that such things, be they large or small, can be measured with the necessary skill, and can be rendered in proper size for close proximity or distance. Now I will draw several other constructed lines which may prove useful in some applications. It is clear that a line can be formed in various ways which can be shown in a drawing. But first I will draw a snakelike line [spiral] by means of a compass. It will be on one plane, because this will always be useful whether it is in the form of a line or a solid. It is done as follows. First I draw a vertical line, marked *a* on top and *b* on the bottom, and I divide it at three points, *c, d,* and *e,* into four equal parts. Then I divide *de* in half and mark the center *f.* I then mark the left side *g* and the right side *h* [reversed in the illustration]. I then take a compass and place its legs on points *d* and *a* and draw an arc on side *h* up to point *b.* Following this, I place the legs of the compass on points *f* and *c* and draw an arc on side *g* up to point *b.* And again I take the compass, placing its legs on points *d* and *c,* and draw an arc on side *h* up to point *e.* I place the compass on the vertical line *ab* with one of its legs on a point in the middle between *d* and *f* and the other on point *d,* and then I draw an arc on side *h* up to point *f.* This will complete the line. It can be utilized in many ways—for instance, for the decoration of the capitals of columns. To make this method clear, I have drawn below two horizontal lines, ending in points *a* and *c,* from which the spiral lines emerge.

This spiral line is drawn by means of a compass *Archimedian Method.*

fig. 6

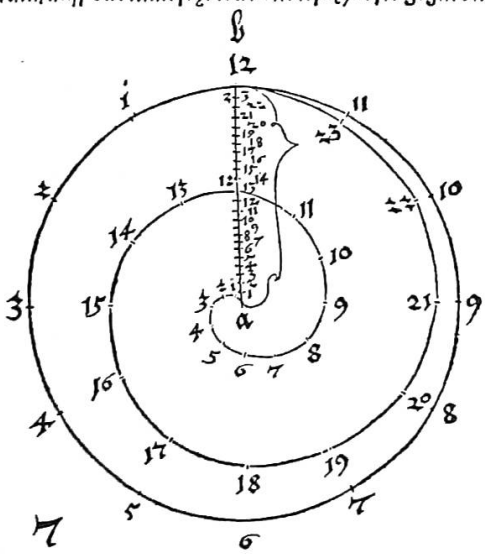
METHOD 2

Now I will draw another spiral by a different method which can be put to many uses and is very practical. Much can be learned from it, and it can be used instead of the one described before. It originates from its center point and continues in length as far as desired. The space between the arcs remains constant, except in the first revolution. I construct it by drawing a circle with a compass around center point *a* with a diameter of the furthest extent of the desired spiral. Then I divide this circular line into twelve parts. From the center point *a* I erect a vertical line to the periphery and mark that point *b.* That same point I also mark mark 12, and then I begin marking the divisions of the periphery 1, 2, 3, etc. towards the left, until I reach 12. I divide the straight line *ab* with twenty-three points into twenty-four equal spaces, numbering them 1, 2, 3, etc. I then take a ruler and pinpoint these points of line *ab,* and I mark each point with its number on the ruler. Then I place the point *a* of the ruler on point *a* of the diagram, and point *b* of the ruler on point 1 of the arc. I then mark 1 at the spot on the diagram indicated by point 1 on the ruler.

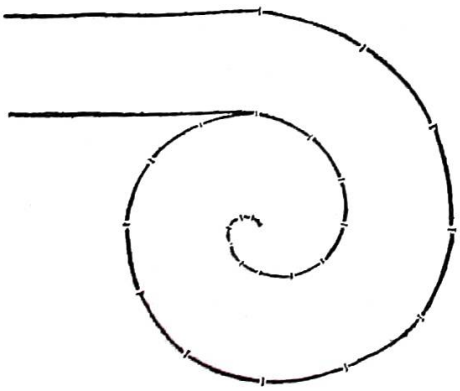
Cf. Appendix, p. 441.

da setz jch auch ein punckten.i.Also far jch zů ring herumb zů allen zalen im zirckelryß vnd laß allweg das richtscheyt im Centro.a.stet bleiben/so werden die punckten des richtscheyt alle punckte der schneckenlini antzeygen durch die zal wo man sie hyn setzen soll/ Darumb merck eben auff die zal so kanst du nit jrre werden/Aber so die lini zwyfach vber einander laufft/vnd im zirckelriß nun/12/stett/aber im vmlauffeten richtscheyt.23. so hab acht das die zal des richtscheytz ordenlich fürge/ dann zu der zal.i. kumbt.13.auff/2/14/3/15/4/16/5/17/6/18/7/19/8/20/9/21/10/22/11/23/ man mag auch dise lini vilfeltig vbereinander zihen/wer seyn bedarff/der mehr die zal im richtscheyt mit den punckten/ vnd laß die punckten im zirckelryß vngeendert/ dise schnecken lini ist hiebey also auff geryssen mit allen zyffern/ So man aber dise schnecken lini recht sehen vnd brauchen will/muß man die zirckellini vñ das punckt irt richtscheyt mit allen jren ziffern dannen thůn/dardurch dann die schneckenlini gemacht ist worden/vnd allein die schnecken lini mit jren punckten bleiben vnd ledig steen lassen/vnd wie sie getzogen sollen werden/also hab jch sie zweymal wie obgemelt hie nach auffgeryssen/Vnnd sonderlich hab jch zů der ledigen schneckenlini zwů gestrackt linien gethan vnnd vberzwerch getzogen gegen der lincken hand/zů gleichenn wincklen/die ober auß dem punckten.12.da das.b.stett/aber die vnnder von dem punckten.12.der schnecken lini/auff das man sehe was vnderschydt sie gegen der ersten hab.

Die Schnecken lini/



Schnecken lini ledig/



A iiij

I then continue around the circle in like manner, always holding point *a* of the ruler at point *a* of the diagram, marking off consecutively the numbers of the ruler. If you pay attention to the numbers you cannot go wrong. When the numbers come up a second time, and you reach point 12 on the circular line, but point 23 on the ruler, be careful that the numbers on the ruler continue accurately, for 1 corresponds to 13, 2 to 14, 3 to 15, 4 to 16, 5 to 17, 6 to 18, 7 to 19, 8 to 20, 9 to 21, 10 to 22, and 11 to 23. And one can continue other lines above these points, if required, with a greater number of points on the ruler, leaving the numbers on the circular line unchanged. The spiral is thereby indicated by its numbers. In order to see the spiral line properly and put it to use, we must remove the ruler and the circular line with all its numbers, so that only the spiral line with all its points will be left standing out alone. I have illustrated below, in two diagrams, how this is to be drawn, in accordance with the above explanation. To the remaining spiral line I have merely added two parallel lines horizontally towards the left at the same angles, the upper one from points 12 and *b*, and the lower one from point 12 of the spiral line, so that one can see the difference from the first method.

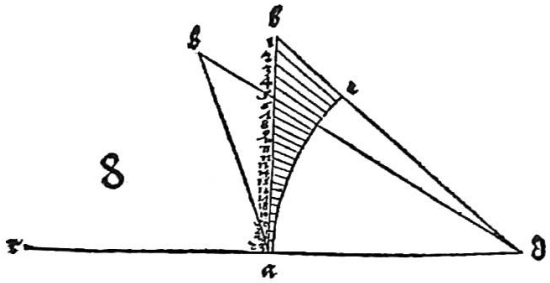
The spiral line

fig. 7

The spiral line only

Vn will jch dise egemachte schneckenlini/noch ein mal verendern/ durch das punckteirt richscheydt.a.b.darauß die schneckenlini gemacht wirdet/die mus man anderst dann vor punckteirn/das geschicht durch zweyerley linien/einer krumen vnd geraden/die da zůsamen gesetzt werden /da eine durch die andern gemessen wirdet/ vnd eine der andern vngleich/doch vergleichlich / wie woll durch vngleych teyl die mach jch also / Jch reiß einn auffrechte lini / als lang das richtscheydt ist damit jch die schneckenlini mach/die sey oben.b.vnden.a. Darnach reiß jch ein zwerch lini.c.d.also das die auffrecht mit dem punckte.a.gerad zů gleichen wincklen darauff stehe/Darnach reiß jch ein gerade ortlini.d.b.vñ nym ein zirckel vnd setz jn mit dem ein fuß in den punckten.d.vnd mit dem andern fuß in den punckten. a. vnd reiß von dann rund vbersich byß in den ort strich.d.b. vnd wo sie die an rürt da setz jch punckten.e/Darnach theyl jch dise krume lini.a.e.mit.23. punckte in.24.gleiche felt/vnd reis auß dem punckten.d.gerad lini durch all punckten in.a.e.byß in die gestrackt lini.a.b. Vnd wo dise linien die lini.a.b.durch schneiden/die selben punckt betzeichen jch mit zyffern/ vnnd heb oben vnder dem.b.an zů zelen/1/2/3/4/ꝛc/byß herab zum.a. aus dem erscheindt wie sich die fellt zwischen den punckten vbersich erweytern/ vnnd vnden herab enger werden/Dyß punckten stich jch auff eyn richtscheidt/das jch in der arbeyt im vmblauffen brauchen will/ Sölche zů rüstung hab jch hie vnden auffgeryssen vnd merck sonderlich das auß disem stück vill zů machen/ das hie nit angetzeigt ist/ Dise schnecken lini laufft nit parweis vbereinander.

Nach diser lini.b.a.mus das richtscheydt zum vmlauff des schnecken punckteirt werden.



Wilt aber aussen zwischen der schnecken lini die fel noch mehr erweytern/ vnd hynein enger machen/so leyn die auffrecht lini.a.b.oben mit dem.b. gegen dem punckten.c. Vnnd reis darnach die ortlini. d.b. wider zůsamen / so wirdt der zirckelris.a. e kürtzer /Darnach theyl allding von newen wider ein wie vor so finstu in der arbeyt eyn gros endrung / solchs ist auch oben im auffreissen zum theil antzeigt/ So nun die verendert lini. a.b.mit jren punckten auff das richtscheidt gestochē wirdet/ alßdañ reis ein runden zirckelris darin dein richtscheit vndē mit dem punckten.a.den Centrum/vnd oben mit dem punckten.b.den zirckelriß anrür / vnd setz oben anff den punckten.b.12.vnnd nym den gebrauch wie vor in der negsten schneckenlini angetzeigt/ Doch wie du vor auß dem Centro herauß geloffen bist/also lauff itzt von dem eussern zirckelris hinein/Darum setz die zyffer der punckten im zirkelris auff die ander seyten/vñ heb an zů zellen.1/2/3/4/ ꝛc so sichstu den vnderschidt gegen der vorigen lini/wie das hie vnden zwyr / der fordern ordnung gemeß auffgerissen ist/da bey du sichst wie eins hübscher dann das ander ist.

METHOD 3

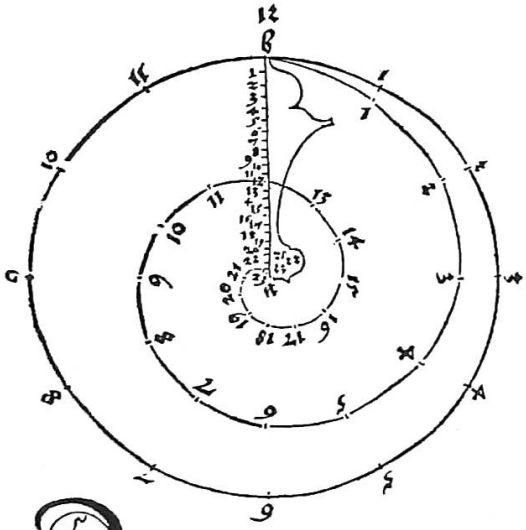
Now I shall alter the above-mentioned spiral once more by means of that demarcated ruler *ab* which was used to construct it. The spiral will now have its points pre-indicated in a different manner. It is done by means of two kinds of lines, a straight one and a curved one, which are placed together, because one will be measured by the other one. One is different from the other; yet they are analogous on account of their unequal parts. I proceed as follows: I draw a vertical line of equal length to the ruler which I used to construct the spiral. I mark the line *b* on top and *a* on the bottom. I then draw a horizontal line *cd,* on which the vertical line rests at point *a* at a right angle. Then I draw a straight inclined line *db,* and place the legs of a compass on points *d* and *a.* I then draw an arc from *a* to a point on line *db* and mark that point *e.* Then I divide this arc *ae* with twenty-three points into twenty-four equal parts and draw straight lines from each point on line *ae* to the vertical line *ab* with each of the connecting lines pointing towards point *d.* And where these lines meet line *ab,* I mark each point with a number, starting to count from the top point *b,* with 1, 2, 3, 4, etc., down to point *a.* It will become apparent that the spaces between the lines become larger toward the top and narrower toward the bottom. I then engrave the points on a ruler which I will use in the ensuing task. I have drawn all this below. Keep in mind that many other things of which I have not spoken here can also be done with this device. This spiral will not run in parallel lines one above the other.

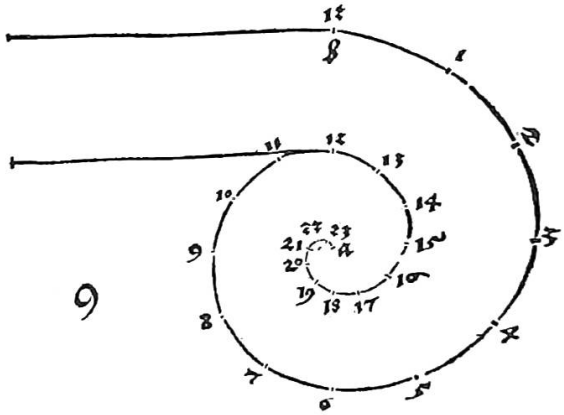
The ruler used for turning out the spiral line has to have its points engraved according to this line *ba.*

fig. 8

But if you want to increase the spaces between the outer lines of the spiral even more and make those closer to the center narrower, then incline the vertical line *ab* at its upper end *b* towards point *c.* Then redraw the line *db.* It will reduce the length of the arc *ae.* Then begin to divide all the lines once more as before. You will then find a considerable change, as is partially shown in the above diagram. Once the altered line *ab* and its points are marked on the ruler, draw a circle whose center corresponds to point *a* on the ruler, and whose periphery touches point *b* of the ruler. Mark point *b* on the periphery 12; then use the same method shown on the preceding spiral; but whereas before you proceeded from the center to the outside, you will now proceed from the outside toward the center. You will therefore place the numbers on the opposite side and begin to count, 1, 2, 3, 4, etc. You can see the difference between the preceding method and the present one in the following two diagrams, and you will see that one is better than the next.

Die geendert schnecken lini/ Die geendert schnecken lini ledig/

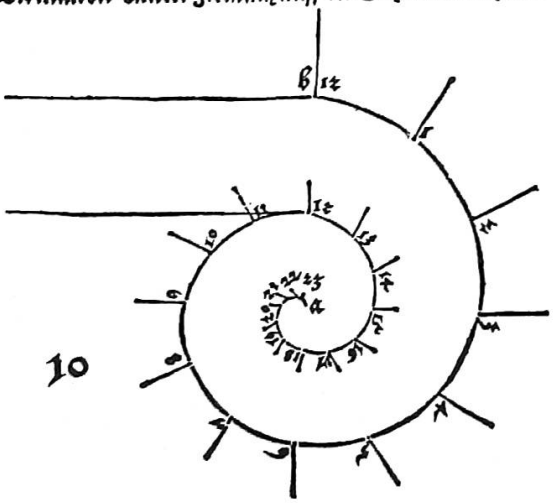




9

Item so du auff eyn schneckenlini bey allen zyffern der punckten/gerad linien stellē wilt/die sich nach ordnung schicken/So thu jm also/nym eyn richtscheyt/ vnd laß das mit einem ort an rüren den Centro. a. vnd den andem teyl leg an den punckten. 12. vnnd reiß am richtscheydt von dannen gerade lini hyn auß/Also laß das richtscheydt mit dem eyn theyl stettigs an dem Centro. a. still sten/Aber mit dem andem theyl far zů rings herumb zue allen punckten der schneckenlini/als da ist zue/1/2/3/4/1c̄/ vnd reiß gerad linien hynauß/byß du herumb kumst zů dem Centro. a. diß sichstu hie vnden auff geryssen.

Wie man die Linien gebürlich anff die Schneckenlini stellen soll.



10

fig. 9

If you wish to place straight lines on a spiral at each numbered point, it is necessary to do this in orderly fashion. Proceed as follows. Take a ruler whose one point touches center point *a* and whose other end touches point 12, from which point you draw a straight line along the ruler towards the outside. Then continue, letting one end of the ruler touch center point *a*, while its other end moves from point to point of the spiral, i.e., 1, 2, 3, 4, etc., and draw straight lines towards the outside until you reach the center point *a*, as I have shown below.

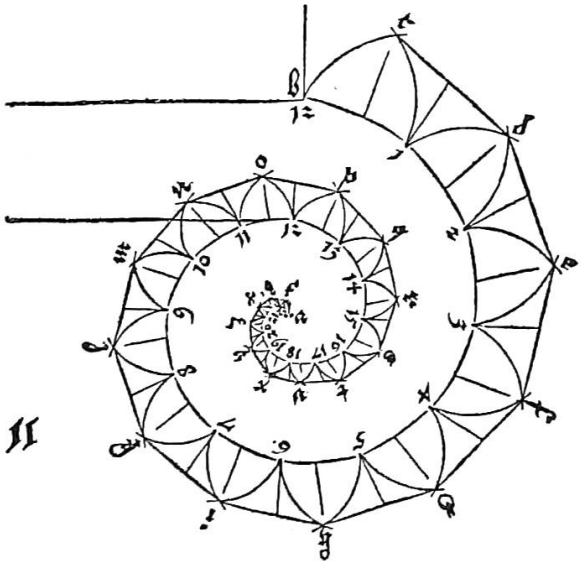
How to draw the lines properly to emanate from a spiral

fig. 10

Cf. Staigmüller 1891, p. 9.

Wie dir aberfinden sollt nach ordnung/die leng einer yetlichen geraden Linien / die da auff den Schnecken gesetzt würdt dem thů also/ Nym eyn zirckel/ setz jn mit dem: ein fuß in den Punckten.12. Vnd den Andern in den Punckten.1. vnd reyß von dañ rund vbersich/ Darnach setz des zirckels fus in den Punckten.1. vnd den andern in den Punckten.12. von dañ reiß auch rundt vbersich / wo sich dann die zwen runden ryß durch eynander schneyden / da setz eyhn Punckten.c. Also thů zwischen allen Punckten der zyffern in der Schnecken Lini / als zwischen .1/2. vnnd.2/3 ꝛc. vnnd bezeichen oben die schlůß der runden Ryß nach eynander / Als.d.e.f.g.ꝛc. durchs ganz abc/ so weyt es reycht/ So du dañ mit geraden Lini zůsamen zeůchst.c.d. vnd.d.e. vnd.f.g.ꝛc/ also durch den gantzen vmblauff aller bůchstabenn/ so schneyden sie dir ab die gestragten Linien die da getzogen sind aus den Punckten.1/2/3/4/ꝛc/ also durch die andern zall all/ So du aber die bletter / die durch die runden Ryß worden sind/ füglich mit eym mittel Ryß teylen willt / so reiß erstlich aus dem Punckten. c. darnach aus den Punckten. d.e.f.g.ꝛc/ geradt Linien gegen dem Centro.a. byß auff die Schneckenlini/ Also komen diese ding ordenlich/ das sichestu hieunden auffgeryssen.

Wie lang nach ordnung die geraden Linien auff der Schnecken Lini seyn sollen.



II

Vorthyn will ich die Schneckenlini eynfach machen / vnd vom Cirkelryß in Centrũ a. füren / auch wider bletter darauff setzen/ Aber die geraden Linien/ die durch die bletter getzogen werden/ stendt anderst/ dañ die vorgestelten Linien/ Erstlich reiß aus dem zentrum.a. ein zirckelriß/ vnd puncktir jn mit ziffern wie vor/ Aber die auffrecht Lini/ a.b. damit du vmher ferst/ die zerteyl mit.11. punckten in.12. gleiche felt/ Vnd far dañ wider mit herům/ wie du vor berichtbist/ vnd puncktir die Schneckenlini/ byß in Centro.a. Also ist disse Lini gemacht vnd zů vill dingen breuchlich / sonderlich ist sie auch zů eynem Bischoffstab zů brauchen/ zů dem mus man jm also thun/ Zeůch von dem zirckelriß/ auß dem puncktem.6. eyn gerade Lini vndersich / vñ brauch den halben zirckelryß/ mit der grössern zall/ zů sambt der Schneckenlini/ Aber den andern halben zirckel/ mit der mindern zal/ laß aussen/ darnach nym ein zirckel/ vñ setz jn mit dem

If you wish to determine the proper length of any straight line to be placed on a spiral, then proceed as follows: Take a compass and place one of its legs on point 12 and the other on point 1 and draw an arc to a point above. Then place a leg of the compass on point 1 and the other on point 12 and draw an arc to a point above, and where the two arcs cross, mark this point *c*. Do likewise between all numbered points of the spiral, i.e., between 1 and 2 and 2 and 3, and mark the crossing of each pair of arcs above one after the other, *d, e, f, g,* etc., all the way through as far as it goes. Then proceed to connect the straight lines *cd* and *de* and *fg,* etc., until you have done so for all the letters. The connecting lines will cut off the vertical lines erected on points 1, 2, 3, 4, etc., and all the other numbers. If you then decide to divide the leaves which derive from the arcs drawn by means of the compass, simply draw a line directed towards the center *a* from point *c,* and then from points *d, e, f, g,* etc., down to the spiral line. Constructed in that manner, everything will appear to be in proper order, as shown below.

The Proper Length of Straight Lines Erected on a Spiral

fig. 11

Henceforth I shall construct a spiral very simply and lead the line from an outer circle to its center *a*. And again I will place leaves on this spiral line. But the straight lines which are drawn inside the leaves will be erected in a different manner from before. First, draw a circle around center point *a,* and mark it with numbers as before. Divide the vertical line, which you use for a movable scale, with eleven points into twelve equal parts. Then rotate it as before, marking off the spiral line until you reach the center *a*. Then you have accomplished it: the line is drawn, and it can be used for many purposes, especially for a bishop's crozier.

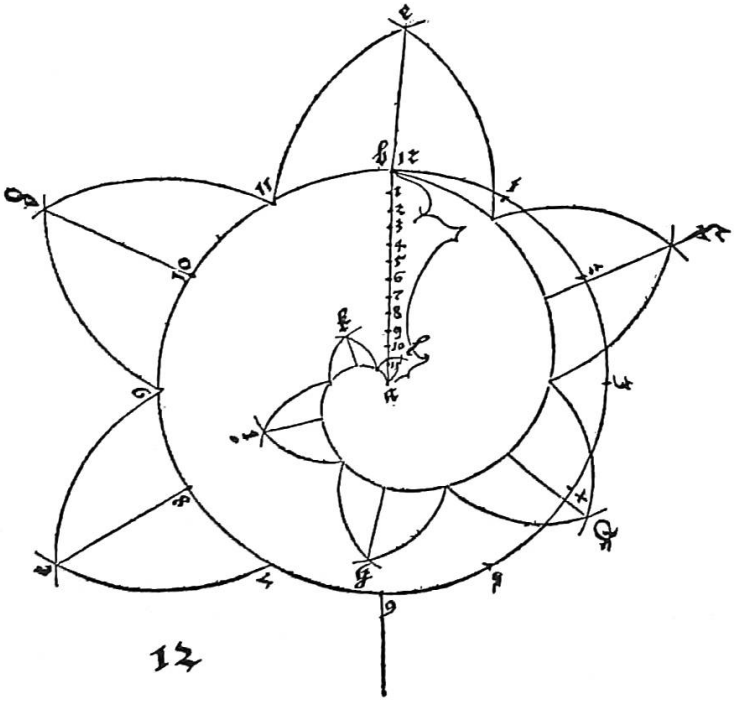
CONSTRUCTION OF A BISHOP'S CROZIER

In this case, draw a straight line downward from point 6 of the circle. Use only half of the circle, the one with the higher numbers, including the spiral, but eliminate the other half of the circle, with the lower numbers. Then take a compass and place one of its legs

For a preliminary sketch by Dürer, see Appendix, p. 441

ein fuß auf der zirckellini in dē punckte.9.vñ mit dē andem füß/in dē punckte.7.vñ reyß vondañ rund herauß/eyn rundt zirckeltrum/ darnach setz den eyn fuß in den punckten.7. vnd reyß mit dem andern fuß auß dem punckten.9.herauß/ vnd wo sich die zwü krumen linien oben schliessen/da setz eyn punckten.c.vnnd reiß von der zirckellini/auß dem punckten.8.ein gerade lini in dem punckten.c.Also thū jm auch zwischen den zweyen punckten.9.vnd.11.vnd setz oben in der runden schlyssung eyn.d.Darnach setz den zirckel / mit dem eyn fuß/im zirckelriß/ in den punckten.11.vnnd mit dem andern fuß/auff die schneckenlini in den punckten.1.vnd reyß von dann vbersich hynauß/ Darnach setz wider den ein fuß in den vorgemeltem punckten.1. vnd den andern in den punckten. 11. vñ reyß von dañ hynaus wo dañ die krumen linien schlyssen da setz eyn.e.Also thū im darnach zu gleicher weis/auff der schneckenlini/ zwischen den punckten.1/2.vnd.3/5.vnd.5/7.vnd.7/9.vnd. 9/11. vnd betzeichen oben jr schlüs/nach einander.f.g.h.i.k.Darnach reis den blettern/auff in der schneckenlini.geradt vys.e.12/.f.2/g.4/h.6 i.8/k.10/Darnach bleibt noch vber ein trum zwischen.11.vnd dem Centro. a. das zeüch auch mit dem zirckel züsamen/vnd der schlus sey oben.l.Solichs wie oben beschriben/ hab jch also nachfolget zwifel tig auff geryssen/Erstlich mit allen nöttigen rissen/darauß dise ding gemacht sind/darnach ledig/ Dise verzeichnus ist zü vil dingen nützlich / Auch ist dise schneckenlini / ledig zü einem laubhössen zü brauchen/wie jch das auch hie nach hab auffgeryssen.

Dise Lini dint zu eynem Bischofstab.



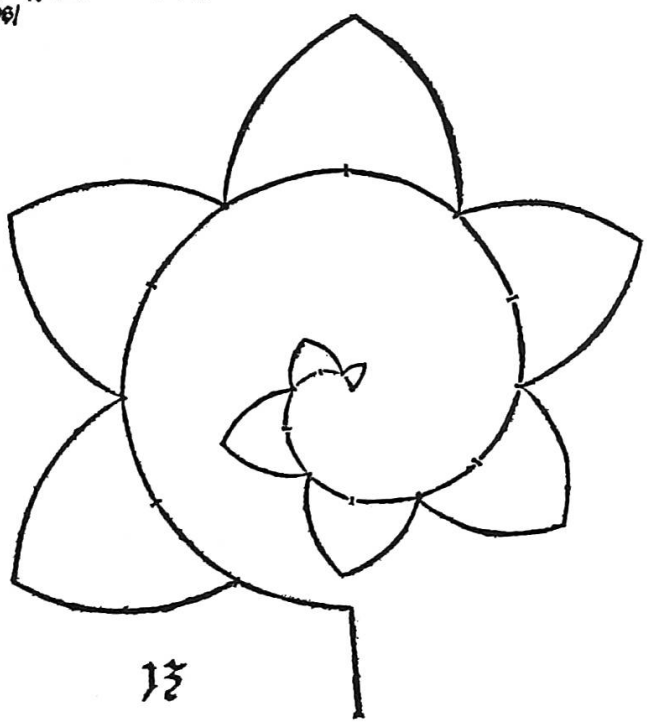
12

on point 9 of the circle and the other on point 7 and draw a complete circle. Then place one leg of the compass on point 7 and the other on point 9 and draw a circle. Mark the point where the two arcs meet *c*. Then draw a straight line from point 8 on the circle to point *c*. Do the same for points 9 and 11, and mark the points where the arcs meet *d*. Then place the two legs of the compass onto points 11 of the circle and point 1 of the spiral and draw a circular line above. Then reverse the compass on these same points and draw an arc in the opposite direction. Where the arcs join, mark the point *e*. Then continue likewise along the spiral line with points 1 and 2, 3 and 5, 5 and 7, 7 and 9, and 9 and 11, marking the points where the curves join *f, g, h, i, k*. Then draw in each leaf a straight line down to the spiral line. These lines will be called *e*12, *f*2, *g*4, *h*6, *i*8, *k*10. There remains a section between 11 and center point *a*. Connect it also by means of the compass and mark its apex *l*. And what I have described above I have drawn below, first with all the necessary lines of construction and then without them. This construction has many applications. The spiral line can be used for a crocket, as shown in the diagram.

This Line is Meant for a Bishop's Crozier.

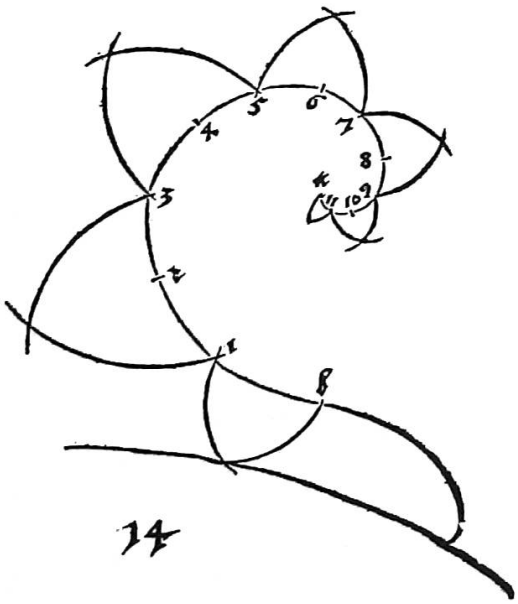
fig. 12

Dise blosse lini des Bischoff stabs/



13

Dise lini dienet zů eim lawhosen.



14

The Line of a Bishop's Crozier

fig. 13

Construction of a Crocket

fig. 14

Dist zů mercken / das der zirckelrys durch welchē eyn Schneckenlini getzogen wirdet / mit punckten so in vil theil geteilt mag werdē/als man will/dañ yhe in mehr teyl er geteylt wirdet yhe genewer damit zůmessen ist/ vnd in so vil theyl du die zirkellini teylst/ so in vil theyl musstu alweg dein richtscheyt theylen/darauß du die schnecken lini eynfach wilt machen/Wiltu sie aber zwyfach tryfach/oder vierfach ꝛc machen / so vilfeltig dein richtscheyt mit den punckten vnd zaln zwyfach tryfach oder vierfach ꝛc/vnd lauff darnach wider mit herum/so findt sich dein begern/Ob du aber sorgest/so du dein richtscheyt vilfeltigst/ vnd im vmlauffen auff dem zirckelryß von der vngleychē zal wegen/die sich begeben vnnd vbereynander lauffen/du möchtest dariñ jrre werden/ so thů jm also/ So du die zirckellini geteilt hast/ich setz hie in/12/teyl/so du dann dein schnecken lini/zwyfach/tryfach/ oder vierfach wilt lassen herum lauffen / So theyl dein richtscheyt in so vil punckten du wilt/ vnnd setz die zyffer darzů.1/2/3/ ꝛc byß auff.12. Darnach heb wider an zů zellen.1 /2/3/ꝛc byß auff.12.darnach thů jm wider also/vnd aber also/ Vnnd richt dein richtscheyt mit den zyffern/das die zal alweg zů samen stymmen im zirckelryß vnd im richtscheyt/darmit du herum lauffest/ so kanstu nit jrre werden/ So nun die schnecken lini auff einer rechten ebne getzogē ist/will ich sie nachuolget von vnden vbersich ziehen leren / Es ist zů mercken sö man etwas machen will / soll man jm vor seyn grundt setzen/es sey gebäw oder anders/ Des halb kan man die schneckē lini nit woll vbersich füren/ sie sey dañ vor im grund auff einer ebne nider gelegt/ Darumb reyß erstlich den grund der negst vorgemachten blossen schneckē lini mit sambt jrer zirckellini/ darauß sie dann gemacht ist/ wie sie dann da vorn stett/ Aber alle jre bletter laß aussen/ Doch mustu die ziffer bey den punckten in der schnecken lini verkeren das merck also/ so du im zirkelryß herum komen byst/ von.1.byß auff.12.darnach dützt du mit den punckten hynein in die schnecken lini/ da hebt sich die zal aber an/1/2/3/ ꝛc dem thu aber hie anderst/ so du von dem punckten 12.der zirckellini in den ersten punckten der schnecken lini dützt da dañ vor eins stett / an die selb stat setz 13.also forthyn in der zall byß auff.23.So nun diser grundt vnden auffgeryssen ist/alßdann reyß eyn auffrechte gerade lini auß dem punckten.6.vbersich durch den Centrum.a.vnd durch den punckte. 12 so hoch du der bedarfft/ Vnd zů jrem end setz oben eyn.a.dann der selb punckt.a.stett ob dem Centro.a Darnach schneyd vnden dise auffrechte lini/a.mit einer zwerch lini.c.d.ab/der ort sey.b.Dise lini.a.b theil mit.23.punckten/in.24.gleiche felt/ Jch will aber hie die felt vbersich in einer ordnung erlengen/ wie voren angetzeigt/Darumb nym jch wider den selben weg fur mich/alleyn die zwen bustaben verker jch/das.a.setz jch oben das.b.vnden/des gleichen heb jch mit den zyffern vnden an zůzelen vbersich 1/2/3/ꝛc So nun dise auffrechte lini geteylt mit jren punckten vnd zyffern mitten auff dem grund stet alßdañ far jch mit einer auffrechtē lini auß dem grundt des punckten.1. vbersich durch die zwerch lini c.d.Darnach far jch auß der rechtē lini.a.b.auß dem punckte.i.mit einer zwerg lini gegen der auffrechten lini/die auß dem grundt des punckten.i. vbersich zogen ist/ wo dann dise zwů lini eyn eck schliessen/ da setz jch ein punckte.1. diß ist der erst punckte/der da anfecht in der auffgetzognen schnecken lini/ Also thůe jch im durch die gantz zal vnd punckten/des nyder getrügten grundes vñ der auffzognen lini. a.b zů beyden seyten/So punckart sich die schnecken lini von dem vndersten punckten .b.vbersich byß zů dem punckten.a.darnach zeůch jch die schnecken lini von punckt zů punckt/ Item so durch dise lini eyn schnecken steyg/in ein dům dach gemacht wirdet/so soll die vnderst staffel vil lenger seyn dañ die oberst Vnd also hinauff nach ordnung ab geteilt werden/vnd ye mehr in spitzen / ye mehr söllen nach obgemelten dingen die staffeln höher werden / wie jch das hienach erstlich den grund des schnecken/ vnnd darob den schnecken auffgetzogen/mit allen nöttigen gestrackten linien/ Vnd darnach die schnecken lini auch gantz ledig hab auff geryssen / Dise schnecken lini mag man eng vbereynander zyhen / oder rösch in die höch streychen lassen / darnach man die lini.a.b.kurtz oder lang macht / Dise lini ist zůuil andern dingē nütz/Auch hab jch den dryangel.a.b.c.darauß jch die lini.a.b.in jren teylen oben erlengt hab/durch den zirckelryß .a .e.mit aller zůgehörung hernach auffgeryssenn / Item die obgemeltenn schnecken linien / mügen auch ecket getzogen werden so man allweg ein punckten oder zal zwisschen zweyen aussen lest/ merck in dem auff zognen schnecken / so du zeůchst auß dem punckten.b. byß auff 2.ein gestrackte lini/ von zweyen auff.4.von.4.auff.6.ꝛc Also forthin durch auß biß zů dem end/a.

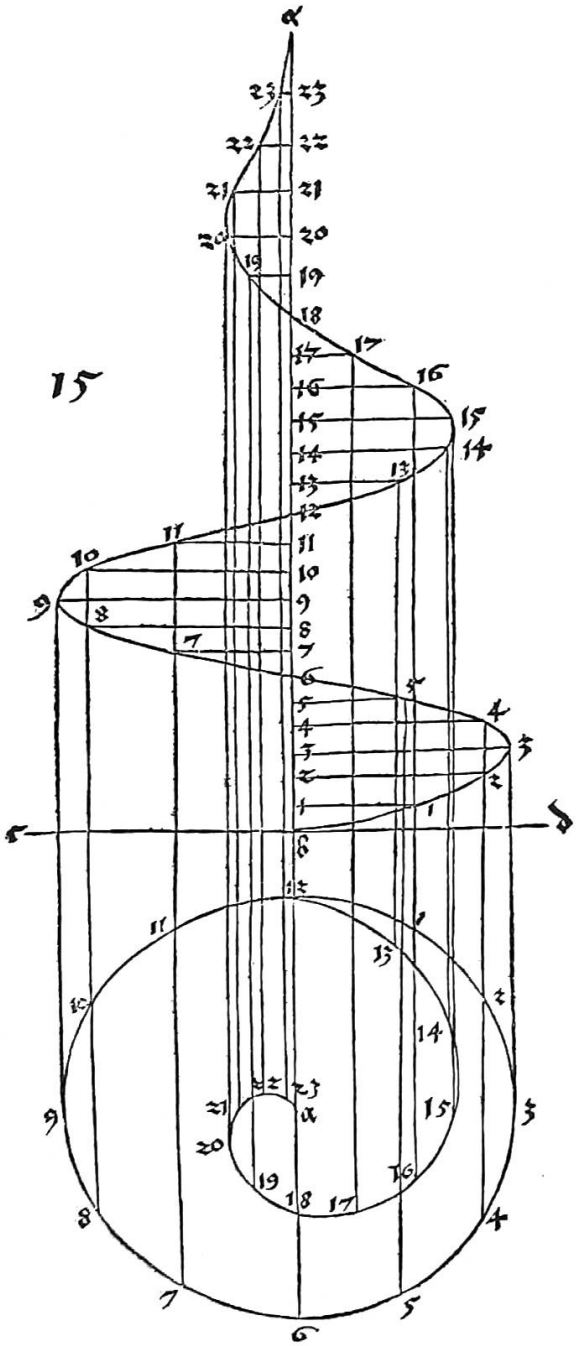
B

PROJECTION OF A SPIRAL

It must be remembered that the circle used to construct a spiral may be divided into as many parts as desired. The more parts, the more exactly it can be measured. You must also divide the ruler used for the construction of a single spiral into as many parts as you divide the circle. If you intend to construct a double, triple, or quadruple spiral, your ruler must be correspondingly divided into double, triple, or quadruple scales. If you then proceed around the curve, you will succeed in your endeavor. But if you are afraid you might get confused because of possible uneven numbers, then proceed as follows. After you have divided the circle, say into twelve parts, and you desire to have a spiral line with two, three, or four rotations, then divide your ruler into as many parts as you like and mark them with numbers 1, 2, 3, etc., up to 12. Then count again, 1, 2, 3, etc., up to 12, then once more, and again. Adjust your ruler so that the numbers of the ruler and the circle will always correspond as you proceed around it. In that manner, you cannot get confused.

Now that you have drawn a spiral on a flat surface, I want to teach you in what follows how to draw it in projection. Note that in such cases one should place a structure next to its ground plan, whether it is a building or anything else. For that reason one cannot very well draw a spiral in projection unless it is placed on its ground plan. Therefore, I first draw a spiral line, as described above, including the circle from which it was constructed, but without the lines of construction and leaves. But you must reverse the numbers of the points 1-12, counting 1, 2, 3, etc., towards the center, beginning with the original point 12, and changing the former point 1 of the spiral line to point 13 and continuing up to 23. Now that you have drawn the ground plan, draw a vertical line from point 6 through center point *a* and point 12, and extend it upward as far as you desire. Then draw a horizontal line above the ground plan and mark it *cd*. Where it crosses the vertical line, mark the point *b*, and the top of the vertical line *a*. Divide this line *ab* into twenty-four equal parts [*sic*] with twenty-three numbered points. But I want to space these in the same progression. Therefore I follow the prior procedure but reverse the two letters. I place *a* on top and *b* below, and I begin to count upward, 1, 2, 3, etc. When the vertical line has been divided by points, and letters have been erected on the center of the ground plan, I erect a vertical line on point 1 of the ground plan through the horizontal line *cd*. I then draw a horizontal line, emanating from point 1 on line *ab*, to meet the vertical line based on point 1 of the ground plan, and thereby complete a rectangle whose corner I mark 1. This is the first point of the projected spiral. I proceed likewise with all numbers and points of the ground plan and the vertical center axis *ab* on both sides. Accordingly, the projected spiral is erected point by point beginning at *b* and ending at *a*. Then I draw the spiral by connecting the points.

If a circular staircase in a tower is made in this fashion, the lowest step should be much longer than the topmost one. Accordingly, the steps must be reduced in length in orderly progression the higher they rise in the tower. And as mentioned above, the steps will grow progressively steeper, as I have drawn in the following diagram with all the lines of construction. Thereafter I have drawn it once more without these preliminary lines. These spirals can be constructed in narrow tiers or rapidly ascending, depending upon the length of the lines of construction. This line can be used for many purposes. I have also drawn the triangle *abc*, which I used to arrive at the subdivisions of line *ab* by means of the segment *ae*. Note that the above-described spirals can also be drawn in angular fashion if every second number and letter is omitted and you connect points *b* and 2, 2 and 4, 4 and 6, etc., continuing up to point *a*.

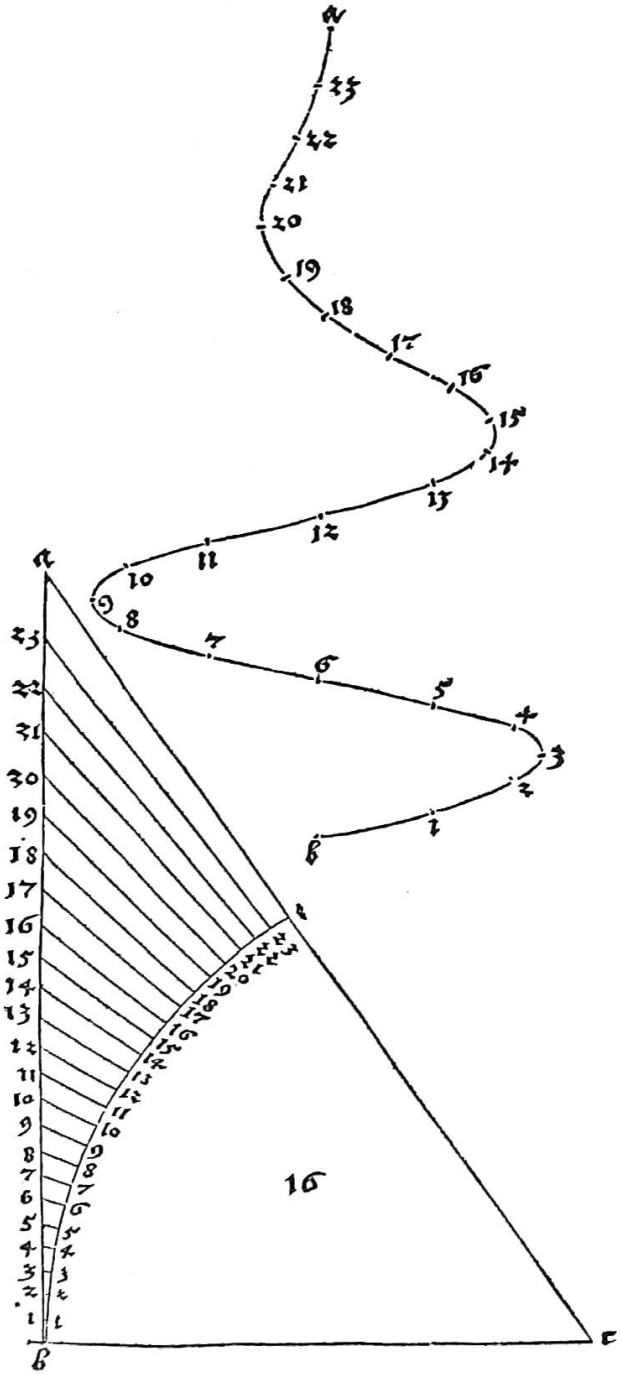


Dyß ist der schnech
auß dem grund auf
getzogen / mit allen
nottürfftigen linien
darauß er gemacht
wirdet.

fig. 15

This is the projected spiral drawn on its ground plan with all lines of construction.

Hie sichstu den Schnecken bloß



Auß disem dreyangel. a.b.c. ist die lini. a.b. darauß die schneckē lini geteylt ist gemacht.

B ij

Here you see the spiral without lines of construction.

This triangle *abc* and the line *ab* serves to divide the spiral line

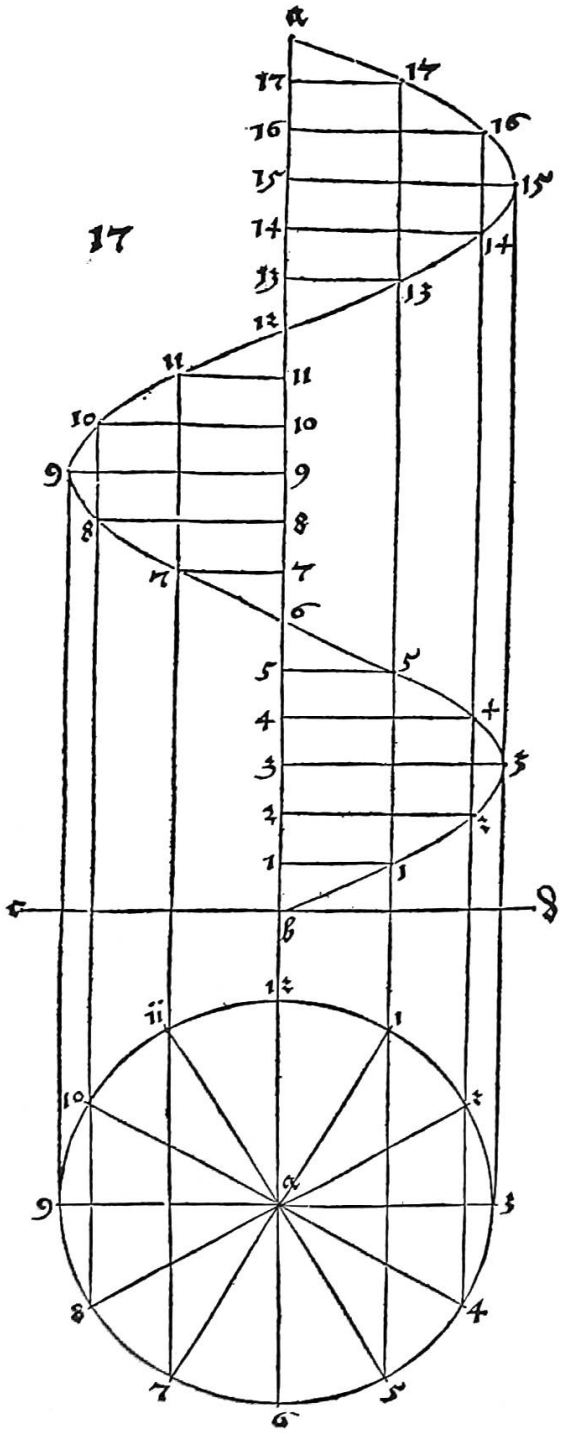
fig. 16

Item noch eyn andre schneckenlini macht man auß eynem rechtē zirckelryß/ die auch die steyn metzen zu den stygen gebrauchen / sie wirdet aber billicher eynn schrauffen lini genant / doch man nenn sie wie man will so ist es eynn nütze lini / darumb will ich sie hynnach auch leren machenn / vnnd wer suchen will mag vil darauß finden/ Reyß erstlich eyn runden ryß wie vor angezeigt auß eim Centro.a.den theyl mit einer aufrechten lini / durch den Centrum.a.in zwey gleiche teil vnd setz oben da der zirckelryß gerürt wirdet.12. vnd vnden.6.darnach far auß dem punckten.12.mit eyner geradenn lini vbersich / so ferr du der bedarfst / der end sey oben.a. Darnach schneyd dise auffrechte lini vnden nahent bey dem grund des zirckelryß mit eyner zwerchlini .c. d. zügleichen winckelen ab/ der end sey.b. Darnach theyl den grund der zirckellini mit punckten in.12.gleiche theyl / vnnd setz jr zal darzü/ vnd heb zü negst bey der seytten.12.an züzelen.1/2/3/rē byß du wider komst zü zwölffen / aber darnach muß die zal fort lauffen/ vnd so weyt du der bedarfst auff eynander gestelt werden/ also kume zum ersten.13.auff eins.14.auff.2.rē/ Also mag man die zal/ drey/ vier/ fünff/ mal/ vnnd so offt man will vbereynander ziehē vñ füren/ nach dem man eyn schneckē hoch machē will/ So nun diser grund zügericht ist/ alß dann puncktir die auffrecht lini.a.b.so in vil theyl als du wilt/ vnd setz die zyffer darzü vnd heb an bey end des. b. vbersich züzellen/1/2/3/4/rē Darnach far auß dem punckten des grundes.1 auß der zirckellini vbersich durch die zwerch lini.c.d.darnach far auß der aufrechten lini.a.b. von dem punckten.1.mit einer zwerch lini gegen der auffrechten die auß dem grund des punckten. 1. vbersich gezogen ist/ Wo dann dise ein eck schliessen da setz auch ein punckten . 1. also thüe jm durch die gantz zal des grundes vnd der auff zognen lini.a.b.durch alle punckten/ auch in der vberlauffung der zal/ So nun die schneckenlini allenthalben also puncktirt ist / alßdann zeüch die schnecken lini von der hand darein wie ich dann das hynnach hab auffgeriessen/ Item die schneckenn lini mügenn auch von punckt zü punckt ecket getzogenn werden/ Man mag auch ein solchē schnecken zwifach machen in seinem gang / Erstlich macht man die spindel jm schnecken gerad vnd gantz/ So mag man sie auch holl machē/ oder gewundene also das man von oben dar durch byß auf den gründ sicht/ wie dann die Steynmetzen das in jrem aufreissen sol len wissen zü machē/ vnd durch verrückung der grundbretter in das werck ziehen Item auß diser vorgemeltē lini macht man schrauffen von eim zweyen dreyē oder vier gengen rē da mit man so schwer vnnd starck ding mag heben vnnd brechen das sich deß züuerwundern ist.

PROJECTED SPIRAL, METHOD 2

Yet another spiral can be made from a proper circle. It is used by stonemasons and is commonly referred to as a "screw-line." But whatever it is called, it is a useful line, and I want to explain how to construct it. Whoever explores its possibilities will find that it has many applications. First, draw a circle with center point *a*. Then divide it with a vertical line through center *a* into two equal parts, and again mark the point at the upper periphery 12, and the bottom 6. Then extend this line upward as far as you wish and mark the topmost point *a*. Draw a horizontal line near the periphery of the circle and mark it *cd*. The point at which it crosses the vertical line is point *b*. Then divide the circular ground plan into twelve equal parts, numbering each point, beginning next to point 12, 1, 2, 3, etc., until you again reach 12. But thereafter the numbers must continue, as far as needed in the projection, i.e., 13 above 1, 14 above 2, etc. Accordingly, one can use the ground plan numbers three, four, or five times, or as many times as one desires to extend the projection. Now that the ground plan has been prepared, mark off the vertical line *ab* into as many points as you wish, beginning to number them from point *b* upward, 1, 2, 3, 4, etc. Then draw a vertical line upward from point 1 on the circle and a horizontal line from point 1 on the vertical line *ab*. Where these two meet, mark the corner of the rectangle 1. Then proceed likewise with all the points on the circle and all points of the vertical line *ab*, even where the numbers of the ground plan are used repeatedly. Once the points of the spiral have been established throughout, draw in the line by hand, as I have done in the diagram below. This spiral line can also be drawn in angular shape. It can also be constructed with parallel lines. First it is drawn with a straight axis, but it can also be made to be hollow, or twisted, so that one can look through it from the top down to the ground, as stonemasons are wont to do in their plans by moving the bottom steps of their project. One can make double, triple, or quadruple-threaded screws by this means, which can be used to lift or to break surprisingly heavy and strong objects.

For other methods of construction, recorded in Dürer's manuscripts in the British Museum, see Rupprich 1969, pp. 318-21.



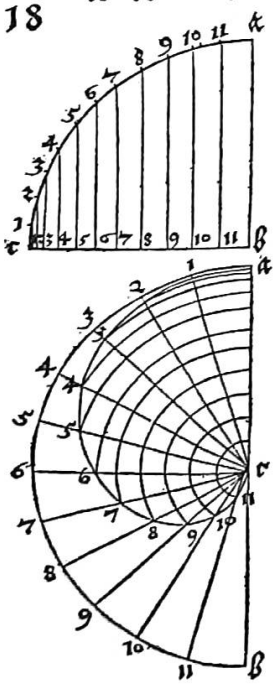
Diß ist der vorbe
schryben schneck
vnd seyn grund.

fig. 17

This is the spiral and its ground plan described above

Item noch will ich leren ein eynfache schneckenlini ziehen / durch ein andern weg dañ vor/dem thů also/Mach einn rechten quadranten auff deutzsch ein firteil von eym zirckel. a.b.c.vnnd das/b/sey das Centrum/aber das/a/oben/vnd das/c/auff der seytten / Darnach teyl solch zirckeltrum mit eylff punckten in zwölff gleiche teil/vñ heb die zal an bey dem punckten.c/vñ zeüch auß allen punckten auffrecht barlinien herab / byß in die zwerch lini.c.b.vnd betzeichen sie mit gleicher weyß/ mit den zyffern/als das zirckeltrun vnd heb auch die zal an bey dem negsten punckten nach dem.c.also ist dise gerade lini.c.b.vergleichlich geteylt nach dem zirckeltrum.a.c.nun ist der erst grund zůgericht Darnach reiß darnnder auß einem punckten. c. ein halben zirckel / dem öbern quadranten gleich förmig/also das die gerade lini die den halben zirckel von eynander schneidt / auffrecht sey oben .a.vnden b.vnd das Centrum.c.in der mitt.Darnach teil die halbe zirckellini mit eylff punckten in zwölff gleiche felt/vnd heb die zal oben bey dem.a.an zůzelen/ darnach zeüch gerad linien / auß allen punckte der zalen in den punckten.c/Darnach zeüch stram lini auß dem Centro.c.in all punckte der zal/ darnach nym ein zirckel/ vñ setz jn in den öberē quadranten mit dem ein fuß in das Centrum.b. vñ den andern fuß setz auff der zwerch lini.c.b.in den punckten.i.vnd nym dise weyten mit dem zirckel/ vnnd trag sie herab in den halben zirckel / vnd setz den zirckel mit dem ein fuß ins Centrū.c. vnd den andern fuß setz oben vnder dem.a.auff die auffrecht lini.a.b.vnd reyß von dann rund hynauß byß an die streim lini.i c.zů disem punckten so sich gibt/setz auch die zal eins/Darnach nym den zirckel wider / vnd setz jn mit dem eyn fuß in quadranten/in das Centrum.b.vnnd den andern setz auff der zwerch lini . c. b. in den punckten zwey/ Vnd nym aber dise weyten drag sie in den vndern halben zirckel / vnnd setz den zirckel mit dem ein fuß in den Centrum.c.aber den andern fuß setz auff die streim lini/3/c. vnd reiß rund von dann zů der andern streim lini.2/5.vnd zů diesem punckten setz auch die zal zwey/Also thů jm fürbaß zwischen allen streim linien des vndern halben zirckel riß/So du nun alle vorangetzeigte weyten auß dem öbern quadranten nymst/auff der zwerch lini.c.b.vnd tregst sie herab vnd betzeichens jr punckte/ die da durch die zirckelryß worden sind/mit jren zůgehörten ziffern/bey den streim linien/ so wirdet dir dardurch angetzeygt wie du den gang der schnecken lini von aussen der zirckellini/von dem punckten. a.in Centrum.c.füren solt/von puncke zů puncke/wie ich dañ solchs hie vnden hab auffgerissen/Item du magst allwegen den zirckel mit dem ein fuß der da vmlaufft in der auffrechten lini.a.c.b.stellen/vñ von dann reissen byß zů seiner streim lini dyß zeygt etwas sonders an/ wie du im auffreissen sichst.

18

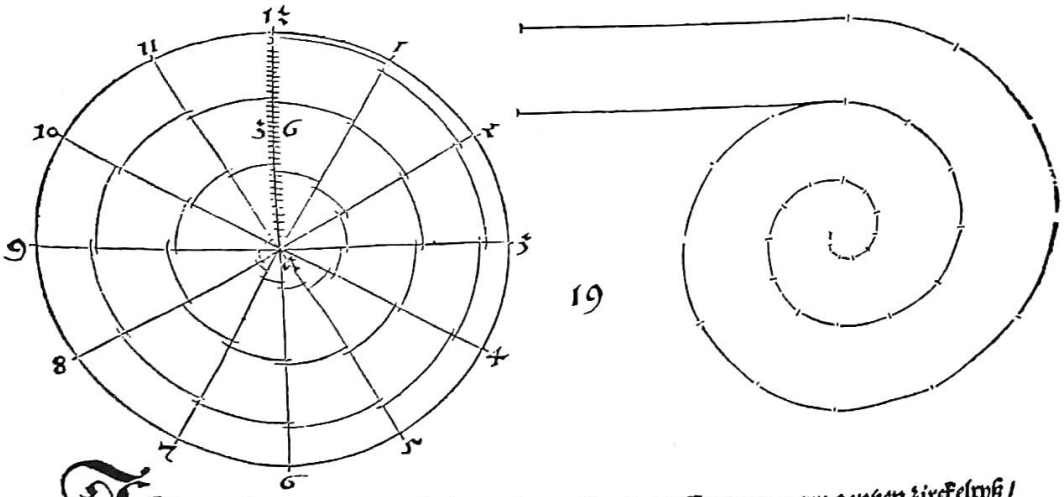


CONSTRUCTION OF A SPIRAL, METHOD 4

Here is still another way of drawing a simple spiral line. Proceed as follows: Draw a proper quadrant *abc* i.e., a quarter of a circle, *b* at the center point, *a* on top, and *c* on the side. Then divide this part of a circle with eleven points into twelve equal parts, and begin to number them, starting from point *c*. Then draw vertical parallel lines from all points on the circular line down to the horizontal line *cb*. Mark the points on the horizontal line beginning from point *c* in the same manner as those on the circular line, and it will therefore be divided correspondingly. This constitutes the first ground plan. Now draw half a circle around a center point *c* below the first ground plan and of the same form as the upper quadrant, so that the line that divides the circle is vertical, and mark it *a* on top and *b* on the bottom, and the center point *c*. Then divide the periphery of the half-circle with eleven points into twelve equal parts and begin counting them, starting on top from *a*. Now draw straight lines from each of the numbered points to the center *c*. Then take a compass, setting one leg on point *b* of the quadrant and the other on point 1 of line *bc*. Move the compass in this position with one leg on center point *c* of the semicircle, and draw a curve from point *a* of the vertical line *ab* to the radial line 1*c*. Mark this point 1 also. Then repeat this operation for point 2 in the quadrant, and then for radial line 2 of the semicircle, and mark the newly created point 2. Then continue likewise for all other numbers. After you have marked all the points in the semicircle, you will have the outline of the spiral line from the periphery of the semicircle at point *a* to the center point *c*, point by point, as I have drawn it in the diagram below.

fig. 18

Item auff eyn andre weiß will jch eyn schnecken lini machen mit dem zirckel also/Erstlich setz eyn Centrum.a.darauß mach ein zirckelryß/vnd teyl jn wie vor mit 12/punckten in 12 gleiche felt/vnd reiß von allen punckten in Centrum.a.gerad linien/vnd setz die zyffer dar zů/Heb zů oberst an vnd setz 12 darnach setz bey den punckten herum zal/ 1/2/3/ ꝛc byß wider auff 12/Darnach theyl die lini 12/a/mit 35 punckten in 36 gleiche felt/ vnnd heb die ziffer oben an bey dem punckten.12.herab zů zelen/1/2/3/ꝛc Darnach nym ein zirckel/vnnd setz jn mit dem einen fuß in den Centrum/a/vnd den andern setz an der lini/12.a.in den punckten.1.von dann reiß krum gegen der streim lini.1.a.Darnach laß den zirckel mit dem ein fuß stetz in den Centrum.a.still steen/ vnd verruck den andern fuß auff der streim lini.12.a.in den andern punckten 2/vnnd reiß damit ein runden/ zwischen den zweyen streim linien/1/a/vnd/2/a/Also verruck den ein fuß des zirckels auff der streim lini 12.a. allweg vmb ein grad / vnd reiß mit nach ordnung rund ryß zwischen allen streim linien / byß das du zum dritten mal herum kumbst/Also wirdet der zirckel durch das verrucken yhe mehr ye enger/ byß das er schyr zum Centrum a kumbt / So das mit dem zirckel alß gethan ist / alßdann zeůch die schnecken lini von punckt zu punckt/heb bey dem punckten 12 in der zirckellini an/vnnd far zum drytten mal herum byß das du zum Centrum.a.kumbst/wie jch dann das hab auffgeriessen / mit allen nöttigen linien dardurch sie gemacht wirdt/vnd darnach lauter wie sie in jr selbs getzogen ist/ neben eynander gestellt.



Item noch will jch ein schneckenlini ziehen / reiß auß eim Centrum.a.eyn gantzen zirckelryß / vnd theil jn mit.6/punckten in 6 gleiche felt / vnnd setz die zal dartzu / also das 6 oben stee vnnd zeůch auß allen punckten der zirckellini streim linien in Centrum.a.Darnach theil die lini.6. a.mit.7.punckten in 8 gleiche felt/darnach thůe jm wie vor/nym eyn zirckel vnnd setz jn mit dem eynn fuß in den Centrum a vnd den andern setz in den pnncken.1.in der streim lini.1.a.also thu jm für.vnd für durch die zal all/wie du das ab zůnemen hast auß der vorigen schnecken lini / sölchs hab jch auch hie nach auffgeryssen mit allen nöttigen beystrychen vnd ledig.

B iiij

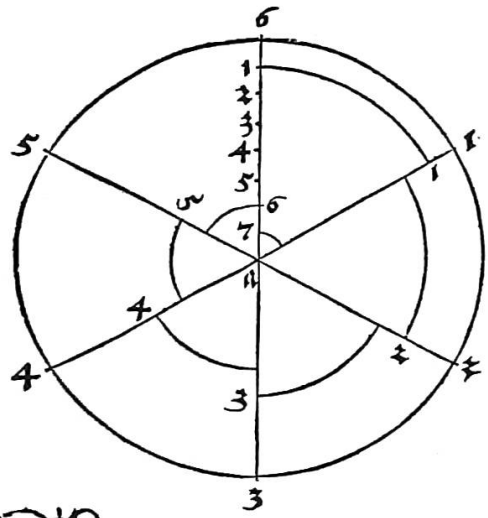
CONSTRUCTION OF A SPIRAL, METHODS 5 AND 6

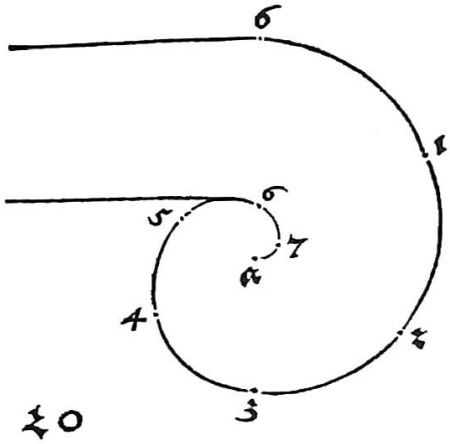
Here is yet another method of constructing a spiral, using a compass. Begin with a center point *a* and draw a circle which you divide, as before, with twelve points into twelve equal parts. From each point draw a straight line toward the center *a* and number them consecutively. Begin on top with number 12 and number 1, 2, 3, etc., until you reach 12. Then divide the line *a*12 with thirty-five points into thirty-six equal parts, numbering them downward towards the center, 1, 2, 3, etc. Then take a compass and put one of its legs on center *a* and the other on point 1 of the line *a*12. Then draw an arc to the line 1*a*. Leaving the one leg of the compass on center point *a*, now move the other to point 2 on the vertical line *a*12. Then draw an arc from line 1*a* to line 2*a*. Continue in this manner until you have connected all points after you have circled the center three times. As you move along, the arc becomes increasingly tighter until you finally reach center *a*. Then draw the spiral line, beginning at point 12 down to the center *a*, as I have done in the diagrams below, first with all lines of construction, and then without them.

fig. 19

There is still another method of constructing a spiral from a center *a* and a complete circle which is divided by six points into six equal parts. Each should be numbered, first 6 on top, and then around the periphery. Mark the center point *a*. From each point draw a straight line toward the center *a*. Then divide the line 6*a* by means of seven points into eight equal parts. As before, take a compass, and place one of its legs on the center point *a* and the other on point 1 of the line 1*a*, and follow the same method you used with the preceding spiral for all the other numbers. I have also drawn this system below with the lines of construction and without them.

For preliminary drawings by Dürer in connection with the construction of spirals, see Appendix, p. 443





Es ist von nötten zů wissen / eyn fürgebene lini sie sey lang oder kurtz / in drey gleiche theyl zů teylen / Dem thů also / die fürgebē lini sey. a.b. die setz vnden auff ein zwerch lini. c.d. darnach nym mit einem zirckel mynder dann die halb leng / von der auffrechten. a.b. vñ setz den zirckel mit dem ein fuß / auff die zwerch lini / c.d. neben die lini / a.b / vnd miß damit. 3. leng auffrecht vbertich / vnd zeůch ein gerade lini dardurch / also das sie paralel sey gegen. a.b / Dise lini sey oben. e. vnden. f. vnd die zween mittel punckten so die / 3. gleiche felt machen / die betzeichen mit zyffern / 1 / 2 / Darnach zeůch von dē end / e / ein gerade ort lini herab auff das end. a / vnd fort hyn auß byß auff die zwerch lini / c.d / vnnd wo sie anrůrt setz eyn g / Darnach zeuch auß dem punckten / g / zwů gerad ortlinien in die punckten / 1 / 2 / so wirdet die lini / a.b / von dem durchschneiden der ort lini / die itz getzogen sind in / 3 / gleyche felt geteilt. Noch ein andre meinung / ein lini in / 3 / gleiche theil zůteylen mach vier zwerch barlinien mit zyffern / 1 / 2 / 3 / 4 in gleicher weyten obeynander / darnach nym dein fürgenůme lini oben. a. vnden b. vñ lein sie mit dem ein end / a / oben an die zwerch lini / 1 / vnd vnden mit dem end. b. an die zwerchen. 4. so teylen die mittlern zwů zwerchlini. 2. 3. die lini. a.b. in drey gleiche teyl wie ich das hie vnden auch hab aufgeriessen. Item ehe ich weytter kome will ich vor eyn lini recht in der mitt von einander lerē theylen. vnd das also / Die fürgegeben lini / sey vber zwerch. a.b. nun nym ein zirckel setz in mit dem ein fuß in den punckten. a. vnd den andern fuß in den punckten. b. vnd reiß von dann vndersich vnd vbersich / so weyt du des bedarfst / Darnach laß den ein fuß des zirckels still sten / in den punckten. b. vnd reiß mit dem andern fuß auß dem punckten. a. krum vbersich vnd vndersich / Wo dann dise zwen zirckelryß sich schliessen / da setz oben ein. c / vnd vnden ein. d / Darnach reiß ein gerade lini. c/d. die schneidet. a b. in der mit von einander / da setz ein / e. Item wer ein gerade lini auff ein zirckeltrum will setzen / der thůe im zůgleicher weiß / wie oben angetzeigt ist / laß das zirckeltrum. a.b. seyn / vnd die gerade lini. c/d. auch soll man in ein holl zirckeltrum / so man des bedarff / der obgemelten meinung nach / ein auffrechte lini setzen / Solch beyde weg hab ich hieunden auffgeriessen / vnnd bey dem holen zirckeltrum hab ich in der auffrechten. c.d. da sie durchschneydt ein. f. gesetzt.

fig. 20

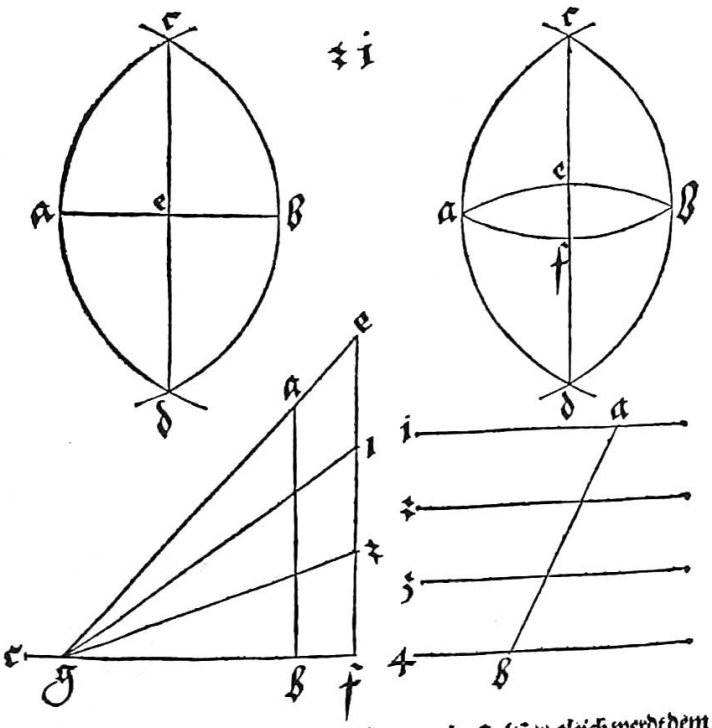
DIVISION OF A LINE INTO THREE EQUAL PARTS AND IN HALF

It is necessary to know how to divide a given line, be it long or short, into three equal parts. Proceed as follows: Place a vertical line *ab* on a horizontal line *cd*. Then take a compass and open it to less than the half-length of the vertical line *ab*. Place one leg of the compass on the horizontal line *cd*, next to the line *ab*, and mark off three equal distances upward, and draw a straight vertical line through these, parallel to line *ab*. Mark this new line *e* on top and *f* on bottom. Mark 1 and 2 at the two points which divide line *e* into three parts. Then draw a line from *e* to *a* and extend it downward to the horizontal line *cd*. Where it meets this bottom line, mark the point *g*. Then draw rays from point *g* to points 1 and 2. By this the line *ab* will be divided into three equal parts.

Another method of dividing a line into three equal parts: Draw four horizontal lines, one above the other, equal distances apart, and mark them 1, 2, 3, 4. Then take the aforementioned line *ab* and place the upper end *a* on line 1 and the lower end *b* on line 4. The two horizontal lines in the middle, 2 and 3, will then divide line *ab* into three equal parts as in the diagram below.

Before continuing, I want to show how to divide a line exactly in its center. Do this as follows: Take line *ab*, which is in horizontal position, and place one leg of a compass on point *a* and the other on point *b*. Draw a circular curve with it above and below. Then reverse the compass and draw a curve above and below in the same manner. Where the curves cross on top, mark the point *c*; where they cross on bottom, mark the point *d*. Then draw a straight line from *c* to *d*. Mark point *e* where this line crosses line *ab*: it is the exact middle of line *ab*.

If you want to place a straight line on the center of a circle, follow the same procedure as above. In that case, the portion of the circle is *ab*, and the straight line is *cd*. The same method can be used for a hollow part of a circle. I have drawn diagrams below to show both methods. For the hollow portion of a circle I have added point *f* to indicate where the line *cd* divides it into two equal parts.

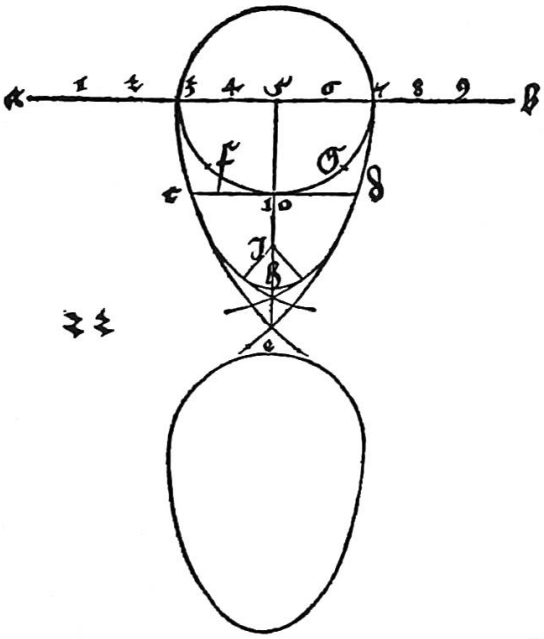


Vn will jch leren machen ein lini/die einem wolgestaltē ey gleich werdt dem thū also/ mach ein gerade zwerch lini/der anfang sey.a. vnd end/b.die teyl mit.9.punckten in.10.gleiche fele Darnach nym ein zirckel setz jn mit dem ein fuß mitten auff die lini / in den punckten.5. vñ mit dem andern fuß in den punckten.3.vnd reiß ein gantze runde lini/durch den punckten.7 oben vnnd vnden herumb/Darnach setz eyn zirckel mit dem eynn fuß /in den punckten.b. vnnd mit dem andern fuß in den punckten.3/ vondann reiß rund vndersich herab/Darnach setz den zirckel mit dem eyn fuß in den punckten. a/ vnnd mit dem andern in den punckten . 7. vnnd reiß auch vondann vndersich herab/wo dañ die zwen runden ryß sich schliessen/da setz eyn.e.Darnach reiß vnder der zirckellini eyn zwerch barlini gegen der öbern.a.b.vnd wo dise zwerch lini von den langen runden rissen durch schneiden wirdt/in die selben punckten setz vnder dem punckten. 3.ein.c. vnd vnder dem punckte 7.ein d Darnach reiß ein auffrecht lini auß dem punckten.5.in den winckel.e.Vnd wo sie die zwerch lini.c.d/durchschneit/da setz 10/Darnach theyl das zirkeltrum zwischen.3.vnd.10.mit eym punckten f.in der mitt von eynander/Darnach teil das ander trum zwischen.10.vnd.7. anch mit eym punckte ten.g.in der mitt von eynander/ Vnnd dann setz eyn zirckel/ mit dem eyn fuß/in den punckten.f.vnd den andern in den punckten.d . vnnd reiß rund vndersich/ durch die auffrecht . 5 . e. Darnach setz den zirckel mit dem eyn fuß auff die ander seyten in den punckten.g.vnd den andern in den punckten.c. vñ reiß von dann vndersich/wo sich dañ dise zwū krum linien schliessen an der auffrechten.5.e.da setz ein h.Darnach teyl.h.10.mit einem punckten .i.in zwey gleiche felt / vnnd setz den zirckel mit dem ein fuß in den punckten.i.vnnd dem andern in die zirckellini.c.h. auff das kürtzest so du sie er reychen magst / Vnd reiß von dann rund herum/byß zū dem andern ryß .h .d . Also ist dise eyer lini gemacht / wie sie dann hie vnden mit allen nöttigen linien / vnd auch bloß auffgeriessen ist.

fig. 21

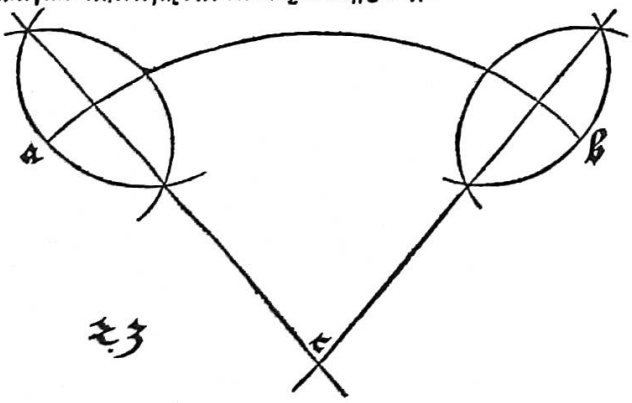
CONSTRUCTION OF AN EGG-SHAPED LINE

Now I will show how to construct a line that resembles an egg. Proceed as follows: Draw a horizontal line *ab* and divide it with nine points into ten equal parts. Then take a compass and place one of its legs on point 5 and the other on point 3, and draw a circle through point 7, above and below. Place one leg of the compass on point *b* and the other on point 3, and draw an arc downward. Next place one leg of the compass on point *a* and the other on point 7, and draw another arc downward. Where the two arcs meet, mark *e*. Now draw a horizontal line below the circle, parallel to the line *ab*, and where the arcs cross this new line, place a *c* below point 3 and a *d* below point 7. Then draw a vertical line from point 5 down to the angle *e*, and mark 10 where this line crosses the horizontal line *cd*. Divide the circular section between 3 and 10 with a point *f* in its center, and do likewise for the section between points 10 and 7, marking the midpoint *g*. Place one leg of a compass on point *f* and the other on point *d* and draw a curve below across the vertical line 5*e*. Then place one leg of the compass on *g* and the other on *c* and draw a curve below. Where the two curves meet on line 5*e*, mark point *h*. Now divide *h*10 into two equal parts with a point *i*, and place one leg of the compass on it. Place the other leg on the circular line *ch* at the point closest to *i*, and draw a curve until it meets the other curve *hd*. This then is the method for constructing an egg-shaped line, as shown below with lines of construction and without them.



22

ES wirdet von notten seyn/das man wyß einem zirkeltrum seyn Centrū oder mittel puncte zůfinden/Das macht man gleich durch den weg wie vor angezeigt das man ein auffrechte lini/auff ein zirkeltrum setzt/thů jm also/das fürgegebē zirkeltrum sey.a.b.nun nim ein zirckel/vnd setz jn mit dem eyn fuß in den punckten.a. vnd den andern setz ein wenig ins zirckeltrum hynein/vnd reyß ein runden ryß obersich vnd vndersich/so weit du des bedarfst/Darnach nym den zirckel vnnd setz jn mit dem ein fuß in den punckten / den dein krumer ryß im zirkeltrum gemacht hat/vnnd reyß mit dem andern fuß auß dem punckten . a . runde obersich vnnd vndersich / wo sich dann die zwen runden ryß oben vnd vnden schliessen/da zeůch eyn gerade lini durch/ vnnd sollent vndersich so fer/du der bedarffst. Also thů jm auch auff der seyten. b. so werden sich die zwů geraden linie vnden da sich bas Centrum findt durch eynander schliessen / da hyn setz eyn. c. Also ist der Centrum zů disem zirkeltrum funden/wie ich das vnden hab auffgeriessen.



23

fig. 22

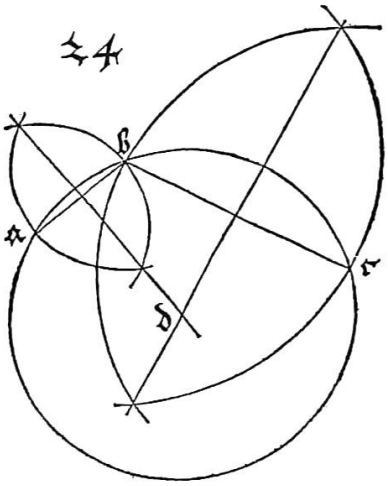
DETERMINATION OF THE CENTER OF A CIRCLE

It may be necessary to find the center or midpoint of a circle. This is done as mentioned before, by placing an upright line on the periphery of the circular section. Given the section *ab,* place one leg of the compass on *a* and the other a little distance further along the curve. Draw a curve above and below from both points, and draw a line through the two points where these curves meet, extending it well below. Then do likewise with point *b.* Where the two extended lines cross, mark *c.* This will be the center of the circle, as I have shown in the diagram below.

fig. 23

This method derives from Geometria Deutsch. *See Introduction, illus. 5.*

Es ist nützlich zůwyssen/so drey punctē vngleich gestelt werden/das man sie behend so man seyn bedarff/in eyn zirckel verfassen můg diß mach also/Die drey punckten seyen.a.b.c. die zeůch mit zweyē geraden liniē zůsamē.a.b vnd.b.c.darnach thu jm zůgleicher weiß wie vorin der.27.figur angetzeigt ist/sůch die mittel beder linien.a.b.vnd.b.c. vnd laß die zwů geradē linien so die zwů für gegebnen linien. a.b.vñ.b.c.ytliche in der mitt von eynander teylen vndersich herab durch eynander streichen/ vnd so es not thut/so erlenger die bed gerad teillinien/ Darnach nym ein zirckel vnnd setz den mit dem ein fuß in den punckten. d. vnnd den andern in den punckten.a. vnd reiß darauß ein gantzen zirckel ryß/so růrdt der zirckel/die drey punckten.a.b.c. wie jch das vnden hab auffgriesse.



Auch soll man wyssen zů finden/so ein weyter zirckelryß an ein gerade lini růrt/das man daß enge halben der winckel so die linien so nahe zůsam lauffen/nit wol sehen kan/wo sie růren/ das kan man durch disen nachfolgetten weg zů wegen bringen/Setz ein zirckeltrum.a.b. vñ eyn gerade lini die sie an růrt.c.d. Nun nym ein zirckel setz jn mit dem ein fuß in das end.c.vñ mit dem andern fuß reyß ein wenig hyneyn gegen dem end/d.ein runden ryß vndersich vnd vbersich/ wo daß diser ryß die lini.c.d.durchschneyt/da setz ein.e.Darnach nym den zirckel vnuerrůckt/vnnd setz jn mit dem ein fiß in den punckten.c.vnd reyß mit dem andern fuß rund durch das endt.c.wo sich dann dise zween rund ryß oben schliessen da setz ein.f.aber vnden ein.g.Darnach reiß auß den zweyen punctē. f.g.ein gerade lini/wo dise lini die zwerch.c.d. durchschneyt da setz ein.h.wo sie aber durchschneyt das zirckeltrum.a.b .da setz ein.i.Darnach zeůch auß dem punckten.i.ein zwerch barlini. gegen der öbern zwerch lini.c.d.wo dann dise lini das zirckeltrum durchschneidt/gegen dem end.b.da setz eyn. k. Darnach nym die leng.i.k.vnd leg sie auff die lini.c.d.mit dem eyn end in den punctē.h.vñ jr leng schneyd gegen dem.d.mit einem punckten.l.ab/ Darnach zeůch . l. k.gerad zůsamen so wirdt darauß eyn ablang firung.h.l.k.i.nun so du das mittel wilt finden/in welchem punckten die krum lini.a.b.die gestrckt.c.d.anrůr/ so nym ein zirckel/setz jn mit dem ein fuß in den punckten.l.mit dem andern reiß durch den punckten.h.rund vbersich vnd vndersich/ Darnach verker den zirckel/ vnd setz jn mit dem ein fuß in den punckten.h.vnd reyß mit dem andern fuß rund durch den punckten.l.vbersich vnnd vndersich/ wie das in der.27.angetzeygt ist/wo dann dise zween runden ryß sich oben schliessen/ da setz ein . m. aber vnden eyn.n.Darnach reyß eyn gerade lini.m.n.wo dann dise lini/ die zwerch.c.d.durchschneyt da setz eyn punckten.o.der ist das ort/da die krum lini.a.b.die gerad lini.c.d.anrůrt/ wie du das hie vnden auffgeriessen sihest.

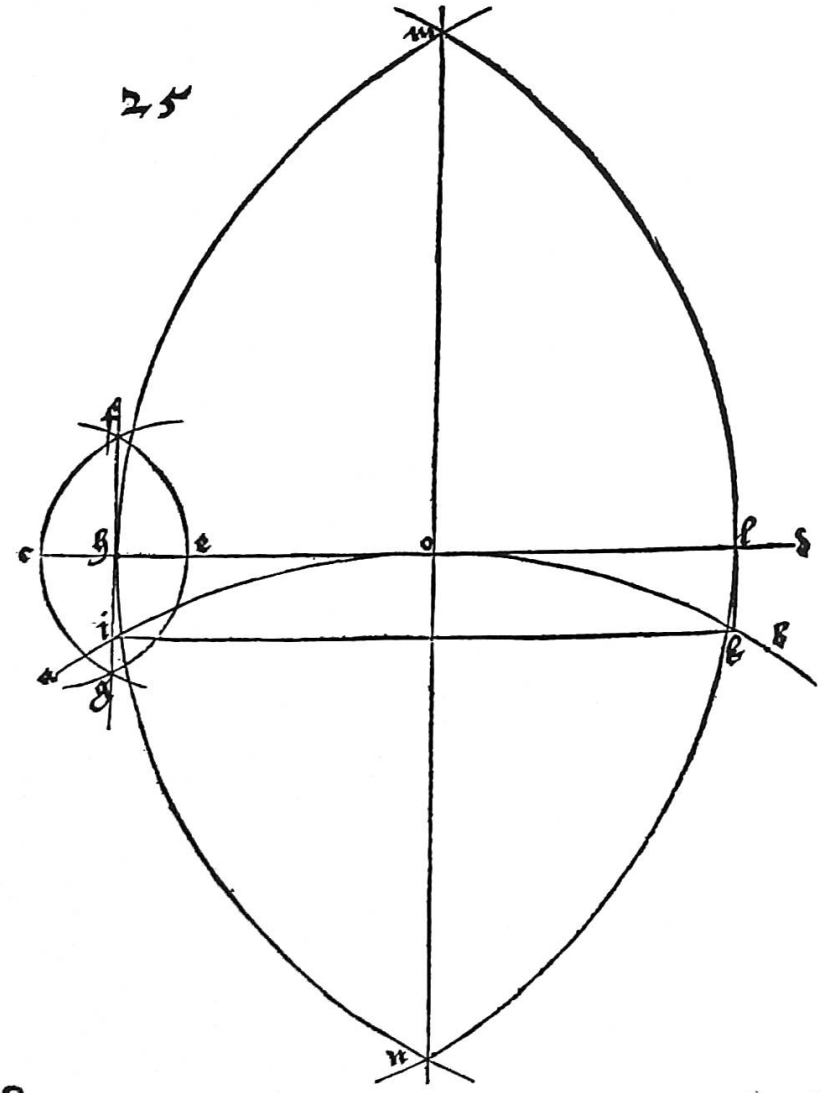
FORMING A CIRCLE FROM THREE GIVEN POINTS

It is useful to know that it is possible to connect three unevenly placed points so that they form part of the periphery of a circle. That is done as follows: Given the three points *a, b, c,* connect them with two straight line: *ab* and *bc.* Proceed as in *fig. 21,* finding the center of the two lines *ab* and *bc.* Extend the two vertical lines which divide *ab* and *bc* downward until they cross. Then take a compass and place one leg on point *d* and the other on point *a,* and draw a complete circle. It will touch the three points *a, b, c,* as I have shown in the diagram below.

fig. 24

DETERMINATION OF THE TANGENTIAL POINT

One should also know how to determine the point of contact of a large circle and a tangential line. This is often difficult to do, because the angle is so acute that the lines melt together. It is possible to determine this point by the following method: Draw a section *ab* of a circle, which touches the horizontal line *cd.* Then place one leg of a compass on point *c* and the other a small distance further along the line in the direction of *d.* Draw an arc upward and downward, and where it crosses the horizontal line, mark it *e.* Then reverse the procedure and draw an arc from point *e* both upward and downward through *c.* Where the curves meet on top, mark *f,* and where they meet on the bottom, mark *g.* Then connect points *f* and *g* with a vertical line. Where this line crosses line *cd* mark *h,* but where it crosses the circle, mark *i.* Now draw a horizontal line from point *i* parallel to the horizontal line *cd.* Where this line crosses the circle at the opposite end, mark it *k.* Then take the length *ik* and place it on the line *cd,* one end on point *h,* and mark off its length in the direction of *d* with a point 1. Then connect points 1*k* and you will have completed a rectangle *h*1*ki.* Now if you wish to find where the segment *ab* touches the straight line *cd,* place one leg of a compass on point 1 and draw a curve through point *h* above and below. Then reverse the procedure and draw the curve through point 1, as shown in *fig. 21.* Where the arcs meet on top, mark *m,* and where they meet below, mark *n.* Then draw a line *mn.* Where it crosses the horizontal line *cd,* mark *o.* This is the spot where the curved line *ab* touches the straight line *cd,* as shown in the following diagram.



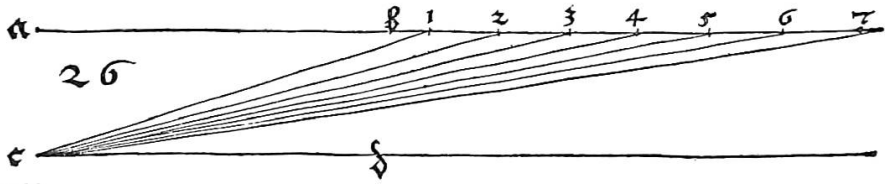
WAer ist es/das zwů linien/die da in einem punckten eyn spitzigen winckel machen/ allweg enger zůsamen getzogen můgen werden/vnd doch ewiglich nymer mehr zůsamen komen des zů einer antzeigung vernym es also/Es seyen zwů barlinien/die öber.a.b.die vnder.c.d aber die zwů linien söllen bey jren enden. b.d. an end hynauß getzogen werden/oder im syn gedacht/So du dann die öber barlini.a.b.gradirst/ mit punckten vnd zallen an entlich / vnnd zeüchst dann eyn lini/von der vndern lini/auß dem punckten.c.an die öberlini.a.b. in den punckte.j. so machst dise orlini.c.j.ein spitz winckel.c.Darnach zeüch für vnd für/ von dem punckten.c. gerad linien/an die

fig. 25

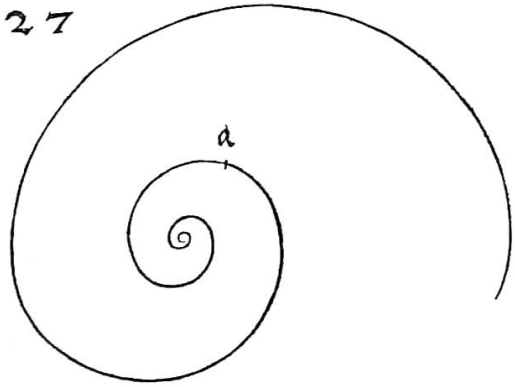
PROOF THAT TWO LINES MEETING AT AN INCREASINGLY ACUTE ANGLE WILL NEVER JOIN

How is it that two lines which meet at an acute angle which is made increasingly smaller will nevertheless never join together, even in infinity? This becomes evident from the following: Draw two parallel lines, the upper *ab,* the lower *cd,* and extend both lines at the ends *bd*—either in fact or in your imagination. If you then divide the upper line *ab* with numbered points, and connect these points with point *c* on the lower parallel line,

vber lini.a.b.in all punckten .2/3/4/rc. also in eyn vnentliche zal / so neyget sich dise ortlini stettiglich/ neher zu der barlini/c/d/vñ macht für vnd für eyn engern winckel/darumb das sie stetz neher zu der andern laufft/vnd komen doch ewiglich nymer meer zusamen/wie ich das hie vnden hab auffgeryssen.



ES mag ein ewige lini erdacht werden/die da stettiglich zů eim Centrum eynwartz/auch an dem andern teyl in die weyten vber einander laufft / vñ nymer mehr zů keym end kombt / Dise lini kan man mit der hand der vnentlichen grösse vnd kleine halben nit machen/ Dann jr anfang vnd end so sie nit sind/ist es nit zů finden/das fast allein der verstand / Aber ich will sie vnden mit eim anfang vñ end/ so vil dañ můglich ist antzeigẽ / Ich heb an bey eim punckten. a. vñ zeůch dise lini zirckelsweis hynein/als solt sie zů eim Centrů lauffen/vñ so offt sie in eynander lanfft/brich ich der weiten zwischẽ der lini ein halbteil ab/des gleichẽ thů ich/so ich mit der lini vom .a. herauß lauff/so offt ich mit jr vber eynander lauff/ so offt gib ich der lini eyn halbteyl zů/von der weyten/Also laufft dise lini ye lenger ye enger hynein/vnnd lenger ye weyter herauß/ vnnd kumbt doch nymer meer zů keim ende / weder hynein noch herauß wie ich das zůuerstehen hie vnden hab auffgeriessen.



HEnach will ich aber ein breuchliche lini lerẽ machẽ/die sich einen sondern weg beůgt/Erstlich mach ein zwerch lini.c.d.die theyl mit 9 punckten in 10 gleiche felt / vnd auff den mittel punckten 5 stel eyn auffrechte lini / zů gleichen wincklen die sey oben.a. vnden.b. Dise lini.a/b/ theyl mit 19 punckten in 20 gleiche felt/ vñ heb von vnden an zů zelen vbersich / 1/2/3/rc. Darnach nym eyn richtscheyt vnnd stich die leng b/d / darauff/diser leng end betzeichen mit/e/f/mit diser leng werden alle punckten der krumen lini antzeigt die man hie machen will oder soll/ Darnach nym eyn theyl auß b/d vnd teyl jn in 3 gleiche felt/mit der selben dritteyl einem/erlenger den fürgenomen theyl/ vnnd nym eyn zirckel thů jn auff so weyt diser erlengt theyl ist/vnd behalt jn stett/vnd miß also mit/setz jn mit dem eyn fuß in den punckten. d. vnd mit dem andern fuß reiß ein rundes zirckeltrum vbersich / Darnach nym

C

there will be an infinite number of lines possible, and the inclined line will come ever closer to the parallel line *cd* at an ever increasingly acute angle, but it still will never join it, as can be seen in the diagram below.

fig. 26

ENDLESS SPIRAL

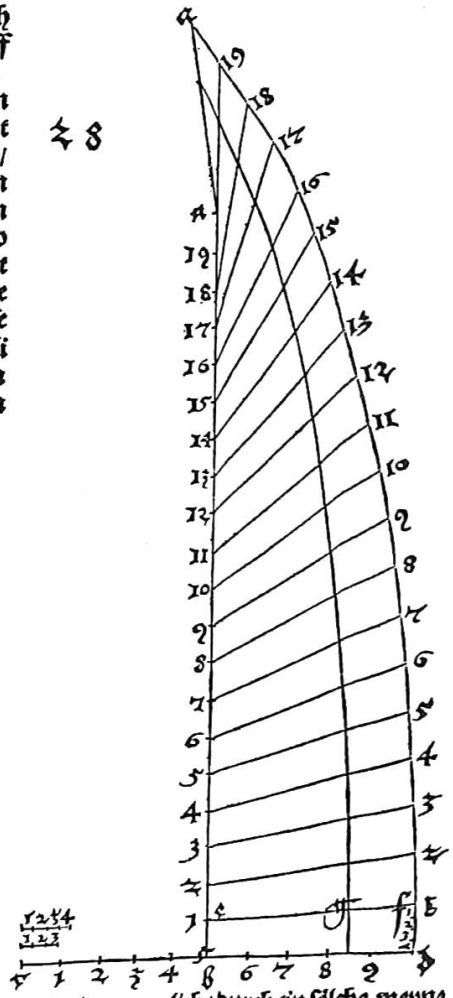
It is possible to conceive of an endless line which continually spirals towards a center, and at its opposite end spirals continually outward and never ends. Such a line cannot be drawn by hand because of its infinite size at either end, whether huge or tiny. Neither its beginning nor end can be found, as only reason can tell. But I want to draw it with a beginning and an end, as far as that is possible. I begin with a point *a* and draw a spiral line towards the center, but at each new tier, I diminish the width between the lines by one half. In the opposite direction, where the line moves outward from point *a,* I add one half to the width at each tier. By this means, the line moves closer together as it approaches the center, but moves farther apart as it moves outward, and yet it is infinite in either direction, as shown in the diagram below for easier comprehension.

fig. 27

CONSTRUCTION OF A CURVE

In the following I will teach how to construct a useful line which curves in a special way. First draw a horizontal line *cd* and divide it with nine points into ten equal parts. On its center point 5 place an upright at right angles. Mark it *a* on top and *b* on the bottom. Divide this line *ab* with nineteen points into twenty equal parts, numbering them from the bottom upward 1, 2, 3, etc. Then mark off on a ruler the length *bd,* but name it *ef.* This length will be used to determine all points of the curve to be constructed. Now take one part of line *bd* and divide it into three equal sections. Extend one part of line *bd* by one of these sections and open a compass to that width. Place one of its legs on point *d* and draw a curve above. Then take the length *ef* which you have marked

die vorigē leng.e.f.die du auff dein richtscheyd gestoch en hast / vnnd leg sie mit dem einen ende.e.an die auff recht lini.a.b in den punckten.1.vnd das ander end.f. leg auff das zirckeltrum das es anrür / daselb setz von newen ein punckten/1/ Darnach leg dein richtscheydt aber von newem mit dem einen end/e/ an die lini/a/b/ in den punckten/2/vñ setz darnach den zirckel mit dem einen fuß in den new worden punckten/ 1/ vñ mit dem andern fuß reiß eynn rund trum vbersich wie vor / wo dañ die vordacht lini mit dem end. f.die krumē anrürt da setz ein punckten / 2/ also thů jm darnach durch die gantz zal so hoch du komen magst/ darnach zeüch dise lini in jr krume vō punckt zů punckt durch jr zal/ dise li ni hab jch hernach zwifach auffzogē mit einer kürtzern lini . e.g. die kumen oben in der krum neher zůsamenn dann vnden/diß ist nachfolget also auffgeriessen.


a
b
e
f
g
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19

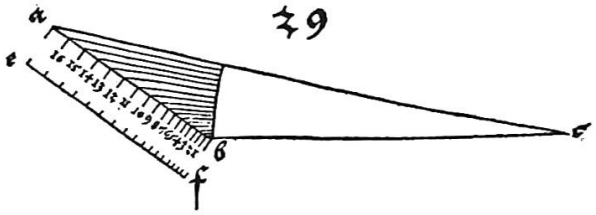
These are the two curves made by the aforementioned method.

on the ruler and place end *e* on the vertical line *ab,* at point 1, and end *f* on the circular section just drawn with the ruler. Where they meet, mark a new point 1. Then, after you have first placed the compass into the newly created point 1 and drawn a curve above it, do the same for point 2. Where end *f* of the ruler meets this curve, mark the new point 2. Continue in this manner until you have marked all the numbers, and then connect these points with a line, point by point. I have drawn two such lines in the diagram below, one with a shorter line *eg*. They move closer together on the top than on the bottom, as shown below.

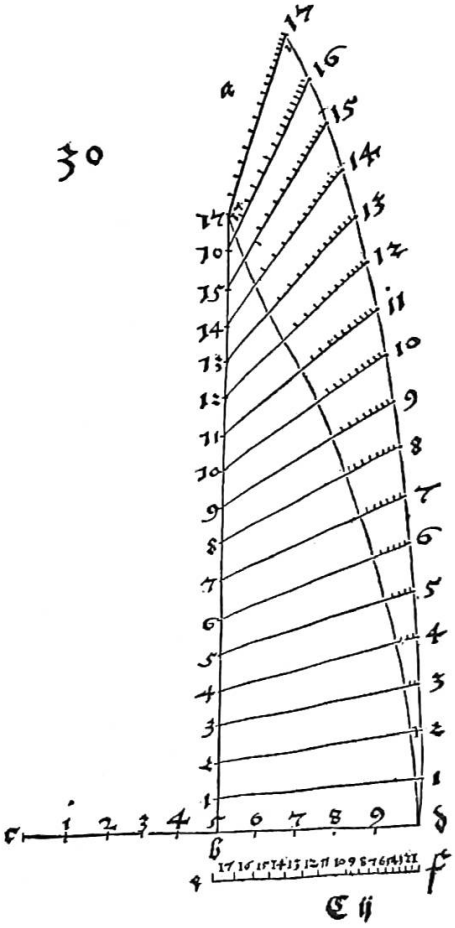
fig. 28

The above line can also be altered by another method. First the line *ef* must be moved so that it can be measured and divided by sixteen points into seventeen parts. But these parts of the line *ef* are not to be all of the same size, for they shall increase in size gradually as they approach point *e,* and decrease in size as they approach point *f*. To find this gradation in order to mark your ruler accordingly, you must use the triangle *abc,* which we described in *fig. 8,* and the curve *be* in that same figure, but incline line *ab* of that triangle closer to the segment *be*. After the circular section *be* has been divided by sixteen points into seventeen equal sections, and you have extended straight lines from point *c* through the points on *be* extending to the line *ab,* the divisions of line *ab* will be larger as they approach *a,* but smaller as they approach point *b*. Now that you have

kleyn/So nun des dryangels lini.a.b.mit punckten vñ zyffern gemacht ist/vñ die erst zal bey dem kleinsten theyl.b.anfecht/ dann nym sie vnd punckt̃r sie auf dein richtscheyd.e.f.vnnd ker das.b. aufs. f. so kumbt das.a.aufs b.wie ich dann das in dem negst folgetten dryangel hab aufgeryssen.



WEr dise andre krume lini machen will der muß darzů die ersten vorgemachten lini gebrauchen/nemlich die aufrecht. a b.die krum vñ die ortlini. e.f. wie sie dañ punckt̃rt worden ist/ nun mach das also/Erstlich gebrauch dich der aufrecht lini. a.b. nit weytter dañ auff 17 punckten/des gleichen auch der krumen lini/vnnd wie die ortlini.e.f.in der zal gestigen ist/die laß bleyben wie vor/ So du aber die new punckt̃rt lini.e.f.von vnden auf den vorigen linien auf steygen lest/so nym jr allweg vorn bey dem end.f.so offt sie steigt/eyn grad in der zal ab/byß das der lini.e.f. in der öbersten ortlini nichts mehr vber bleibt/das geschicht in den 17 punckten/ der aufrechten vñ krumen lini/Darnach zeüch dise new wordne krume lini von punckt zů punckt/ so sichstn wie sie ein gestalt gegen der ersten krumen lini gewindt/ wie ich das hie hab auf geryssen.



FVor soltu wissen das dise krumme lini/ mancherley weiß zůuerkern ist/ aber auß jn allen will ich sie noch eyn mal also verkern/die aufrecht gerad lini.a.b.mach eyn vierteyl kürtzer dann sie vor ist/ vnnd theyl sie wider wie vor mit 19 punckten in 20 felt/Aber die felt zwischẽ den punckten müssen vndẽ gegen der myndern zal weitter/vnd oben hynauf gegen der grössern zal enger werden/doch durch ein rechte ordnung Solche teylung diser lini/mach durch den forgedachten dryangel.a.b.c.der achtẽ figur/Doch muß für das zirckel trum.b.e. die fürgenomenn kurtz gerad lini.a.b.gebraucht werden/nun thu jm also/So du den dryangel machst so nym die rechtleng der vorigẽ aufrech-

C ij

marked line *ab* of the triangle with points and numbers, the first number is placed next to the smallest section at *b*. Then transfer these to the ruler *ef*, placing *f* next to *b* and *a* on *b* [*sic*, should read *e*] as I have drawn in the diagram below.

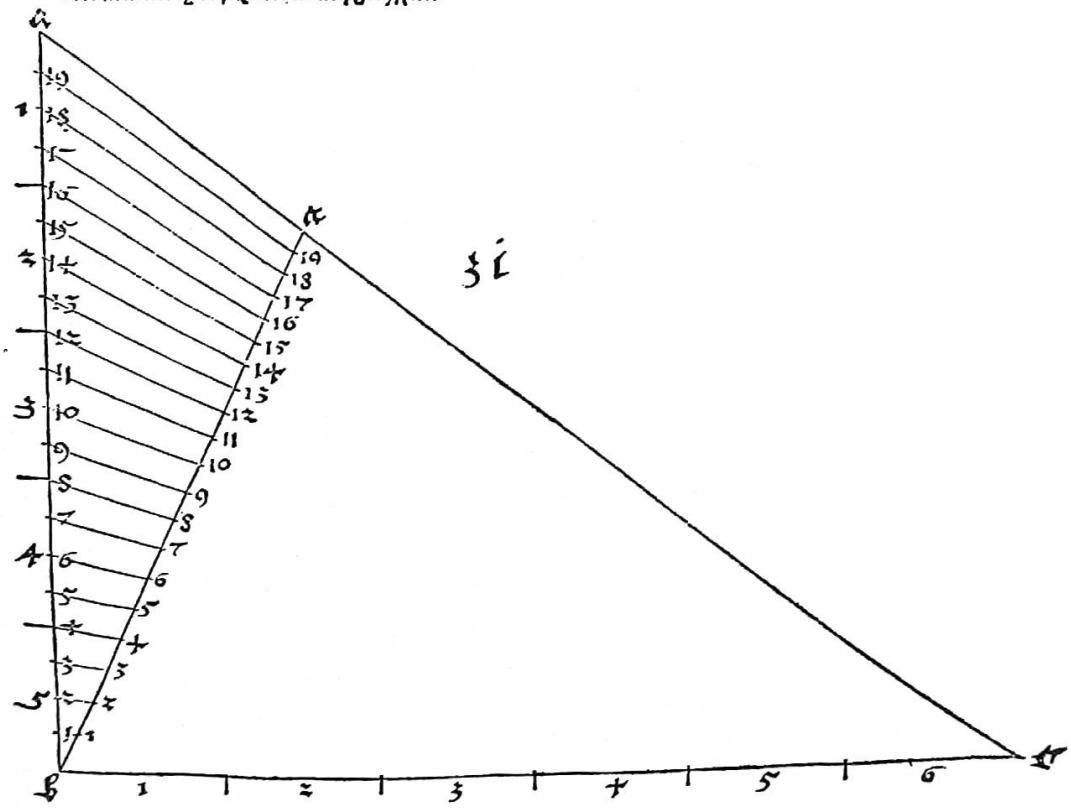
fig. 29

Now that you know how this curve can be altered in various ways, I will show you yet another method. Erect line *ab* a quarter shorter than before and divide it, as before, by nineteen points into twenty parts. But these parts must increase in size towards the bottom and decrease towards the higher numbers on top. This must happen in an orderly manner. To achieve this, use the triangle *abc* of *fig. 8*. However, you will have to use the short straight line *ab* [of *fig. 29*]. Now, when you construct the triangle, make use of the above-mentioned vertical line *ab*.

fig. 30

If you now wish to construct this other curve, you must again use the vertical line *ab*, as described above, as well as the curve and the guideline *ef* which has been marked on the ruler. Proceed as follows: First, utilize the line *ab* only up to the seventeen points, and do likewise with the curve, but leave the guideline *ef* as before. But as you erect the new line *ef* from the prior one, reduce it by one degree at each number, until at the uppermost point nothing remains of *ef*. This occurs after seventeen points of both the vertical straight line and the curve. Then draw this new curve by connecting the points, and you will note the difference from the other constructed curves as shown in the diagram below.

ten lini.a/b/mit jren 19 punckten damit sie getheylt ist in 20 gleyche felt / vnnd setz sie aufrecht / auf die zwerch lini b/c/vnd mach die zwerch lini/b/c/ein sechß teyl lenger dann die aufrecht/a/b/also das.a.b.c. vnd b.c. sechß hab/Darnach zeüch den ortstrich/a/c/vnd nym die fürgenomen kurtz lini. a.b vnnd leg sie vnden/mit jrem end.b.auf des dryangels winckel/b/vnd neig sie oben mit dem end/a/gegen dem /c/ byß das sie oben mit dem end/a/die ort lini/a/c/anrürt/Darnach reiß auß allen punckten/der langenn lini.a.b gerad ryß gegen dem winckel/c/wo dann dise streim liniem/die kurtz lini/a/b/ durchschneiden/ dahyn setz all punckten vnnd zyfer der langen lini /a/b/ Also ist dise kurtz lini/a/b/vergleichlich geteilt/ doch werden die felt vnden herab/zwischen den punckten ye lenger ye weyter/ vnnd oben hinauf enger man soll auch mercken/ye meer man die teyl in/a.b/vnden grösser vnd oben enger will machen ye lenger soll man die zwů lini/b/c/vnd/a/c/machen/so kan man die kürtzer lini/a/b/oben dest weyter hynder sich leinen/Doch wo es not thut mag man die lini/ a/ b/ die man in der theyllung endem will / kürtzer oder lenger machen / damit sie den ortstrich/a/c/erreich/Disen obgemelten dryangel/mit der verenderten lini.a.b.hab jch vnden aufgeryssen.



SO nun dise kurtze lini.a.b.gemacht ist/ so stell sie aufrecht an der ersten beschrybnen lini stat/ a.b. darauß du die erst krum lini getzogen hast/vnd gebrauch dich aller vorbeschrybnen messung/durch die zal leng höch vnd weyten/wie das in der figur angetzeigt ist/ vnnd puncktire darauß die new krumme lini kumbt/Dise lini lauft dir bogens weis weyt vber die aufrecht lini.a.b/dise lini ist zubrauchen zu den blettern /vnder ein horn neifen vnder ein captel/sie ist auch zů brauchen zů eim

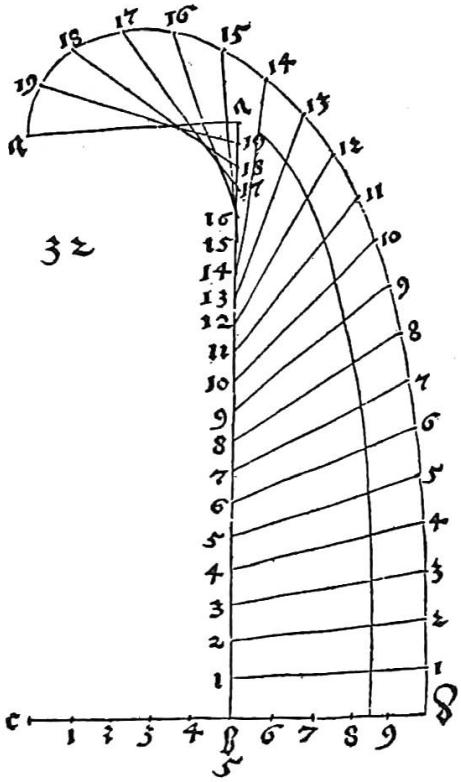
which has been divided by nineteen points into twenty equal parts. Place it at right angles on the horizontal line *bc*. This line *bc* should be one-sixth longer than the vertical line *ab*. Then draw the line *ac* and place end *b* of the shorter line *ab* on angle *b* of the triangle, so that its end *a* touches line *ac*. Now draw lines from each point on the long line *ab* towards point *c*. Where these lines meet the shorter line *ab*, place numbers corresponding to those on the longer line *ab*. In this manner the shorter line *ab* will be proportionally divided, and the parts will increase in size toward the bottom and decrease in size toward the top. It should be noted that the more one wishes to increase the size of the spaces on the bottom and the more one wishes to decrease the size of the spaces on top, the longer one has to draw lines *bc* and *ac*. But if necessary, one can change the length of line *ab* so that it will reach line *ac*. I have drawn the described triangle with its changed line *ab* below.

fig. 31.

Now that you have constructed the short line *ab*, place it at right angles on the first line, described above, in place of the line *ab* which you used to construct the first curve. Use the above-described measurements and numbers, as shown in the figure, and determine all the points of the new curve. This line will curve over and above the vertical line *ab*. It can be utilized for leaves, or for decoration of columns or for the top of a door (up to point 14). For this purpose I have also indicated the thickness of the masonry with

For the preparatory drawing for fig. 31, *see Appendix, p. 444.*

thuren dach/oben in den 14 grad/ Jch hab auch der mauren dicken hie bey angetzeigt mit der jnnern li ni/da bey du merckest wie vil die mauer oben düner soll seyn dañ vnden/diß gibt sich in der maß selbst/ Solchs hab jch hie vnden aufgeryssen.



VOn nötten ist den Steynmetzen zů wissen/wie sie ein halben zirckelryß oder bogen lini in die leng söllen ziehen/das sie der ersten in der höch vnd sonst in allen dingen gemeß bleyben von der gewelb wegen die sie schliessen/diß wöll wir also machen/Mach ein vberlengte vierrung/noch so lang als hoch/oben.a.b.vnden.c.d.Darnach teil die lini/c/d/mit eym puncktenn e/ in der mitt von eynander/vnd nym ein zirckel/setz jn mit dem ein fuß in den punckten/e/vñ reiß mit dem andern fuß auß dem punckten c ein runden ryß vbersich herum/byß in den punckten d/so rürt diser bogen die öber lini.a.b. Darnach teyl die lini/./d/mit eylf punckten in 12 gleiche felt/vnd far auß allen punckten mit geradē barlinien vbersich in den bogē/Darnach mach neben dise vberlengte firung zů gleicher höch vñ stellung/ein andre noch meer vberlengte fierung deins gefallens/die sey oben.f.g.vnden.h i/vnnd teyl sie mit eylf aufrechter barlinien in 12 gleiche felder wie die erst/Darnach zeůch auß allen punckten/des ersten bogens die durch die eylf aufrechten linien darinn worden sind/vber zwerch gerad barlinien/durch die aufrechten linien in der lengern fierung/wo sich dañ die creutz linien schliessen/dahyn zeůch die lengern bogen lini/vnd heb beym/h/an vnd zeůch sie von punckt zů punckt/byß du kumst in den punckten i wie jch dann das vnden hab aufgeryssen.

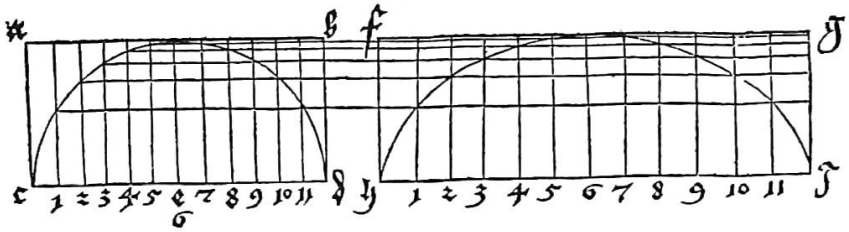
an inner line, so that you will realize that the wall thickness should be thicker on bottom than on top. These measurements will be arrived at by coincidence, as can be seen in the diagram below.

fig. 32

METHOD FOR EXTENDING THE WIDTH OF A SEMICIRCLE OR ARC

It may be necessary for stonemasons to know how to extend a semicircle or an arc so that they remain constant in height and in other respects, in order to conform to the existing vaulting. Proceed as follows: Draw an overly long rectangle, whose length measures twice its height. Mark it *ab* on top and *cd* on the bottom. Then divide the line *cd* in half with a point *e* in its center. Place one leg of the compass on point *e* and the other on *c*, and draw a circular line above and down to *d*. This arc will touch the upper line *ab*. Then divide the line *cd* by means of eleven points into twelve equal parts. From these points extend straight parallel lines into the arc. Now, next to this rectangle, draw another one, of the same height and position, but even more extended than the present one. Mark the new one *fg* on top and *hi* on bottom. Divide it into twelve equal parts by means of eleven vertical parallel lines, as you did in the first instance. From the eleven points on the first arc where the vertical lines meet the arc, extend parallel lines horizontally across to the vertical lines of the longer rectangle. Where these lines cross, draw the longer arc, beginning at *h*, point by point, until you reach point *i*, as I have shown below.

Cf. Appendix, p. 445.



DJe alten haben angetzeigt/das man dreyerley schnydt durch ein kegel mag thůn/die da vnder schydlich von einander sind vnnd die mit dem fuß des kegels nit ein gleyche zirckellini haben/ sonst mag man den kegel in der mit von eynnander schneiden/ der wirdt geformbt wie der kegel/des acht man auch nit/Aber die andern drey schnyt machen/ytlicher ein sondre lini/die selben liniē will jch lern aufreissen/Den ersten schnyt heysen die gelerten Elipsis/ der schneidet den kegel schleyms ab/vnnd nymbt dem fuß des kegels nichtz weg/ Diser schlemer schnyt mag an einer seyten höher/an der andern nydrer genůmen werden/ also das ein seyten neher vnnd die ander weyter zů jrem fuß hat/ Der ander schnyt ist jm aufreissen/ein barlini/mit der seyttenn des kegels.a.b. oder vmb kert/wie man will/den die gelerten Parabola nennen/Der dritt schnyt ist im aufreissen/ eynn aufrechte barlini/mit der lini die da auß dem Centrum des kegels fuß vbersich getzogenn wirdet/in des kegels spitz .a. Den nennen sie Hiperbole/ diser dreyer schnydt namen weis jch auf deutzsch nit zůsagenn/ wir wöllenn jr aber namen geben/dabey man sie kennen můg/Die Elipsis will jch ein eyer lini nennen/darumb das sie schyer einem ey gleich ist/Die Parabola sey genennt eyn brenn lini/darumb so man auß jrein spiegel macht so zündt sie an/Aber die Hiperbole will jch einn gabellini nennen/ Nun so jch auf reissenn will die eyer lini Elipsis/ muß jch zůuor den kegel aufreissen/ vnnd den schnyt darinn antzeigenn/ des gleichen den grund darunder machen dem thů jch also/Des kegels spitz sey oben/a.vnd der fuß vnden b.c.d.e.nun reiß jch auß dem.a.ein aufrechte lini herab/vnd der schlem schnyt durch den kegel sey oben f.vnden.g.disen schnyt.f.g.teil jch mit 11 punckten in 12 teyl/vnd heb die zal vnder dem.f. an. vnder disem kegel reiß jch seyn grund/ so wirdt das.a.ein Centrum.vnnd .b.c.d.e. seyn zirkellini/ wie das der aufrecht kegel gibt/So nun auß allen punckten aufrecht linien/von jm herab fallen in den grundt/ so durch schneyden dise linien/als.f.g.vnd die zaln die darzwischen sind.1.2.3.2c den zirkelryß/ die betzeichen jch auch mit jren bustaben vnd zifern/So das gemacht ist alßdann nym jch ein zirkel/ vnd setz jn im kegel mit dē ein fuß in die aufrechte lini.a.in der höch des schlemen schnydes.f.g.des punckten.1.vñ in diser höch setz jch den zirckel/mit dem andn fuß/herauß an die lini.a.d.vnnd behalt dise weyten mit dem zirckel/vnd drag sie in den nyder geduckten grund/ vñ setz den ein fuß des zirckels/in den Centrū a.vñ den andern fuß/setz jch auf die gestrackt lini.1.vñ reiß rund hynauß gegen dem.d.biß wider zů der lini.1.Darnach setz jch den zirckel wider mit dem ein fuß in dē kegel auf die aufrecht lini.a.in der höch des punctē.2.des schnydes.f.g.vñ den andern fuß setz jch in die lini.a.d.vnd trag die selb weite wider in den grund/vnd setz des zirckels einen fuß/ins Centrum.a.vnd den andern fuß auff die gerad lini 2 vnd reiß von dañ rund gegen dem.d.biß wider auff die gerad lini.2.Also thů jch im vort biß auff.4. Darnach went jch den zirckel in der zal.5.mitt dem ein fuß auf die lini.a.b.vnd drag das herab/vnnd reiß im grund rund herum/auß dem Centrum.a.von der gestrackten.5.gegen dem/d/biß wider zů disser lini/5/Also thů jch jm darnach durch die gantzen zal/drag all ding auß dem öbern kegel in grundt/ Darnach mach jch auß disem grund die blosse lini Elipsis also/jch reiß die leng des schnydes.f.g.aufrecht/wie sie dann mit jren eilff punckten in 12 gleiche felt geteilt ist/ vnnd reiß durch all punckten eylff zwerch barlinien/ Darnach nym jch die breiten auß dem grund/ auf der geraden lini.1.so weit sie der zirckel abschneydt/vñ drag sie zů dem schnyd.f.g.setz sie auf die lini.1.vnd punctir die breytē/zů beiden

fig. 33

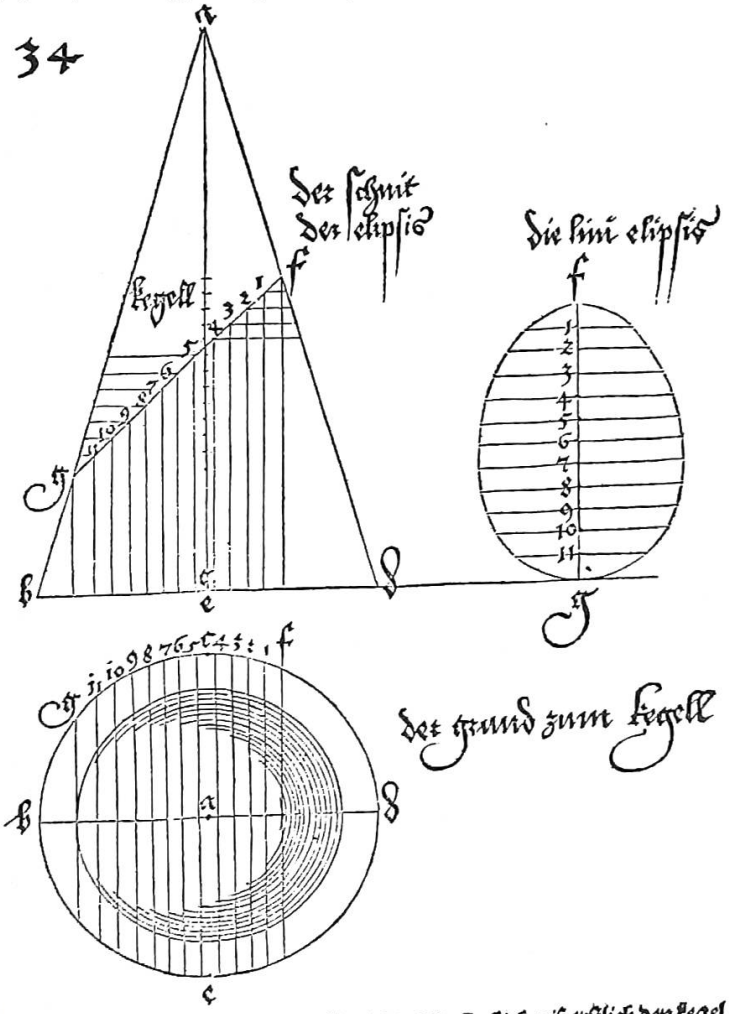
CONIC SECTIONS

The ancients have shown that one can cut a cone in three ways and arrive at three differently shaped sections. One can also slice the cone down the center. In that case the section is shaped like the cone, but we shall not include this section. But the other three sections are each of a particular configuration, and I want to teach you how to draw them. The first of these is called "ellipse" by scholars. It results from cutting the cone at an angle without touching its base. This cut may be higher on one side and lower on the other, meaning that on one side it can be closer to the base than on the other. The second section results from cutting parallel to the side *ab* of the cone, or cutting on the opposite side. The scholars call it "parabola." The third section is represented in cross section by a vertical line, parallel to a line that extends from the center of the base of the cone to its apex *a*. They call it "hyperbola." I know of no German words for these three sections, but I want to give them names by which they can be called. The ellipse I call *eyer linie* ["egg line"] because it looks like an egg. The parabola I call *brenn linie* ["burn line"] because if a mirror is shaped according to this line, it will set things on fire. And the hyperbola I shall call *gabellinie* ["fork line"].

If I want to draw an ellipse, I will have to draw a cone first in order to show the section, and then place the ground plan below it. I proceed as follows: The apex of the cone shall be on top, marked *a*. The base on the bottom is marked *bcde*. I now draw a vertical line downward from *a*, and I cut an oblique section through the cone and mark it *f* on top and *g* on the bottom. Now I divide this section *fg* with eleven points into twelve parts and begin numbering them below *f*. Below this cone I draw the ground plan of which *a* will be the center and points *b, c, d, e* will denote its circumference, corresponding to the size of the cone. If vertical lines are then extended downward from the cone into the ground plan below, they will traverse a section of the periphery between *f* and *g* which shall be marked at the intersections of the lines 1, 2, 3, etc. After this is done, I place one leg of a compass on line *a* of the cone at the level of point 1, and the other leg at the same level on line *ad*. Then I transfer this distance to the ground plan, setting one leg of the compass on its center *a*, and I draw a curve, beginning from line 1 in the direction of *d*, and continuing down until I reach line 1 once more. I then place one leg of the compass once again on line *a* of the cone, but now at the level of point 2 of section *fg*, and the other leg on line *ad*. I transfer this distance as before to the ground plan by placing one leg of the compass on center point *a* and drawing an arc beginning at the vertical line 2 until it reaches that line a second time. I continue in this manner up to point 4. When I reach number 5, I turn the compass around and place one leg on point 5 and the other one on line *ab*. This distance I transfer down to the ground plan, where I place one leg of the compass on center point *a* and draw a circular curve from line 5 toward *d* and down until I reach line 5 a second time. I then proceed in the same manner with all the other numbers, transferring the distances from the upper cone to the ground plan below. After this has been accomplished, I can draw the ellipse without the lines of construction, as follows: I draw a vertical line *fg* corresponding to the length of the section and divide it with eleven points into twelve equal parts. Then I draw horizontal parallel lines through all these points. After this, I transfer the length of line 1 of the ground plan, as far as it is limited by the curve, to line 1 of the new diagram *fg*, and I mark its extent at both ends.

A contemporary description of conic sections appeared in Johann Werner, Libellus super virgiti duobus elementis conicis, *Nuremberg 1522. It was undoubtedly known to Dürer—Staigmüller 1891, pp. 14-16; Hofmann 1971, p. 144.*
The incorrect assymetrical ellipse continued in use for a long time; e.g., in P. Apian, Perspectiva, *Nuremberg 1535, and in D. Schwenter 1618. For* fig. 33, *see Appendix, p. 445.*

seytten/Also thů ich jm durch die gantzen zal/so dann dise punckten zů rings herum gemacht sind/ als dañ zeůch ich die eyer lini Elipsis von punckt zů punckt/wie ich sölchs hie bey hab aufgeryssen.



Die Parabola ist gleicher weiß zů machē/als die Elipsis/Ich reiß erstlich den kegel. a.b.c.d.e. vñ d ariñ die aufrecht lini.a. vnd schneid das parabel/von oben herab biß durch des kegels fuß/ al so das diser schnyt/ein barlini sey gegen des kegels seyten.a.b.vnd diser schnyt sey oben f.vnd g.h.Darnach teil ich.f.g.h.mit eylf punckten in 12/gleiche felt/vnd reiß zwerch linien durch all punckten in.f.g.h.vnd die so auf der seyten sten gegen.a.d.die selben zwerch linien zeůch ich von der aufrechten.a an des kegels lini oder seytē.a.d.Aber die an der andern seiten sten die zeůch ich von der aufrechten a.an die seyten lini des kegels. a.b. darnach mach ich dē grund des kegels vnder dem kegel/des Centrī a.vnd zirckellini.b.c.d.e.ist.Darnach laß ich auß allen punckten der zifer vnd f.g.h.gerad linien / auß dem kegel herab fallē/ durch den rundē grund / vñ betzeichen sie dariñ mit jren ziffern/zů gleicher weis

I proceed in the same manner with all the other numbers, and after all the points have been marked on both sides, I connect them and arrive at the ellipse as shown below.

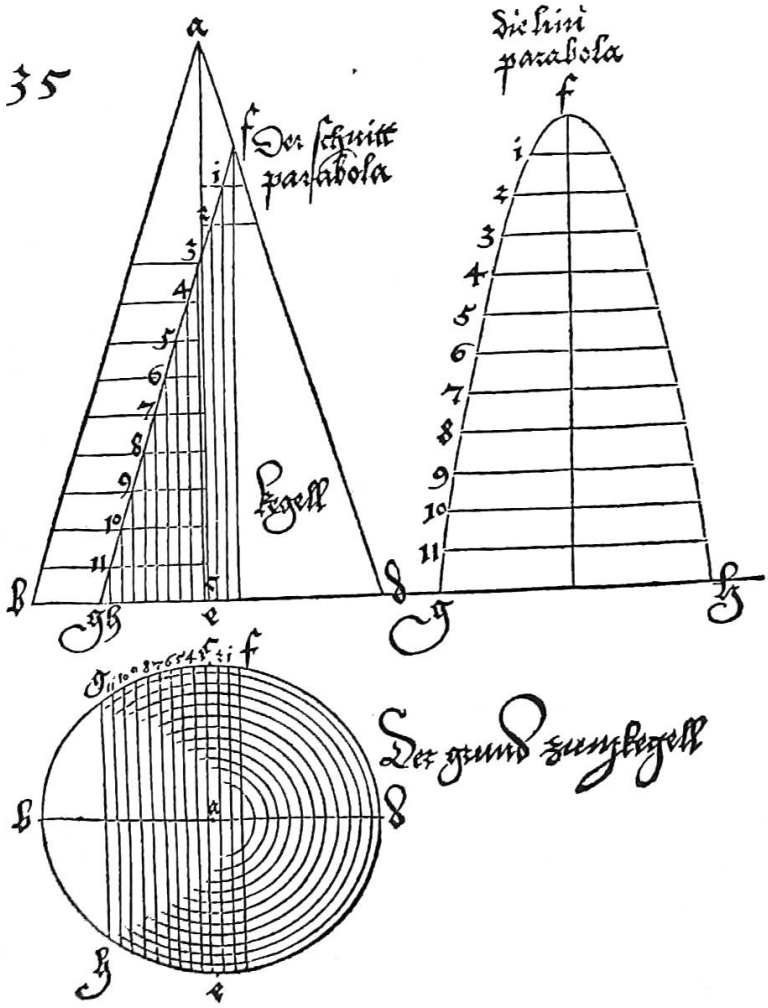
fig. 34

PARABOLA

The parabola is constructed in the same manner as the ellipse. First I draw the cone *abcd* and the vertical line *a*. I slice off the parabola from the top down to the base of the cone so that this cut is parallel to the side *ab* of the cone. I mark this cut *f* on top and *egh* on the bottom. Then I divide *fgh* with eleven points into twelve equal parts and draw horizontal lines through all points on *fgh*. Those which fall on the side closer to line *ad*, I extend toward *ad*, but the others I extend to line *ab*. Then I draw the ground plan to the cone below it in the form of a circle *bcde* with a center *a*. Now I extend vertical straight lines from all numbered points on line *fgh* of the cone down into the circular ground plan and mark them with their corresponding numbers in the same manner

Staigmüller 1891, p.16: It is apparent that Dürer entertained the mistaken notion that an ellipse has only one symmetrical axis, and that one of its ends is flatter than the other.

wie das vor im grund der eyer lini Elipsis angezeigt ist / Dann setz ich den zirckel / mit dem ein fuß im grund ins Centrum.a.vnd den andern fuß auff die gerad lini.j. vnd reiß gegen dem.d.rund hinauß / biß wider zů der lini.j. Das thů ich auf allen getzifferirten linien / biß das ich gar zů / g.h.kumb / so sicht man von stund an vor augen / des parabels schnyt / im nyder getruckten grund / So das als vertig ist / so reiß ich die lini des parabels oder brenn lini / auß disem grund also / ich reiß ein zwerch lini / stel darauf aufrecht / die höch des parabels / im kegel.f.g.h.darnach nym ich auß dem grund die breyten.g.h. vnnd stell sie auf die zwerch lini / also das die aufrecht.f.in der mitt stee / vnd zeichen dise zween punckten mit g.h. Darnach far ich mit eylf linien durch all punckten der aufrechten.f.so weit ich der bedarfft / vnnd drag auß dem grund alle breytten durch die zal / von allen geraden linien / die durch den zirckelris abgeschnytten sind / zů der aufrechten.f. vnnd punckter sie zů beyden seytten / das die aufrecht.f. allweg in der mitt bleib / Alßdann zeüch ich die brennlini parabola / von punckt zů punckt / wie ich das hiebey hab aufgeryssen.



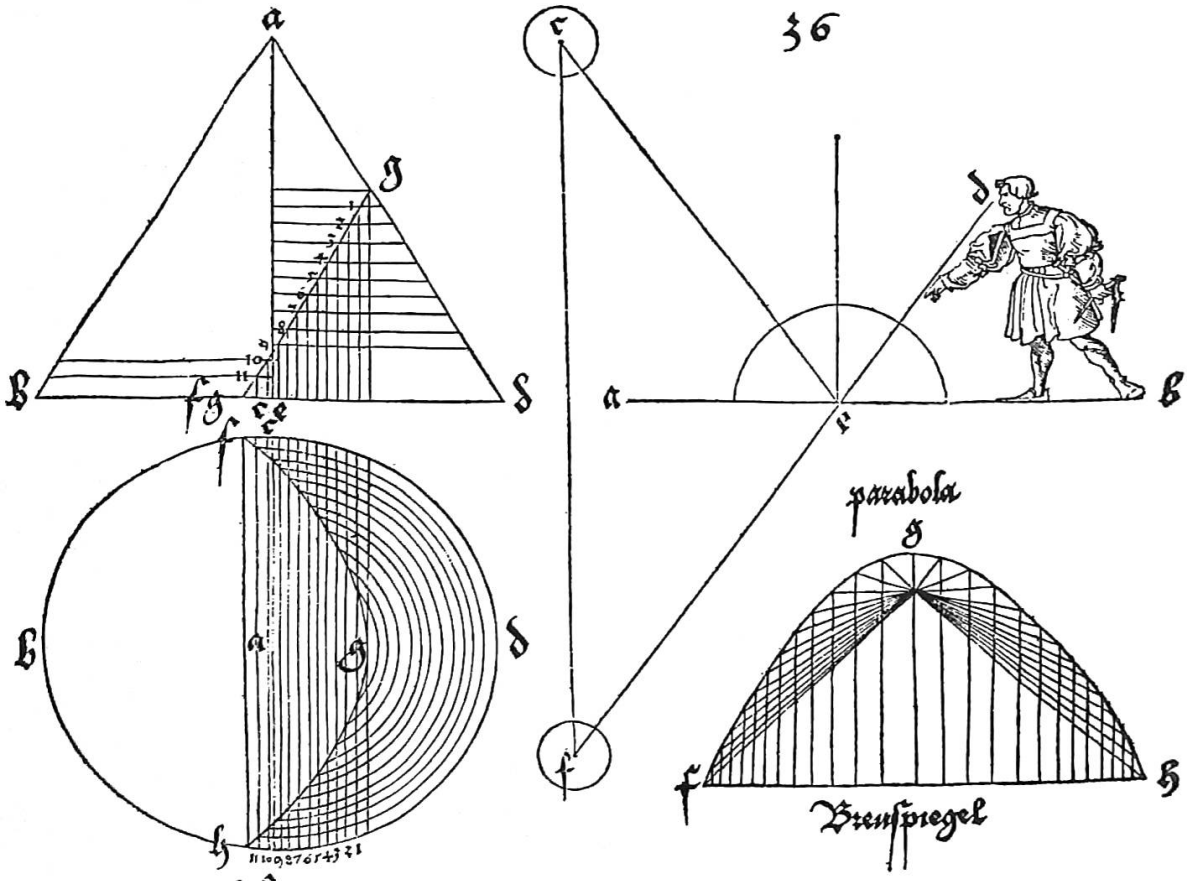
as I have done in the ground plan of the ellipse. I then place one leg of a compass on center *a* of the ground plan and the other on the straight line 1 and draw a circular curve towards *d,* continuing until I reach line 1 once more. I continue in this manner for all numbered lines until I reach *gh.* I will then have before me the complete parabola, foreshortened into its ground plan. Having done this, I construct a parabola without lines of construction out of this ground plan. First I draw a horizontal line on which I erect a vertical line *f* at right angles to the height of cone *fgh.* Then I transfer the length of *gh* to the horizontal base line of the new parabola, so that the vertical line *f* is in its exact center. I mark this base *gh* also. Now I draw eleven horizontal lines through all the points of vertical line *f* and transfer the correspondingly numbered distances, which are limited by the curves in the ground plan, to the vertical line *f,* making sure that this line is always in the middle of each transferred distance, and I mark off lengths on both sides. Finally, I connect all these points and arrive at the parabola shown below.

fig. 35

SO dū aber auß dem Parabel oder brenlini / hie vorn gemelt eyn antzünd spiegel mach en wilt/ so mach den kegel/ darauß du das parabel schneiden wilt/ mit seym spitz nit hö her dann so breyt vnden sein fuß ist/ oder das der kegel ein rechter dryangel sey / So dū dann ein parabel darein schneidest/ vnd nymst die selb lini/ vnd machst ein holen spie gel darauß/ so schneydt jn vorn ein wenig ab/ so brent er starck in dem punckten die zū samen fallen/ so die radi der sunnen darein geworffen werden / die sich wider herauß brechen / das zū uersteen must vor mercken / das ein ytlich ding das sich in einem spiegel erscheynt/ wie es hynein felt/ also bricht es sich wider herauß / vnnd wirdet doch das dinnen gesehen an der gegenwertigen stat / des das heraussen ist/ darumb wirdt das linck recht vnnd widerum/ das will jch zůbesserm verstand vnden aufreissen/ Also jch reiß ein zwerch lini.a.b.darbey verstee ein planen spiegel/ oder ein wasser darein dū sichest/ Nun stell jch ein liecht.c.in der höch auf ein seyten/ vnd stell ein mändlein dargegen auf die an der seytē/ das in den spiegel oder ins wasser sehe/ des aug sey.d. so findt sich das licht.c. dem aug nit ehr dañ byß die winckel des liechts radi.c.vnd des gesichts.d.streim linien gleich werden/ das begibt sich al so/ Weñ du auß dem pnnckt.c.e.darin sich die widerbrechung begibt/ ein aufrechte lini vbersich zeüchst/ vnd ein zirckel mit dem ein fuß in disen punckten.e.setzt/ vnd mit dem andern fuß von der lini.a.b.vber sich herum reist/ vnd findest durch die maß das die radi des lichts.c. vñ des gesichts streim lini.d. gleych weyt von der aufrechten lini sind/ so ist es der recht punckt darinn das licht funden wirdet / Weñ dañ dein gesicht vndersich durch den spiegel streicht/ vnd auß dem öbern liecht.c.ein aufrechte lini herab felt so find sichs bey der durch streichetten lini.d.wie tyf sich das liecht im spiegel oder wasser erscheynt/ Zū gleicher weiß nach seiner art/ stossen sich die radi der sunnen/ im spigel der auß der lini des parabels ge macht ist hergegen/ vnnd fallen all herauß in einen punckten/ vnd brennen starck / vnd was die vrsach sey/ das haben die Mathematici angetzeigt/ wer da will mags lesen / Dise mein öhre meynung sichst du vnden aufgeryssen.

CONSTRUCTION OF A PARABOLOID BURNING MIRROR

If you plan to construct a burning mirror of paraboloid shape, the height of the cone you will have to use should not exceed the diameter of its base—or this cone should be of the shape of a equilateral triangle. If you then cut a parabola from this cone and use its curve to form a hollow mirror, you should cut off a small portion at the edge. It will then burn more intensively in its focus where the rays of the sun join in reflection. To understand this, you must know that in any kind of mirror whatever is exposed to it is also reflected by it, and what is inside of it is turned around. This is why left is turned right and vice-versa. For your better understanding, I shall draw it below. First I draw a horizontal line *ab*. It represents a mirror plane or a water surface that reflects your image. Now I place a source of light *c* at a raised elevation on one side, and a figure of a man on the opposite side, so that he will look into the mirror or the water. I mark the eye *d*. In this configuration the light emanating from source *c* will not meet the eye until the angles of the light ray *c* and the line of sight of the eye *d* become equal. This is demonstrated in the following. If you erect a vertical line upward from point *e*, where the reflection occurs, and then place one leg of a compass in this point *e* and draw a circle with the other leg from line *ab*, and you find that the distance of the light ray *c* and the distance of the line of sight *d* from the vertical line are equal, then you have located the correct spot where the light is reflected. If you then extend the line of sight through the mirror downward, and you extend a vertical line downward from the source of light *c*, it will indicate the apparent depth of the light in the mirror or below the water level. The rays of the sun are reflected in the same manner in a parabolar mirror, where they all meet in one focal point and cause intense heat. The cause of this has been explained by mathematicians. Whoever wants to know it can look it up in their writings. But I have drawn my explanation, as outlined above, in the figure below.



NVn will ich fürbaß aufreissen die gabel lini Hiperbole/ diß wirdet ebenn die vorig meynung sein/ ich reiß wider den kegel.a.b.c.d.e/ Darnach reiß ich in dysen kegel/ ein aufrechte barlini/ gegen der aufrechten.a.die sey oben.f.vnden g h damit abgeschnytten wirdt die seyten/ d/ dysen schnyt der gabellini hiperbole/ f/ g/ h/ teyl ich mit eylf punckten in 12 felt.vnd far auß allen punckten/ von/ f/ g/ h vnd zyfern/ mit barlini vber zwerch so weit ich der bedarf/ vnd reiß auf der seytten ein aufrechte lini/ f/ durch all dise zwerch linien/ Darnach mach ich den runden grund/ vnder dem kegel des Centrum.a.vñ zirckelryß.b.c.d.e.ist recht/ vñ laß den schnyt des kegels/ f/ g/ h/ durch disen grund schneydē/ vnd setz die bustaben.g.f.h.darzů/ wie sich das auß dem kegel in grund wirft/ Darnach nym ich eynn zirckel/ wie ich vorn angetzeigt/ vnd nym mit die breyte des halben kegels/ auf einer ytlichen zwerch lini/ der lini.f.g.h/ vnd trag die herab in grund/ vnd setz den zirckel mit dem ein fuß ins Centrum.a.vñ reiß mit dem andern fuß gegen dem/ d/ all zirckelryß/ die dañ ab geschnyden werden mit der lini/ g/ f/ h/ vñ setz jr zal darzu/ Darnach nym ich die breiten auß dem grund auf allen geraden linien/ die zů beyden

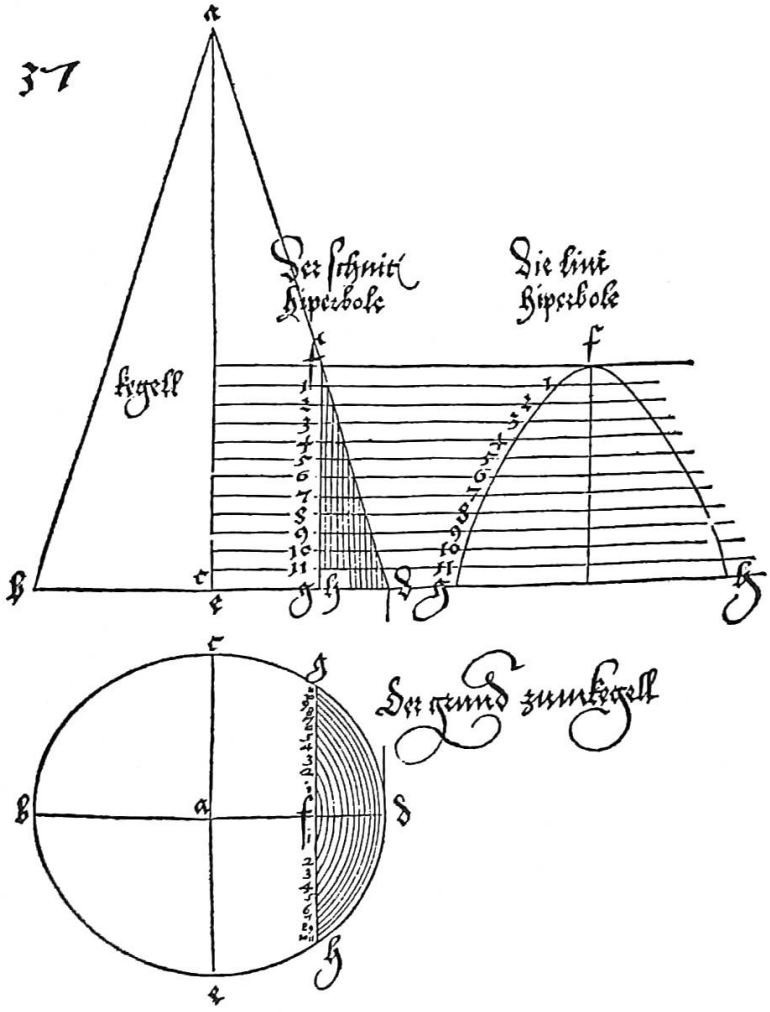
fig. 36

HYPERBOLA

Now I shall show how to construct a hyperbola. It is similar to the preceding constructions and I begin by drawing a cone *abcd*. I then erect in this cone a vertical line parallel to the vertical line *a* and mark this line *f* on top and *gh* on bottom. In this way a part of line *d* is trimmed off. I then divide this section of the hyperbola *fgh* into twelve parts by means of eleven points. I then extend horizontal parallel lines from each of these numbered points to a length of my choice. After this I erect a vertical line *f* which traverses all of these horizontal lines at a point adjacent to the cone. Then I draw a round ground plan below the cone with a center *a* and a periphery *bcde*. I also extend the section *fgh* of the cone into the ground plan, where I mark it *ghf*. Then I take a compass, in the same manner I used it before. Taking half the width of the cone at the level of each horizontal line *fgh*, I transfer it to the ground plan, where I place one leg of the compass on center *a* and draw an arc with the other towards *d* and beyond to line *ghf*. I number each arc. I then transfer the span of all these arcs to the

Staigmüller 1891, p. 16. The original illustration of the burning mirror in the edition of 1525 showed the focus incorrectly. The correct diagram was therefore pasted over the incorrect one in every copy of the edition.

seyten abgeschnyden sind worden/vnd drag sie zů derauf rechten lini/ f/ vnd kum mit zal auf zal/ vnd punckt ir die breyten zů beyden seyten der aufrechten/f/ neben dem kegel von der zal. 1. herab byß auf/ g/ h/ Darnach zeuch die gabellini Hiperbole/ vonn punckt zů punckt/ wie ich das hie vnden hab aufgeryssen/ so eygentlich/ ob schon keyn schryft dabey wer/ vermeint ich/ diß solt alles durch sehen käntlich seyn.



Aber will ich ein lini zyehen/die in mancherley sachen zů brauchenn ist/die mach ich also/ Ich reiß eyn lini oberzwerch/der anfang sey.a.vnd end.b.vnd heb nach dem.a. an zů zelen/ vñ setz auf diser lini.16.punckten in gleicher weiten nach eynander/ doch das zwischen dem end.b.

vertical line *f*, marking off these distances, number by number, on either side on the horizontal lines adjacent to the cone, beginning with 1 [on top] and down to line *gh*. Then I connect all the points and arrive at the hyperbola, as shown below. It is shown in a way that can be understood even without a written explanation.

fig. 37

hyperbolar section

hyperbola

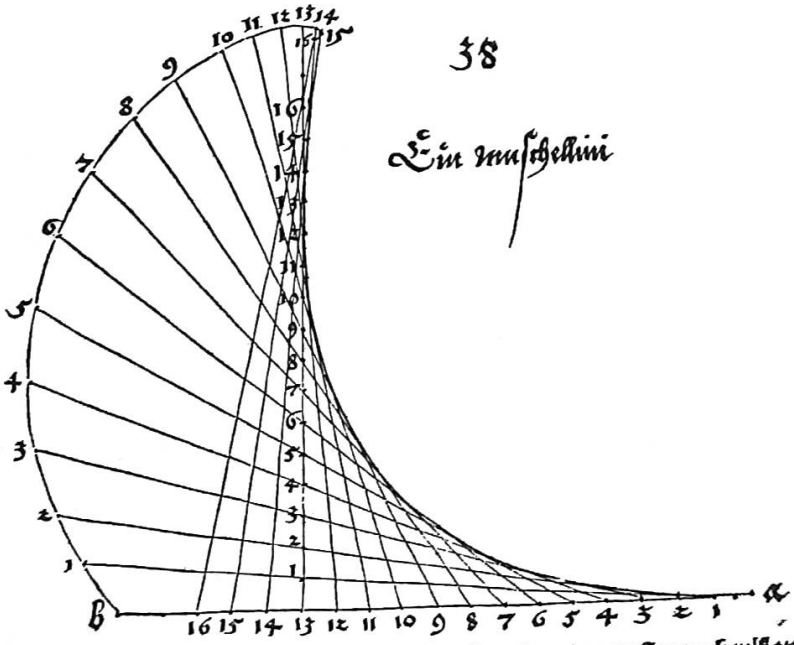
cone

ground plan of the cone

CONSTRUCTION OF A CONCH LINE

I shall construct yet another line that can be put to many uses. I proceed as follows: I draw a horizontal line *ab* and divide it by means of sixteen points equidistant from each other and numbered beginning at *a*. But between the end *b* and point 16 there shall

vnd dē puncken 16 ein trum vngeferlich vber bleib/Darnach setz jch ein aufrechte lini/auf die zwerch lini.a.b.in den pnnckten.13.so lang die zwerch lini.a.16.ist/ vnd puncktir sie auch mit disen zalen / vnd zel von vndē jch vbersich/Darnach nym ein richtscheydt/vñ stich darauf die leng.a/b.vnd setz das mit dem ein end/auf die zwerch lini.a.b.in den puncken .1. vnd leg es in der aufrechten in den puncken.1. vnnd wo das ander end des richtscheitz hyn trift/da setz jch auch ein puncktenn.1.Darnach leg jch das richtscheid mit dem ein end auf der zwerch lini.a.b.in den puncken.2.vnd erhebs an der aufrechten lini in den puncken.2.wo dann das ander end des richtscheitz hintrift/ dahyn setz jch auch ein puncken 2.Also thū jch jm durch die gantzē zal der zwerch vnd aufrechten lini / biß das jch im durchschliefen zū 16 zaln kom/Darnach zeūch jch dise muschellini vonn punckt zū punckt/ wie jch dann hie vnden hab aufgeryssen/dise lini ist in mancherley weis zū verkeren.



ZV diser egemachten lini mag man ein werckzeūg zū richten/ damit man sie machen kan leichtiglich/ nemlich also / Mach ein viereckt holtz so lang du seyn bedarfst vberzwerch / des anfang sey vorn.a.hinden.b.darein stoß oben ein tiefe niet/ das etwas darinn hyn vnd her gefürt mūg werden/vnd theyl das holtz/mit punckt vnd zalen in so vil teyl du wilt / vnd heb die zal bey dem.a. an/Darnach mach in der mitt an ytlicher seyten diser zwerch laden/zwey aufrechte dünne richtscheynlein/so lāg das zwerch holtz oder ladē ist/vnd das sie eng bey einander sten/vnd puncktir sie gleich mit der zal/als das zwerch hotz oder die ladē puncktirt ist/vñ heb die zal vnden an/Darnach mach ein feins lentzlein/so lang oder kurtz du das habē wilt/vñ mach jm zūhynderst ein vmblaufetz redlein/ das in die mitt/der niet/in der zwerch laden.a.b.gerecht sey/darines hin vnd her geen mūg/Darnach scheūb das lentzlein zwischen die zwey richtscheitlein hinauß gegen dem teyl.b.vñ setz das hynden oder vnden mit dem redlein in die mitt des zwerch holtz/gegē dem.a.in den erstē puncken.1.vñ leg das lentzlein zwischē den holtzern auch nider in den vnderstē punctē .1. vnd wañ du dañ mit dem redlein vnden gegen dem richtscheyt ferst/vñ so weyt du hinein ferst/so weyt far allweg mit dem lentzlein zwischē dein richtscheitlein vbersich/biß das du vnden mit dem redlein durch die zwey richtscheytlein vnd gar ans end kumst /

remain a slightly larger distance. I then erect a vertical line at point 13 of the horizontal line *ab* which shall be of a length equal to *a*16. This line I also mark with the same numbers, beginning from the bottom. Then I take a ruler and mark the length *ab* off on it. Placing one end of the ruler on point 1 of the horizontal line *ab* and letting its edge touch point 1 of the vertical line, I mark the point indicated by the other end of the ruler 1 also. Then I place one of the rulers on point 2 of the horizontal line *ab* and its edge on point 2 of the vertical line, and then mark the point indicated by its other end 2. I proceed likewise with all the numbers on the horizontal and vertical lines until I reach point 16. Subsequently, I draw the conch line as in the diagram below. This line can be altered in various ways.

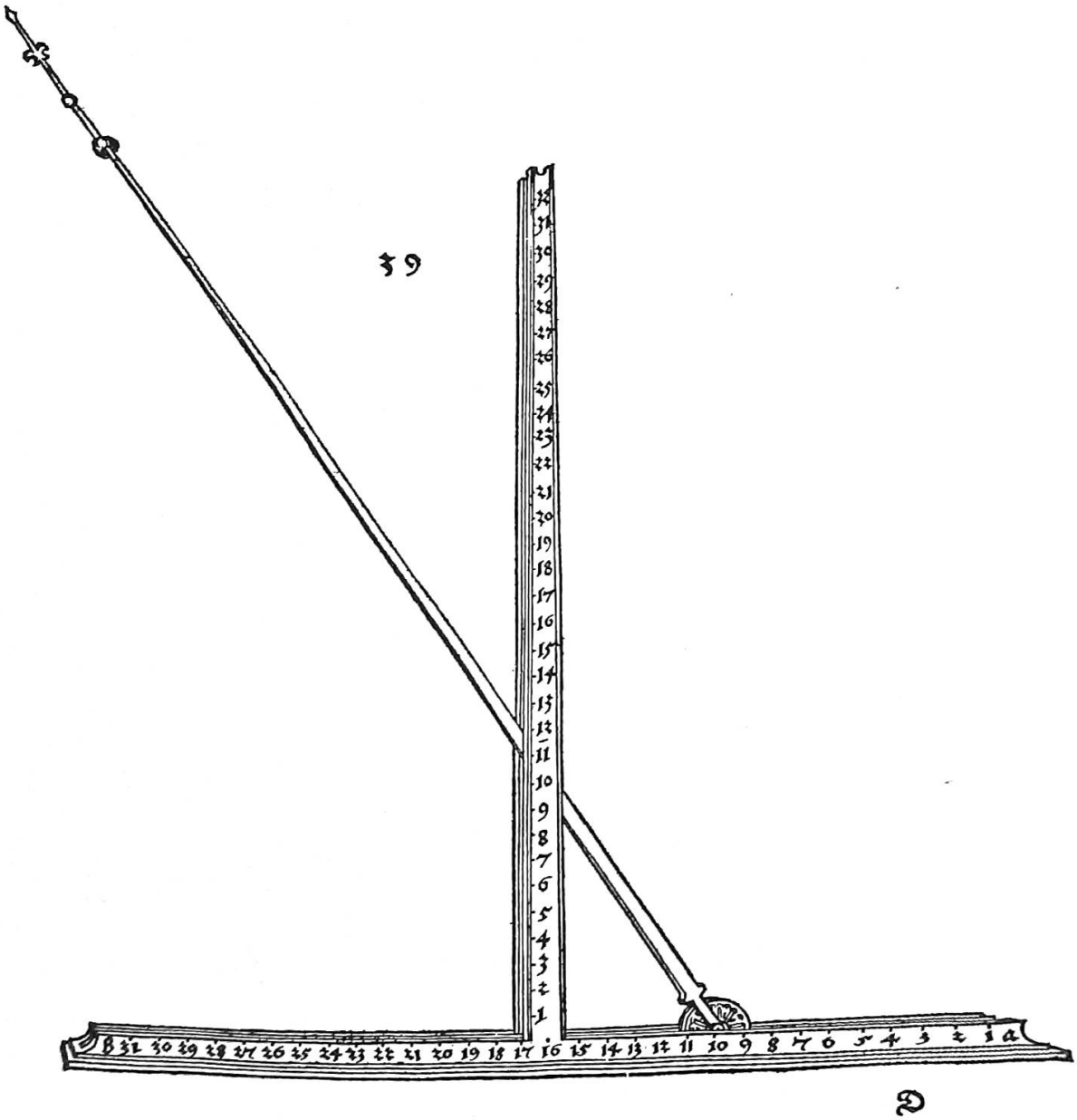
fig. 38

A Conch Line

DRAFTING DEVICE FOR THE CONSTRUCTION OF CONCH LINES

It is possible to build a device which will make the construction of conch lines easier. Take a length of wood having a square profile and of the desired length to draw a horizontal line. Let *a* stand for one end and *b* for the other. Cut a deep groove into its upper side so that another piece of wood can be moved to and fro in it. Then divide this length of wood in as many points and parts as you wish and number them, beginning at *a*. Then attach two thin rulers at right angles at the center of the base. These rulers should be of equal length to the horizontal baseboard and have a narrow gap between them. Beginning on the bottom, mark and number them in the same fashion as the horizontal piece. Now make a thin rod of a length of your choosing, and attach a wheel to its lower end. This wheel must fit into the groove of the horizontal section so that it can be moved freely back and forth. Now insert the rod between the two vertical rulers, with its point toward *b* and its wheel near *a*. The closer the wheel is to the vertical rulers, the steeper will be the position of the rod.

wirdet dir das lentzlein vom mit der spitz dise lini furen/wie sie werdenn soll/ Dise mein meinung hab ich nachfolget aufgeryssen.

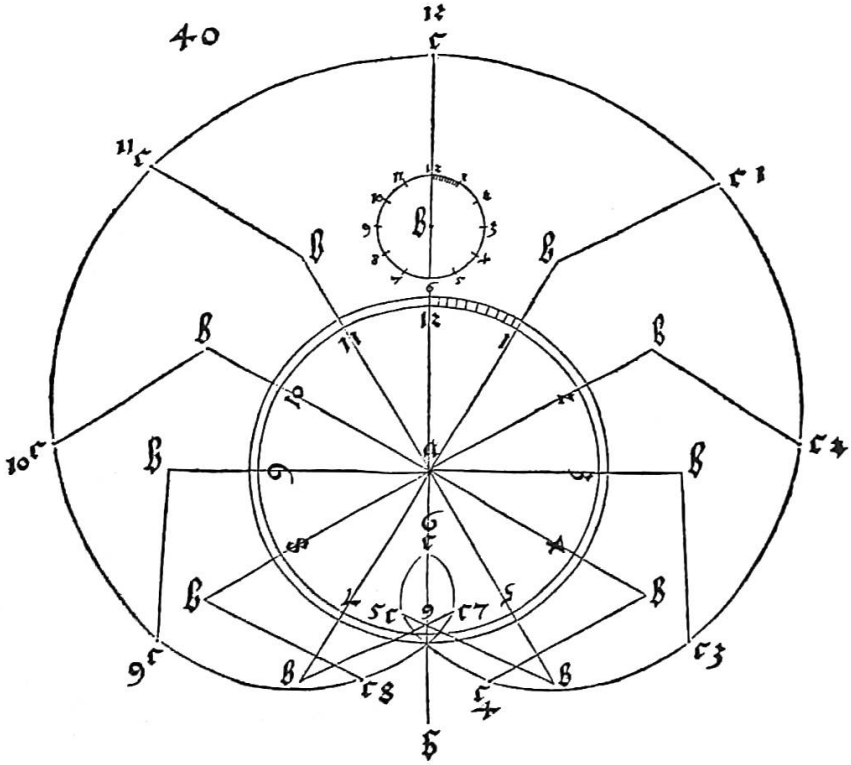


I have drawn the diagram below to illustrate what I have explained above.

fig. 39

Staigmüller 1891, pp. 16-18: Dürer's conch line is based on the one described by Nicomedes, transmitted to him by a manuscript of the writings of Pappus or Eutekius which Dürer, apparently, did not fully understand. Winkler 1939, vol. 4, pl. 27; Panofsky 1943, no. 1710; Rupprich 1969, p. 322; for an illustration of the preparatory drawing, see Appendix, p. 446.

ABer ein andre lini/die sey genant ein spiñen lini/darum dz sie im aufreissen/dardurch mans macht scheir einer spinnen enlich ist/die mach ich durch ein zwifache bewegung also/Ich reis eyn auffrechte lini.a.b.daran setz ich ein andre lini der end sey.c.vñ die lini.a.b.laß ich im end a stet bleiben/Aber das end.b.für ich in zirckels weis herumb/wie ich dañ der end im vmblauf vberal mie b.vertzeichent hab/ Darnach soll im end.b.die ander daran gestossen lini.c. mit jrem hyndern ende im punckten.b.auch stett bleiben/aber das förder end.c.soll in zirckels weiß herum gefürt werden/ So dañ die erst lini vmgefürt/vnd die ander anstosset auch sonderlich herum gefürt wirdet/so zeichent das end c.ein sonderliche lini/damit aber dise lini gewyß gefürt werd/so setz ich eyn zirckel mit dem ein fuß in dē punctē.a.vñ reiß mit dem andern fuß eyn zirckellini vnder dem/b/die gradir ich auch in theyl mit zifferen/dardurch die lini.a.b.von punckt zů punckt gewyß gee/Des gleichē thů ich jm auch im punctē.b. vnnd so offt ich mit der lini.a.b .eyn grad gee / so oft gee ich auch ein grad im zirckel.b.mit der lini.c.so zeichnet das end.c.die punckten zwischen den jr lini zůsamen soll getzogen werden/die ich vberall mit.c vertzeichent hab/wie das nachfolgett auffgeryssen ist.



NAchfolget will ich ein Instrument machen/damit man an vil end/hoch/nyder/ zůn seytten/ fürsich oder hyndersich/eyn schlangen lini deůten vñ reissen mag/Solchs instrument wirde an stangen gebogen gewendt vnd vmbgeryben / vnnd in glidem der stangen söllen scheiben seyn/In der Centrum söllen die bůg sein darin es vmb geet/ein teil mag fürsich das ander hyndersich oder wo man hyn will gebogen werden/oder alle mit eynander fürsich oder hyndersich/ vñ in welchen

CONSTRUCTION OF THE SPIDER LINE

There is another type of line which I shall call the "spider line" because when it is fully drawn it resembles a spider. I arrive at this line by a twofold manner of construction. First, I draw a vertical line *ab* which I extend with another line, ending in *c*, whereas line *ab* terminates at point *a*. I rotate end *b* in a clockwise direction around center point *a*, and I mark each position *b*, as shown in the diagram below. But then from each point *b*, the line *bc* shall be extended, anchored in each point *b*, but rotated at point *c*. To do this properly, I draw a circle around point *a*, but below point *b*, and mark it with numbers [1-12]. This will assure that the lines *ab* are drawn exactly from point to point. I then do likewise with point *b* [i.e., draw a circle around it and number twelve subdivisions of its periphery]. And as I progress from point to point with lines *ab*, I also advance point by point along the periphery of circle *b* with lines *bc*. I then mark each newly created point *c* and connect these points. This will result in the curve shown below.

fig. 40

CONSTRUCTION OF AN INSTRUMENT TO DRAW SERPENTINE LINES

In the following I shall show how to construct an instrument that can be used to draw a variety of lines, including a serpentine line. This instrument consists of rods which can be turned and twisted or reversed by means of joints which consist of disks. In the center of these disks are the hubs around which the rods can be turned forward or backward in any direction.

Staigmüller 1891, pp. 18-20: This so-called Cartesian curve is referred to specifically as a Pascal's Limacon. The curve interested many mathematicians. Descartes asserted that it is defined by the formula $ae + be = c$. *Cayley devoted a special study to this curve, using the formula* $(x^2 + y^2 - a^2)^2 + 16A\,(x\text{-}m) = 0$.

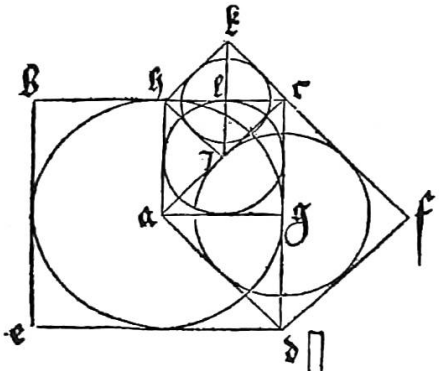
ſtangen man will/ſöllen ſie alſō gemacht werden/ das man ſie von grad zů grad auß eynander můg
rücken erlengen/oder in eynander ſchyeben vnd verkürtzen/ Vnd ein ytliche ſtang ſoll gemacht werdē
das ſie von grad zů grad gewent oder vmgeriben můg werden auf welche ſeyttenn man will/ Man
mag auch der ſcheiben vnd ſtangen vil oder wenig machen/darnach man dis inſtrument brauchē wil
Vnd dle vnderſt ſtangen ſoll aufrecht geſtelt werden/mit dem vnderſten teyl feſt/ vnd auf kein ſeytten
gebogen/Dañ alle ding můſen an dieſer ſtangen vmbgeen/ aber in jrem vmbgang mag ſie durch all
grad in dem zapfen vmbgeryben werden/wie man will/Aber das zůuerſteen/ will jchs alſo fürgeben/
jch mach vier ſtangen / die haben oben vier ſcheiben alß glider in der Centrum die ſtangen gebogē wer
den/vnnd die ſcheiben ſollen in jrem zirckelrys mit graden durch ziffer getzeichnet ſeyn/ Vnnd die letze
kleineſt ſcheibe/ſoll nach jrer maß ein lange nadel die auß jrem Centrum geet habē/ die vmblauf/ dar
durch der fürgenůmmen lini gang antzeigt wirdet/ Diſe nadel ſoll auch gemacht werden/das mans
auß eynander oder in einannder ſchyeben / auf das man ſie vonn grad zů grad lenger vnnd kürtzer
machen můg / Solch obgemelt inſtrument mag man mancherley weyß verenderen / darnach es der
gebrauch erfordert/man mag es auch groß oder klein machen/Aber von nötten iſt zůmercken / das die
ſtangen vnd ſcheiben/nach rechter maß gröſſer vnd kleiner gemacht werden/dann die hynderſt ſoll die
groſt ſeyn/die forderſt die kleinſt/alſo das diß alles in der geſtalt/ ſterck vnnd gewicht wolgeſchickt ſey/
das zů machen ſind alſo/Zum erſten mach die ſcheibem durch jr größ in ſolcher ordnung/als groß du
die ſcheiben haben wilt/reiß ein rechte firung.b.c.d.e.vnd ſetz ein punckten.a.in die mitt/ vnd nym eyn
zirckel ſetz jn mit dem ein fuß in den punckte.a.vñ reiß mit dem andern fuß/ein zirckellini die die fier ſei
ten der vierung an rür/diß iſt die größ der erſten ſcheiben/Darnach reiß zwů geſtrackt lini.a.c.vnnd.a
d.vnd ſetz noch ein ſölchen halbteil außerhalb.c.d.daran /des eck ſey.f.ſo findt ſich die ander vierung.a
e.f.d.Darnach ſetz ein zirckel mit dem einen fuß/mitten auf die lini.c.d.in ein punckten. g. vñ reiß mit
dem andern fuß ein zrckellini/die die ſeyten der kleinem firung.a.c.f.d.an rür/diß iſt die groß der ande
ren ſcheiben/darnach ſetz ein punckten.h.mitten auf die lini.b.c.vnd reiß ein gerade lini.a.h. ſo wirdet
ein firung.h.c.g.a.darnach teil.a.c.mit eim punckten.j.in der mitt von eynander/ vnd nym ein zirckel
ſetz jn mit dem ein fuß in den punckten.j.vnd reiß mit dem andern fuß ein zirckellini / die die ſeytten der
firung.h.c.g.a.an rür/das iſt die größ der drytten ſcheiben/darnach reiß ein geſtrackte lini.j.h. vnd ſetz
auſſerhalb.h.c.noch ein ſolchen halben teyl daran/das ſelb eck ſey.k.ſo wirdet ein fierung.h.k.c.i. Dar-
nach teyl die lini.h.c/mit einem punckt/l/in der mitt von eynander in diſen punckte/l/ſetz ein zirckel mit
dem ein fuß/vnd mit dem andern fuß/reiß ein zirckellini der die ſeytten der firung.h.k.c.i.an rür/diß iſt
die größ der kleinſten ſcheiben/ſolchs ſtet in rechter ordnung / dañ die erſt ſcheib iſt zwey mal ſo groß als
die ander/die ander iſt zwey mal ſo groß als die dryt/vnd die dryt iſt zweey mal ſo groß alß die vierdt /
Nun ſöllen die ſtangen ein ytliche viermal ſo lang ſein/als hoch die ſcheib iſt / die man mit jrem Cen-
trum daranf ſetzt/Darauß tregt ſich zů das alle leng diſer vier ſtangen/můgen auß eyttel ortſtrichen/
oder diameter der firungen/die ſich auß einander verlungen genůmen werdē/wie das auß der ſcheybē
firungen genug angetzeigt iſt/Item der ſtangen breyten můſen auch auß firungen genůmen werden
das merck alſo/Die erſt gröſt ſtangē mach breyt ein ſibentzehen teyl von jrer leng/daruon ſchneid oben
mit einer zwerch lini ein firung ab/Darnach reiß auß dem mittel punckten diſer firung zwů gerad li-
ni in die zwey ſeyten eck der firung/vnd ſetz noch ein ſolchen halbteil daran/ſo wirdet ein firung halb ſo
groß als die erſt/ Darnach zeůch die breiten der andern ſtangen auß diſer new worden firung / ſo wir-
det ſie auch ein ſibentzehē teil breyt von jr leng/ Darnach thů jm zů gleicher weiß mit der dryten vñ vier
ten firung/oder ob du der meer wilt machen/die auß einander verlungt werden / vnd zeůch allweg der
ſtangen breite darauß/ſo gewint ein ytliche nach jrer maß ein rechte breytē/ alſo das eine eben ein form
hab wie die ander/Alſo ſchieben winden vnd reiben ſich die ſtangē/nach verruckung der firungen/für
vnd für vberſich/vnd jre end deůtten ein feine ſchneckenlini/ Vnd ob man in diſe größ der ſtangen et-
was zirlichs will ein reiſſen/das ſind man durch diſe obberürte meinung gleich ein zůteilen/dañ durch
diß werdē die boſſen der groſſen vñ klein ding gleich an einander/ Vnd welcher diß inſtrument mache
der ſech gar eben auf/das die geng ſo man ſie vmbfürt nit an einander jrren/Auch heft die ſtangen in
der ſcheyben Centrum / eine auf der rechten ſeyten/vnnd die ander auf der lincken/an eynander/ alſo
durch auß / vnd die ſtangen ſöllen zůunderſt vmb gewent werden in jren graden / vnnd in der mit der

D ij

The rods shall be arranged in a manner that they can be advanced by degrees and can be shortened or extended. Each rod would also be reversible, so that the disk showing the degrees can be read from either side. The instrument should also be made with few or many dials or rods, according to the intended application. Its lowest rod shall be placed in an upright position, its lowest portion firmly fastened and not bent. For all parts of the device have to rotate around this rod, but in this process it may be fully rotated around its fulcrum, as desired.

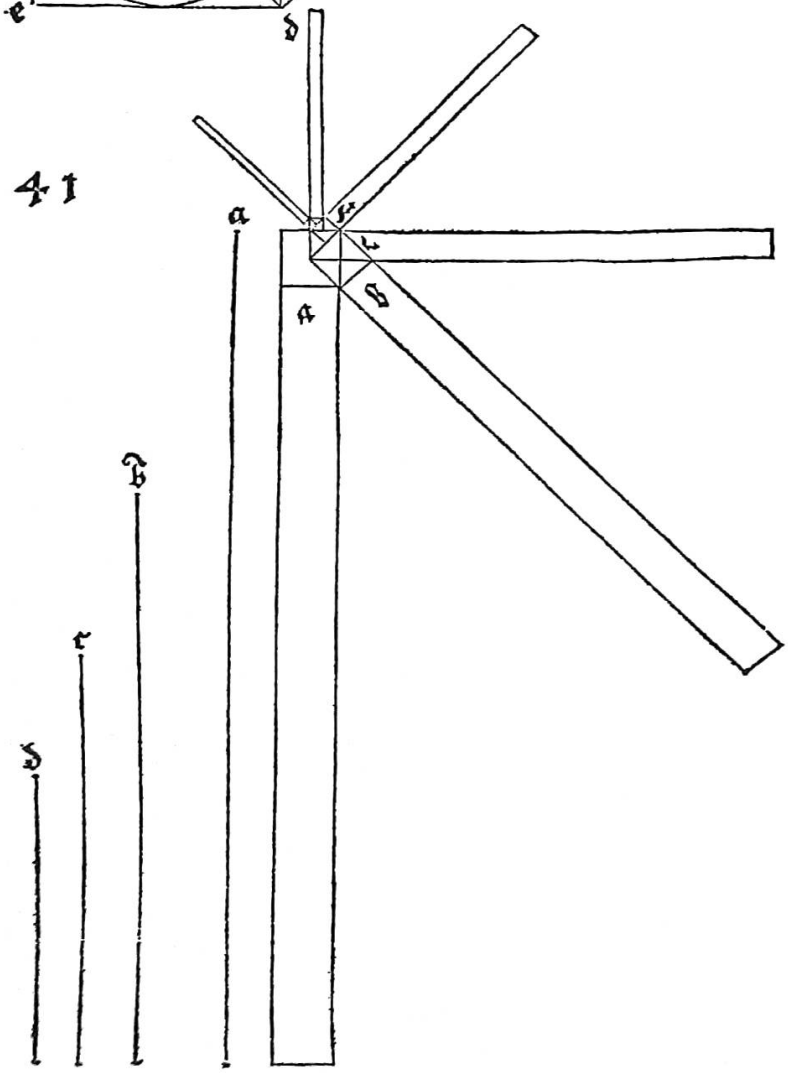
For a beginning, I shall describe a device consisting of four rods with four disk joints around which they can be rotated. Each disk shall be numbered by degrees around its periphery. The last and smallest one of these shall have a long needle [stylus] attached to its center, which will indicate the shape of the curve that will be devised. And this stylus shall be made so that it can be shortened or extended [telescopically] by degrees. This instrument can be made in various ways. It can be made large or small. But it is necessary to remember that the rods and disks must be made larger or smaller in proper proportion. The bottom one shall be the largest, and the one at the forward end shall be the smallest. In order to construct this device in proper configuration, thickness, and weight, proceed as follows: First draw a square of the desired size of the largest disk and mark it *bcde* with a center point *a*. Then take a compass and draw a circle within this square. This is the size of the first disk. Then draw two straight lines *ac* and *ad* and add the corresponding half outside *cd* with a corner *f*. You will then have arrived at a new square *acfd*. Then place a compass on the midpoint of line *cd*, which is point *g*, and draw a circle within the smaller square *acfd*. This will be the size of the second disk. Then indicate a point *h* in the middle of line *bc* and draw a straight line *ah*. It will form a square *hcga*. Now divide *ac* in the middle by point *i* and place one leg of a compass on this point *i*. With the other leg of the compass draw a circle within the square *hcga*. It denotes the size of the third disk. After this draw a straight line *ih* and add a corresponding half beyond *hc*. Mark the new corner *k*. You have now constructed a new square *hkci*. Now divide line *hc* and mark the center point 1. Place one leg of the compass on this point and draw a circle within the square *hkci* with the other leg. It will give you the size of the smallest disk. Thus the disks will be of proportional size, for the first will be twice as big as the second; the second twice the size of the third; and the third twice the size of the fourth.

Each rod should measure four times the diameter of the disk which is attached to it. Accordingly, the lengths of the four rods will correspond to the lines or diameters of the squares which are of proportional sizes. The width of the rods should also be derived from the squares. This is done as follows: The first and largest rod should measure in width one-seventeenth of its length. At its tip mark off a square. From the center of this square draw two straight lines to the corners and add the corresponding half to form a square of exactly half the size of the original one. From its sides extend lines which will form the second rod. Its length should also measure seventeen times its width. Then proceed in the same manner with the third and fourth square. If you want more rods, continue in the same way. In each case the width of the succeeding rod will be proportionally smaller. The rods can then be turned and moved according to the adjustment of their squares in any direction and will form a fine spiral. If you wish to use the rods of this size to draw something very delicate, it can be done as explained above, because the forms of large and small things will be proportional. When you construct this instrument, you must be careful that the rods will rotate correctly and in a precise manner. The rods must be attached to the very center of the disks; one on the right and the other on the left, one next to the other. The rods should be marked off on both sides as well, and at their midpoints



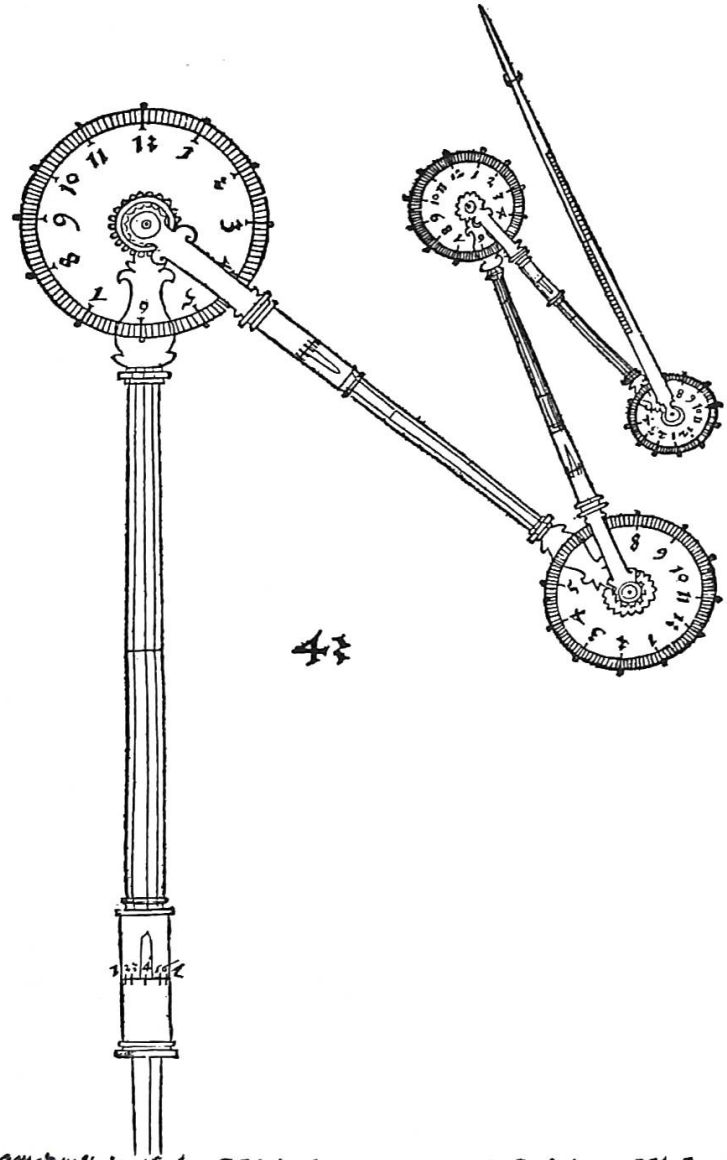
stangen werden sie auß vñ ein getzogē damit sie kürtzer vñ lēger gemacht werden solche ding strecken sich gar weyt/ dañ sie sind in treflichen dingē zůbrauchen /im geben vnd nemen/vñ allerley hand werckē/vñ wie diß instrument gemacht soll werden / also hab ichs nachfolget aufgeryssen/ Nun ist die brauchung diß instrumentz mancherley zůnemen / nach eins yllichen wolgefallen/ vnd er sein bedarf.

41



they can be pulled apart or pushed together so that they become shorter or longer. They can be extended to a considerable length and therefore can be utilized for excellent things by various craftsmen. In the diagram below I have shown how this instrument can be constructed. It can be used in various ways, according to the user's pleasure or need.

fig. 41



DIe geraden linien / halten sich in der leng / gar mancherley sort in iren geschlechten gegen eynander / der selben vnderschid will ich eins teyls antzeigen / darum das sie zůuill dingen nütz sind dañ man kan mancherley werck darauß machen / dieweil es nit schlechtlich bey den linien bleiben wirdet / sonder die mügen vmbtzogenn werden vnnd ebne feldt oder gantze Corpora machen / wie dann das die werck auß nottorft erheischen / darauß vil breuchliche vnnd nütze ding zůerfinden sind /

D iij

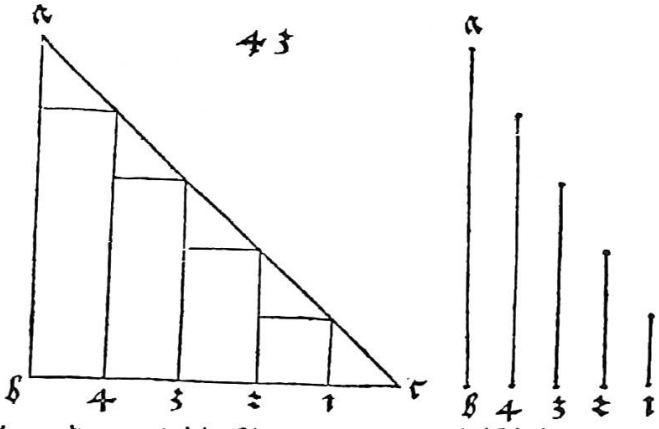
fig. 42

PROPORTIONS OF STRAIGHT LINES

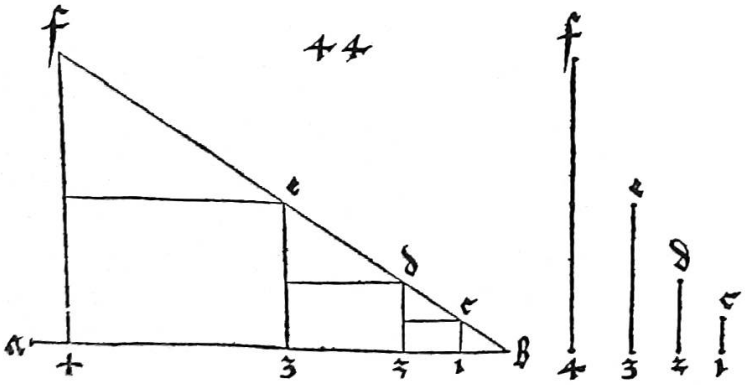
Straight lines of varying length arranged proportionally have certain properties which I shall explain in the following. They can be put to several uses, especially if they are circumscribed in order to produce planes or solids. In that manner many useful and practical things can be invented.

For the preparatory drawing for fig. 42, *see Appendix, p. 446. Staigmüller (1891, p. 21) points out that the function of this instrument is made amply clear by the diagram, but Dürer seems more concerned with constructing a handsome instrument than a merely functional one.*

Erstlich will ich etlich lini im abschneiden ordenlich gegen einander erlengē/das verstee also. stoß zwue gerad lini. a. b. vñ. b. c. zůsamē/also das das. b. ein rechter winckel sey/vñ zeüchein gerade lini vber ort. a/c/Darnach teil. b. c. mit. 4/punckten in. 5/gleiche felt/vnnd reiß auß disen punckten/1/2/3/4/gerad auffrecht barlinien vbersich byß an die ort lini. a. c. so werden dise linien all vier abgeschnyten/ gantz vergleichlichen gegen einander/darauß man ebnē oder Corpora zůlehen mag/Dise meinung ist die schlechtest doch nützlich im gebrauch/ darumb hab ich die vnden aufgeryssen.



Jner andern art/vnd doch die vorig meinung/will ich lini en gegen eynander erlengē/ durch die verrückung der punckten/nemlich also/Mach ein zwerch lini/a. b. so lang du der bedarfst/ vnnd setz vier punckten darauf/den ersten punckten/1/setz nahent bey dem end/b/ den andern punckten/2/setz so weit daruon als du wilt/ den drytten punckten. 3. setz zweymal so weyt von einander als /1/2/den vierten punckten /4/setz zweymal so weyt als/2/3/diser punckten mag man so vil setzen als man wil/auch in der erweitrung in der ordnung meer oder minder than/Vnd so die punckten gesetzt sind/dann far auß jnen/mit geraden barlinien vbersich/so lang du der bedarfst/ vnnd setz oben zů der lini/1 c/2 d/3 e/4 f/vnd dann zeüch auß dem punckte/c/ein ortlini/damit schneid ab all auffrecht lini lang oder kurtz/so gewinnen sie ein rechte maß gegen einander/vnnd so man felder oder Corpora auß jn machen will/so findt sich jr breite vnd dicke oben/wen man von jren enden auß der ortlini/f/g/mit einer geraden lini vber zwerch/an die auffrecht lenger lini fert/ vñ die zwerch lini behalten auch jr besonder maß gegen einander/wie ich dañ das nachfolget hab aufgeryssen.



First I shall trim off several lines proportionally to their length. This is to be understood as follows: Draw two straight lines *ab* and *bc* at right angles to one another so that the right angle will be at *b*. Then divide line *bc* with four points into five equal parts and erect vertical parallel lines on points 1, 2, 3, and 4 to side *ac*. The four lines will thereby be cut off in proper proportion and can be used as the base of planes or solids. This is the most modest of the methods I will explain, yet it is useful. Therefore, I have sketched it below.

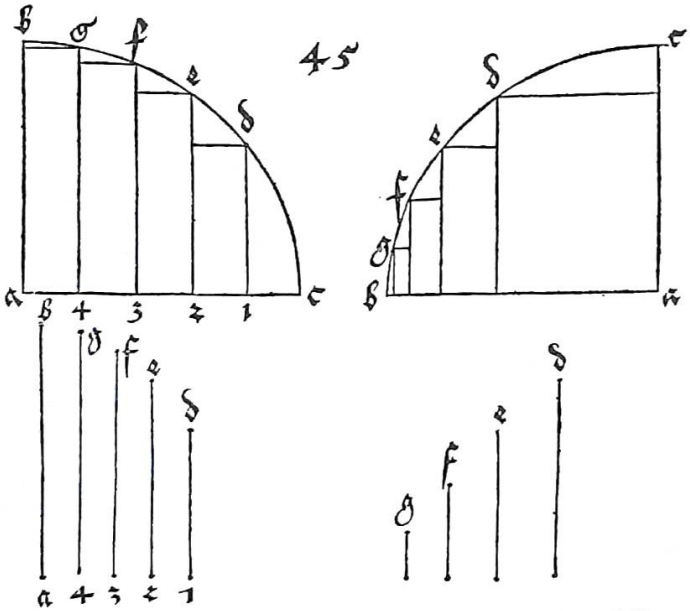
fig. 43

For the same purpose, but by a different method, I shall show how to extend lines proportionally by a different arrangement of their [base] points. First, draw a horizontal line *ab* of the desired length and mark off four points on it. Place the first point 1 close to end *b*. Mark off point 2 as far from 1 as you wish. Place point 3 at twice the distance from 1 to 2 and point 4 at twice the distance from 2 to 3. You can use as many points as you wish and also you can expand the proportion or reduce it. Once you have established these points, erect vertical parallel lines. These may be as long as you desire. Mark them at their upper points 1*c*, 2*d*, 3*e*, 4*f*. Then draw a radial line through *c* [from *b* to *f*]. Thereby you will cut off all the vertical lines, whether they are long or short, and arrive at the correct proportional length for all of them. And if you wish to construct planes or solids from these lines you will find the corresponding width or thickness at the upper end after drawing horizontal lines from each point on line *fb* to the vertical line *af*. These horizontal lines will also be in proper proportion to each other, as I show in the diagram below.

fig. 44

Staigmüller 1891, p. 21.

NVn will ich einer andern art/durch ein zirkeltrum/linien gegen einander zichen/vnd ordnelich gegen einander erlengern/dem thů ich also/Ich reiß ein zirkeltrum/b/c/ auß einem Centrum/a/vnd zeüch ein aufrechte.a.b.vnd ein andre zwerch lini.a.c.also das das.a.ein rechter winckel sey/Darnach teyl ich.a/c mit vier punckten in/5/felt/vnd zeüch auß dem punckten 4 aufrechte barlinien vbersich ins zirkeltrum.b.c.vnnd wo sie das anrüren/ da setz ich auf die zal/1 d/2 e/3 f/4 g/ dise vier linien halten sich einer sondern art gegen eynander/Darnach went ich das zirkeltrum mit seinen bustaben vmb/also das/b/a/vber zwerch/vnd a c aufrecht werd / vnd dann zeüch ich aufrecht linien/auß den punckten des zirkeltrums.d.e.f.g/herab in die zwerch lini/a/b/ so halten sich dise linienn auch einer sondern art gegen einander/vñ man soll auch mercken/wie sich bey disen lengen all jrer breite vnd dicke begeben / vnnd wie sich ein yde in jrer gestalt gegen der andern halt/wie ich das nachfolget hab aufgeryssen.



NAchfolget will ich durch ein hol zirkeltrum /die linien in jrem ab vnnd zůnemen vergleichen/ vnd antzeigen/was sie in einem plano oder Corpus für ein gestalt geben/so jr breite vnd dicke die zů jrer leng gehört ersůcht wirdet/dem thů ich also/Erstlich reiß ich ein aufrechte/recht winckliche vberlengte fierung/die sey oben/a/b/vnden/c/d/ vnd setz ein zirckel mit dem ein fuß in den punckten.a/vnd den anden in das/b/vnnd reiß von dann rund vbersich/biß in die seyten/a/d/Darnach theyl ich die seyten.c/d/mit vier punckten in 5 felt/ vnnd von dann zeüch ich vier gerad linien vbersich/biß an die hol zirkellini/vnd wo sie die rüren/da setz ich auf/1 e/2 f/3 g/4 h/ Nun sichstu wie sich dise linien gegen einander halten/vnd so sie oben mit einer zwerch lini abgeschnytten werden/ was sie für ein breyte oder Corpus biß an die ander lenger lini erlangen/So ich nun dise fierung/auf ein seiten leg/also das d/a/oben vnd b c vnden komen/vnd far auß den punckten der holen lini.e.f.g.h.mit geraden linien herab auf die zwerchen/b/c/so sichstu wie sie sich in der leng gegen einander halten/Vnnd so ich auß den punckten.h.g.f/e/vber zwerch far an die lenger lini/so sicht man was es für ein ebne oder Corpus gibt/ die mag man rund oder gefiert machen/Solchs sichstu nachfolget aufgeryssen.

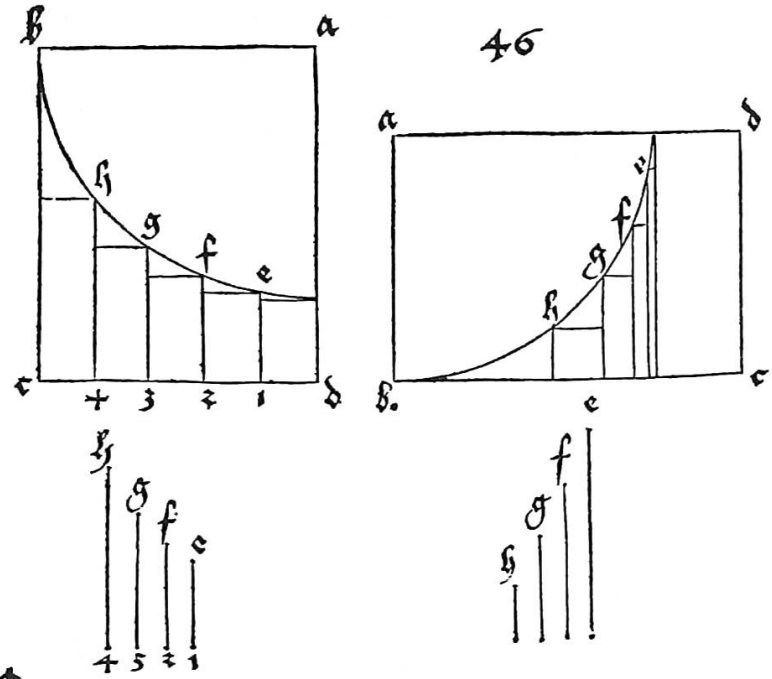
ANOTHER METHOD OF ARRIVING AT LINES OF PROPORTIONAL LENGTH

Now I will use another method of sorting lines in proportional lengths and extending them proportionally by means of segments of a circle. I do this in the following manner: I draw a quarter of a circle *bc* from point *a* and then erect a vertical line *ab* and a horizontal line *ac* so that *a* will be a right angle. Then I divide *ac* with four points into five parts and erect vertical parallel lines out of these points to the curve *bc*. Where they meet this curve, I number the points 1*d*, 2*e*, 3*f*, 4*g*. The lengths of these four lines are proportional to one another. I then turn the curve so that *ba* is in a horizontal position and *ac* becomes vertical. And now I drop vertical lines from the points *d*, *e*, *f*, *g* down to the horizontal line *ab*. These lines will also be proportional in length to one another. It should be noted that it is not only the lengths, but also the breadth and thickness which are proportional, as are the configurations themselves. This is shown in the following diagram.

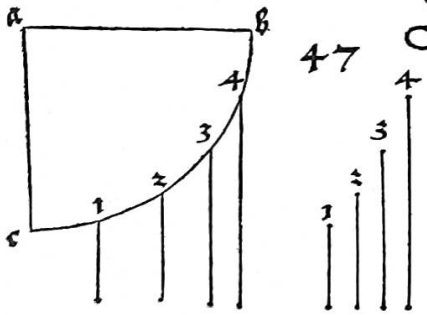
fig. 45

LINES OF PROPORTIONAL LENGTH MEASURED BY MEANS OF A CONCAVE CURVE

In the following I shall show and explain how to draw proportional lines and extend them by means of a concave curve. I want to show also what shape they will lend to a plane surface or a solid if their width and thickness is properly determined. First I draw an upright rectangle with a line *ab* on top and *cd* on bottom. Then I place one leg of a compass on point *a* and the other on *b* and draw a curve to side *ad*. I then divide side *cd* with four points into five parts and erect vertical lines to meet the concave curve. Where the lines meet the curve I mark the resulting points 1*e*, 2*f*, 3*g*, 4*h*. Now you can see how these lines are proportional in length. And when they are cut off on top by means of horizontal lines, you can see the width or depth they attain. If I now turn this rectangle over on its side, so that *da* will be on top and *bc* on the bottom, and I drop straight lines from the point *e*, *f*, *g*, *h* on the concave curve down to the horizontal line *bc*, you will see the proportional lengths of the lines. But if I extend horizontal lines from points *h*, *g*, *f*, *e* towards the longer line, you will discern the [cross sections of the] plane surfaces and solids which can be derived therefrom. They can be either rounded or angular in shape. I have sketched this below.



In andere meinung linien gegen einander zů erlengē schier durch den vorigē weg / mach oder reiß ein vierteyl eins zirckels.b.c.des Centrum sey.a.vnd teyl das mit / 4 / punckten in 5 gleyche felt / vnd far auß disen 4 punckten mit geraden linien / gerad vndersich / auf ein zwerch lini / so finst du wie sich die linien gegen einander halten / vnd finst auch darauß / jr breitte vnd dicke / etwas dar auß zů machen / wie jch dasnachfolget hab aufgeryssen.



Aber in summa / all aufrecht linien die ordenlich in gleicher öder vngleicher weitten neben einader / auf ein zwerch lini gestelt werdē / die sind dreyerley weiß ab zůschneiden / mit einer holē / vnd außgebogē zirckellini / oder mit einer ortlini lang oder kurtz / gibt ein ytlichs sein sonder art / Vnd wie woll es vor als gemacht ist / so verstee es doch ytzt noch klerer / Reiß ein zwerch lini. a.b. vnd stell vier aufrecht linien darauf mit zyfern / 1 / 2 / 3 / 4 / betzeichet / vnnd zeůch bey dem end / a / ein rechte lini vbersich / Darnach nym ein zirckel / setz jn mit dem einn fuß auf dise aufrechte lini / vnd den andern fuß setz vnden auf die lini.a.vnd reyß durch all vier linien hynauß / so werdenn sie durch dise art in rechter ordnung abgeschnyden / So du aber die linien kürtzer gegen ein ander wildt abschnelden / so thůe den zirckel weytter auf / vnd setz jn in der aufrechten lini.a.höher dann vor / vnnd den andern fuß setz wider vnden in die lini / a. in die vorig stat / vnnd reiß durch die andern linien hynauß / so werden sie kürtzer abgeschniden dañ vor / Diß ist nun mit dem

fig. 46

ANOTHER METHOD OF ARRIVING AT PROPORTIONAL LENGTHS OF LINES

In another method of arriving at proportional lengths of lines, draw a quarter of a circle *bc* with a center *a*. Divide the arc with four points into five equal parts. Then drop vertical straight lines downward from each one of these points to a horizontal base line. You will find that these lines are proportional to one another, and, at the same time, you will recognize their width and thickness. I have drawn this method below.

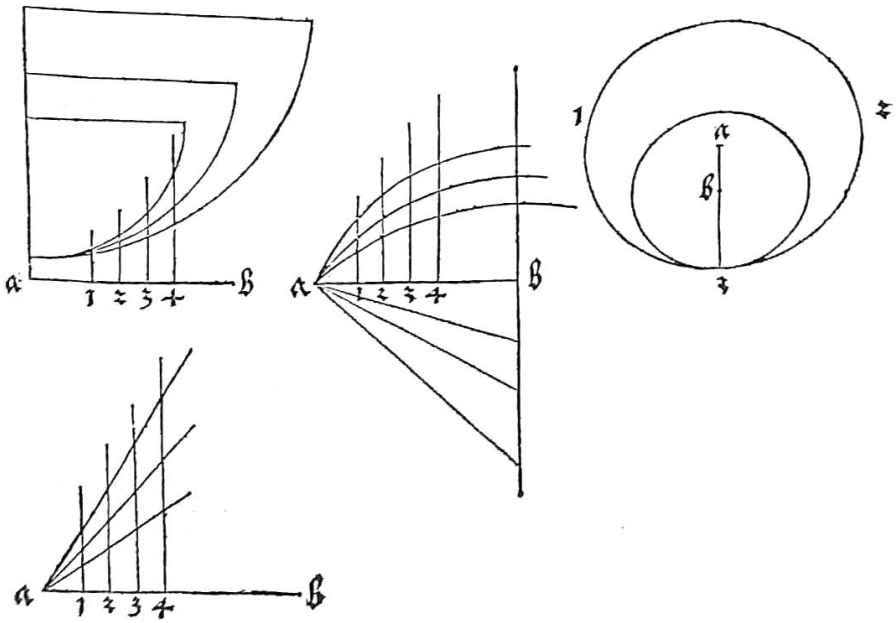
SUMMARY OF METHODS OF ATTAINING LINES OF PROPORTIONAL LENGTH

fig. 47

In sum, all vertical lines which are erected on a horizontal base, whether spaced equally or not, can be limited by three methods: a concave curve, a convex curve, or a ray, whether long or short, and each will result in a different kind of proportion. Although this has been shown above, it will become even more clear in the following. Draw a horizontal line *ab* and erect four vertical lines on it, numbered 1, 2, 3, 4. At end *a*, erect a vertical line at right angles. Then place one leg of a compass on a point of this vertical line, and draw an arc with the other end from a point below on line *a* across the four numbered lines. In this manner they will be cut off proportionally. However, if you wish to cut off the numbered lines at a lesser distance from their base, place the compass higher up on line *a* and draw the arc out of the same point as before. The lines will then be shorter than before. This then is the

holen vyß abgeschnyden / Aber mit dem außgebogen zirckel schneid die egemelten linien also ab/ zeüch durch das end/b/ein aufrechte lini vbersich vnd vndersich / vnnd setz den zirckel mit dem ein fuß vnden auf die lini/b/ den andern fuß setz auf die zwerch lini gegen dem.a/für die aufrechten/1/ vnd reiß vonn dañ durch die vier linien die du abschneiden wildt/ So du sie aber im abschnyt lenger gegen eynander haben wildt/ so ruck den zirckel auf der lini/b/mit dem ein fuß vbersich gegen dem/b/ vñ setz den andern fuß auf der zwerch lini/a/ wider in den vorigen punckten/ vnd reiß aber durch die vier linien/ so werden sie lenger gegen einander abgeschnyden/ Aber das sch den zirckel auf den geraden linien/a/oder/b/ versetz/ geschicht von rechter geschickligkeyt wegen/ Dann der Euclides beyst in seym drytten buch seyner element/ im zehetten theorema in der eylften propositzen/ wenn ein grosser oder kleiner zirckel/ jnnen an einander rüren/ so stend alweg die zwen Center beder zirckel auf einer geraden lini/ Auch weist alweg dise gestrackte lini die durch bede Center getzogen wirdt den punckten da die zirckel an einander rüren/ das verstee also/ Reiß auß dem Centro/a/ ein zirckellini/1/2/3/ vnd setz in disem feld der rundung/ eyn punckten/b/ wo du hin wilt/ darnach nym ein zirckel vñ setz jn mit dem ein fuß in den punckte/b/ vñ mit dem andern in die zirckellini/1/2/3/ vnd reiß ein kleiner zirckellini wie sie sich begibt/ diser zirckellini Center ist das/b/ so du dann ein gerade lini reist/ auß dem Centrū/a/ durch das Centrū.b. biß an die zirckellini/1/2/3/ so zeigt dise gerad lini allweg an/ wo die zwū zirckellini an einander anrürē/ sölchs gebrauch dich im vorgesetzten abschneiden der linien / wie woll man den zirckel anderst setzen mag/ das ist aber geschickter/ Aber mit einer geraden lini schneidet man auch die vier fürgestelten linien ab / also das sie sich gegen einander meer oder mynder erlengen/ das merck also / Setz den punckte darauß du mit der lini abschneiden wild/ in das end der zwerch lini/a/ vnd reiß dañ darauß gestrackt linien/ durch die vier aufrechten/ hoch oder nyder/ dardurch du die vier linien vil oder wenig/ gegen einander erlengen wilde wie sch das nachfolget hab aufgeryssen.

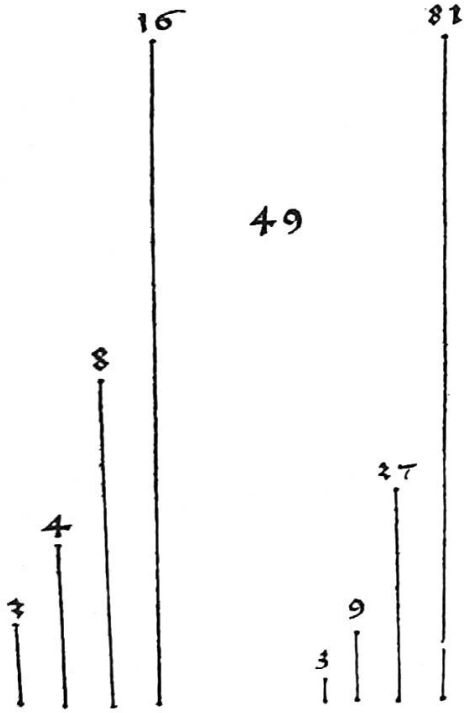
48



concave curve method. If you use a convex curve, cut the aforementioned lines in the same manner. To do this, draw a vertical line through end *b*. This line should extend above and below *b*. Then place one leg of a compass on line *b* and with the other leg draw an arc from *a* through the four lines which you wish to cut off. If you wish to leave these lines longer, move the other leg further up on line *b*, but draw the arc out of the same point *a*. The four lines will then again be cut in proportional lengths. The exact placement of the compass on lines *a* or *b* is a matter of experience. For Euclid explains in his third book of his Elements, in the tenth theorem, eleventh proposition, that if a small circle is placed within a larger one and their peripheries touch, the centers of the two circles will be on a straight line. And this straight line, which is drawn through the centers of the two circles, will always point to where the two circles touch. This can be understood by the following: Draw a circle 1, 2, 3 with a center *a*. Place a point *b* wherever you wish within this circle. Then place one leg of a compass on this point *b* and the other on the periphery of the circle 1, 2, 3, and draw a small circle. If you then draw a straight line from center *a* to center *b* and extend this line to the periphery of circle 1, 2, 3, this straight line will point out exactly where these two circles touch each other. This is what happens also in the method of cutting off vertical lines, although the compass is placed differently. But you can also use a straight line to cut off lines proportionally. In order to do this, place the point that you will use to cut off the lines at the end of the horizontal line *a*. Then draw rays across the four vertical lines at a greater or lesser height. In this way, you can trim the lines more or less proportionally to each other, as I have sketched below.

fig. 48

Die geraden linien/die gegen einander abgeschnytten werden/die sind dreyerley art/die zwey erley geschlecht macht man durch zal/die ersten durch ein gerade zal der wurtzel ist/2/die ander durch ein vngerade zal der wurtzel ist/3/Darnach halten sich die linien einer sölchen maß gegen einander die man durch die zal nit mag auß sprechen/dise drey ding verstee also/Zum ersten setz vier linien neben einander/vnd brauch dich in der abteilung der geraden zal/die erst lini halt.2.die ander.4.die drit/8/die viert/16/Aber die vngeraden andern vier linien/die erst helt.3.die ander/9/die dryt 27/die viert/81/Also mag man die gerad vnd vngerad zal in bederley geschlecht der linien meern oder myndern vnnd nit alweg doppel gegen einander brauchen/wie das ein ytlicher der ein wenig rechnen kan leichtlich versteen wirdt/Man mag auch mit einer einfachen zal durch die linien steigenn/Aber wie man die linien die man durch die zal nit teylen kan/teylen soll/ist in der negsten fordern figur angetzeigt/vnd die zweey geschlecht der geraden vnd vngeraden zall in linien zů brauchen/hab jch vnden anfgeryssen/der mügen sich auch die Steinmetzen gebrauchen in den außzügen/Auch mag man dise linien lenger vndersich hynab zyehen auf ein zwerch lini so halten sie sich aber anderst dann vor/gegen einander.



Item wenn du zwů lini hast ein lange vnd ein kurtze/vnd wilt ein drytte vnd kürtzeste darzů finden die jn vergleichlich sey/Also wie sich die zwů fürgegeben linien/die kürtzer gegen der lengerē helt/das sich auch die new erfunden vnd mynst gegen der mittlern auch also halt/dem thů also/Stoß die zwů linien die lang vnd kurtz/nach der leng vber zwerch an eynander/vnd heb bey der langē an vnd betzeichen jr beder leng/a/b/c/Darnach nym die leng der kürtzern lini/b/c/vnd setz sie mit dem punckten/b/in den punckten/a/vnd neig sie mit dem punckten/c/woll nyder gegē der zwerch lini/a/b/c

PROPORTIONAL PROGRESSION OF STRAIGHT LINES

There are three types of proportion of the length of lines. First there are those based on even numbers based on the square root of 2; second, those based on uneven numbers based on the square root of 3; and third, those which are proportional to each other, but which cannot be expressed by a number. This can be demonstrated as follows: First draw four lines next to each other and use even numbers to determine their length. Let the first be 2 units, the next 4, the third 8, and the fourth 16. But for the second set of four lines use uneven numbers. Let the first be 3 units, the second 9, the third 27 and the fourth 81. In this manner one can increase or decrease the length of lines, whether even or uneven, without always doubling their lengths. Anyone who has an inkling of arithmetics can understand this. You can also use a simple number for the purpose of increasing the length of lines proportionately. How this is done, if a length cannot be divided by that number, will be shown in the next section. In the diagram below, I have sketched the method just explained. This method is also useful for stonemasons who build on the basis of ground plans. One can also extend these lines below a horizontal line, but in that case their proportion will be different.

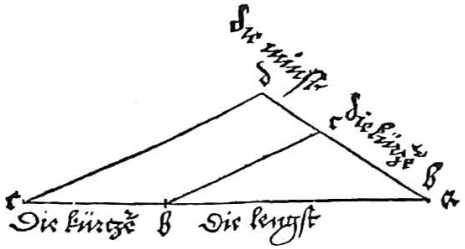
fig. 49

DETERMINATION OF A THIRD PROPORTIONAL LINE

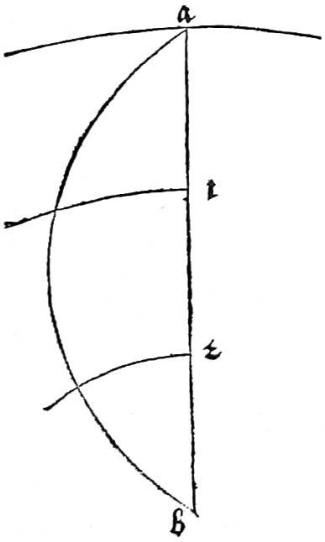
If you are given a longer and a shorter line and you wish to find a third, even shorter line in proportion to the first two, proceed as follows: Place the two first lines, end to end, in a horizontal position. Beginning at the longer line, mark their combined length *abc*. Then take the length of the shorter line *bc* and place its point *b* on point *a* and incline its end *c* above the horizontal line *abc*.

vnd zeüch dann von der geneigten lini auß dem punckten/c/in den punckten/b/auf die zwerchen cynn gerade lini/ dise ortlini macht ein dryangel/a/b/c/Aber die vorgemelt kürtzer lini/b/c/ laß follent gerad hynauß streichen/so weit du der dürfen wirdest/ Darnach zeüch ein gemesse barlini gegen der ortlini/ b/c/auß dem punckte/c/der zwerch lini/wo dañ dise ortlini die fürstreichet leinent lini/b/c durchschneid da setz ein/d/so wirdet die lini/c/d/ein vergleichliche lini gegen den zweyen fürgebnen linien/a/b/c vnd doch die mynst/vnd helt sich eben gegen der mittlen wie sich die mittler gegen der grössern helt/ Dañ die zwů barlini/c/d/vnd/b/c/teylen vergleichlich dise linien/dyß ist fast ein nützlich ding zů wissen vnd zůuil dingen breuchlich.

50



NOch ist durch ein gerade ein krum lini durch krume linie zůteylen also/Reiß ein zirkeletum a/b/vnd reiß darnach/a/b/gerad zůsamen/vnd teyl dise lini mit zweyen punckten/1/2/in/3 teyl/vnd setz ein zirckel mit dem ein fuß in das/b/vnnd mit dem andern reiß oben rund durch das.a.Darnach laß den zirckel mit dem ein fuß/ in dem punckten.b. still steen/vnd thů den zirckel enger zů/vnnd reiß auß dem punckten.1.ein zirkeletum/durch das zirkeletum.a.b.also thů jmauch auß dem punchten.2.so bleibt das/b.das Centrum zů allen dreyen ryssen/wie jch das vnden habaufgeryssen/dise teyllung ist zůuil dingen nütz.



Now connect point *c* of the inclined line with point *b* of the horizontal line by means of a straight line. You will then have constructed a triangle *abc*. Extend the shorter line *bc* for some distance, as long as you will need it. Then draw a line parallel to side *bc* of the triangle, emanating from point *c* of the horizontal line. At the point where this parallel line crosses the extended line *bc*, place a *d*. The line *cd* will then be proportional in length to the two lines *abc*, and will be the shortest of the three. It will be related to the line of medium length in the same proportion as the line of medium length is related to the longest line of the three, because the two parallel lines *cd* and *bc* divide the lines proportionally. This is a very useful thing to know and has many applications.

fig. 50

the short one / the longest one

DIVISION OF A STRAIGHT LINE BY A CURVED ONE

You can divide a curve by means of a straight line or by means of a curved line. Draw an arc *ab* and then an adjacent straight line. Divide this line with two points 1 and 2 into three parts. Then place one leg of a compass on point *b* and with the other draw an arc through *a*. Now, leaving the compass on point *b*, draw an arc through point 1 across arc *ab*. Then do likewise through point 2. Thus *b* remains the center of the three divisions, as shown in the following diagram.

[fig 51]

Cf. p. 401.

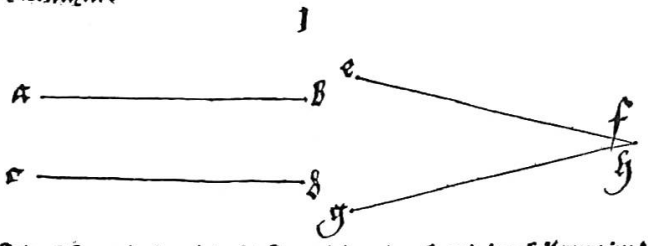
Vnd wie jch hie fom angetzeigt / also hab jch etlich lini aufgeryssen / aber der sind noch an zal vil zů ziehen / zů allerley notturft / darauß man wunderliche werck kain machen / Vnnd wer dem fördern nach sinnet / vnd mit der hand angreift / der wirdet seyn nutz darauß finden / vñ weytter gefürt.

I have now drawn numerous types of lines. There are still many others which serve various needs. These lines can be used with amazing results. If you keep thinking about them and experimenting with them, you will find that they have many uses, and you will gain much in experience.

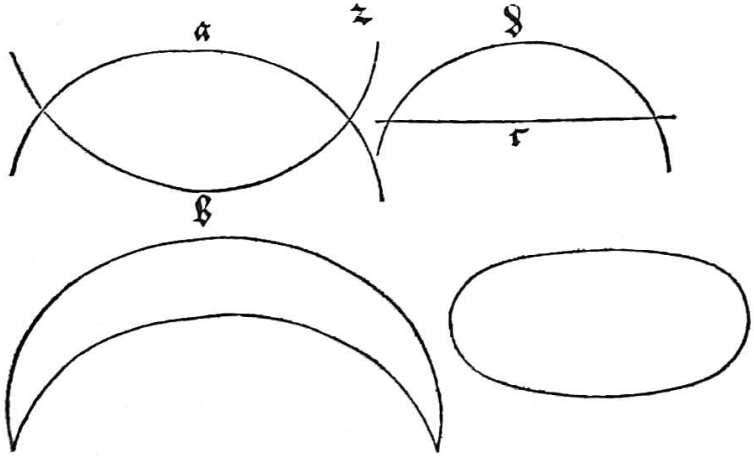
Book 2

Hernach folget das ander büchlein von den ebnen felderen.

NAch dem jch hie forrē angezeigt hab/ wie man etlich linien ziehen soll/ will jch nun wie jch im anfang gemelt/ an die planos oder ebnen komen/ vnd etlich auß den selben figuren der vil sind leren machen/ Damit man aber verstee/ was ein planus oder ebne figur sey/ ist das ein ding das durch die linien geendert vnd abgesöndert wirdt/ vnnd noch kein Corpus schleüst/ solch figuren zeücht man eins teyls mit gestrackten eins teyls mit krumen/ vnd etlich mit geradē vnd krumen zůsamen gesetzten linien/ vnd zů gleicher weiß/ wie die linien ein ebne schlyssen/ also schlissen die ebnen die Corpora/ Nun ist wißlich durch den Euclidem/ das zwo gerad linien kein ebne schlissen/ darumb machen sie kein figur/ dann sie machen kein gentze/ zeücht man sie paralel/ so ist ein ofne zů beden seyten/ zeücht man sie dann das sie an einem teyl zůsamen laufen/ so bleiben sie hynden ofen/ wie jch das hie vnden hab aufgeryssen/ durch zwo barlini. a. b. vnd. c. d. Des gleichen zwo ander. e. f. vñ g. h. die ein spitz machen.



ABer so zwů krum linien/ die ein sey. a. die ander. b. mit jren hölenn/ im ziehenn gegenn ein ander gekert werden/ so schlyssen sie ein figur/ Auch schlyssen sie ein figur/ wenn das außgebogen gegenn dem eynbogen geryssen wirdet/ dise figur gewint die gestalt des newen Monscheins. Des gleichen so ein krume. d. vber ein gerade lini. c. getzogen wirdet. schlyssen sie auch ein figur Auch gewint ein krume lini die ein feldt schleüst kein eck/ vñ ob der zug gleich ablang wer hynwiderum kein ebne die mit geraden linien vmbtzogen wirdet/ kan an eck oder winckel gemacht werden/ also ist es auch gestalt in den gantzen Corporibus/ wie jch das vnden hab aufgerissen.



E

HERE FOLLOWS THE SECOND BOOK

Of Plane Surfaces

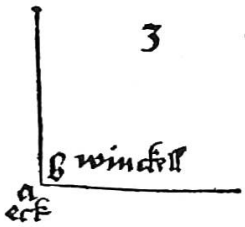
In the foregoing I have shown how to construct various lines. Now, as set forth in the beginning, I shall describe planes and surfaces and explain the many figures which can be made from them. It must be understood that a plane or surface is a thing that can be limited and varied by means of lines, but it is not a solid. Such figures can be drawn with straight or curved lines or combinations thereof. Lines delimit a surface in the same manner as surfaces delimit a solid. Now we know from Euclid that two straight lines do not delimit a plane and therefore do not comprise a figure. They do not form a whole. If they are parallel lines they are open on both ends. If they are drawn so that they will join at some point, their back portion will remain open, as shown in the diagrams below—first, two parallel lines *ab* and *cd;* second, two other lines *ef* and *gh,* which meet at a point.

fig. 1

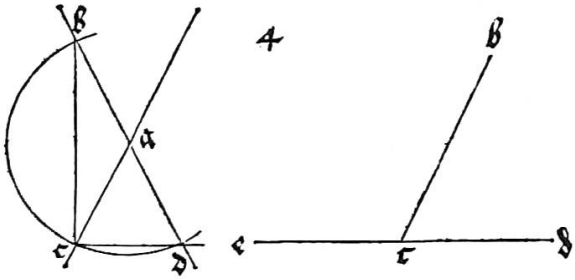
But if two opposing arcs *a* and *b* are drawn so that their ends meet, they will enclose a figure. They will also enclose a figure if they are drawn in the same direction but curved differently. In that case, they will form a figure in the shape of the crescent moon. Likewise, if an arc *d* is drawn above a straight line *c,* an enclosed figure will result. A surface can also be achieved by means of a curved line. That surface will have no corners. But a surface made with a straight line cannot be without an angle or a corner. This is true also for solids, as I have drawn below.

fig. 2

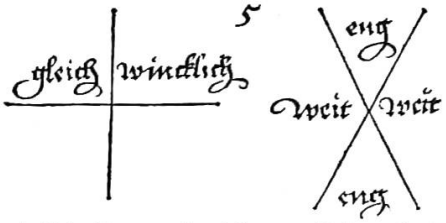
Aber ee das ich die figuren an heb zůmachen / will ich vor ein wenig von den wincklen reden / Erstlich soll man mercken/das ein winckel vnd ein eck glech linien haben/Aber die vnderschid des winckels vnd eckes/im werck ist diser/Wenn du aussen auf die scherpf sichst/so heist es eyn eck/sichstu aber innen in die tyfe/so heist es ein winckel/das hab ich vnden aufgeryssen/zum eck außwēdig gesetzt ein.a.vnd in winckel ein.b.



Man soll auch mercken das dreyerley winckel vñ eck sind/ein rechter ein weyter vnd ein enger/ die werden leichtlich also gemacht/ Erstlich zu dem rechten winckel/reiß zwů gerad lini/ongeferlich creutzweiß vber eynander /vnnd in dem puncktenn da sie an eynander abschneidenn /setz ein .a. vnnd nym ein zirckel /setz jn mit dem ein fuß in das.a.vnd mit dem andem reiß durch drey ötter der gestrackten liniē/ Vnd wo sie abgeschnyden werden / da setz.b.c.d. vnd zeüch.b.c.vnd.c.d. mit geraden linien zůsamen/so ist.b.c.d.ein rechter winckelhacken/Darnach zeüch die lini.c.d.lenger hynauß/biß an das end.e. vnd neig die aufrecht lini mit dem end.b.gegē dem.d.so begeben sich zweyerley winckel/ein enger zwischen.b.d. vnnd ein weytter zwischen.b.e. dann was eim teyl genůmen/wirdet dem andern zůgelegt/ diß hab ich vnden aufgeryssen.



Man soll auch wissen/wenn zwo gerad linien/ durch einander creutzweiß gleich getzogen werden so geben sie vier recht winckel /werden sie aber vngleich durch einander getzogen/so werden zweyerley winckel/ allweg die gegen eynander vber steen die sind gleich an einander / sie sind weit oder eng wie das vnden aufgeryssen ist.



Dise dreyerley winckel mügen auch mit krumen linien getzogen werden/außgebogen als wen zwen zirckel durch einander gend/ oder eingebogen hol /als wenn zwen kegel aussen in einem puncket an ein ander anrüren/so machē sie zwen solch winckel /es ist auch die endrung in klein en vnnd grossen zirckelryssen/ die man im winckel zůsamen zeücht/Es werden auch winckel getzogen mit zirckelryssen in ein ander/die ein form gewinen wie die eber zeen/ die mügen mit gleichen zirckellie

OF ANGLES

But before I begin to construct the figures, I must say something about angles. First, an angle and a corner share the same lines. But the difference between an angle and a corner is this: if you look at the configuration from the outside, it is called a corner; but if you look from the inside into its depth, it is called an angle. I have drawn this below. The outside, that is, the corner, I have marked *a;* and the angle I have marked *b.*

fig. 3

b angle

a corner

It must also be remembered that there are three kinds of angles and corners: right angles, wide angles, and acute angles. They are made easily in the following manner: First, the right angle: Draw two straight lines which cross one another. Where they cross, place an *a.* Take a compass and place one of its legs on point *a* and with the other draw an arc that crosses the straight lines at three points. Mark these crossings *b, c, d,* and connect *b* with *c* and *c* with *d* with straight lines. *bcd* will form a right angle. Then extend the line *cd* to point *e* and erect a line *cd* inclined slightly towards *d.* This will form two angles: an acute one *bcd* and a wide one *bce,* because what you have taken away from one side you have added to the other, as shown in the diagram below.

fig. 4

One should also know that if two straight lines cross at equal angles, four right angles will be formed. But if they cross at unequal angles, the opposite angles will be equal, whether wide or acute, as shown below.

fig. 5

equal angles

acute

wide wide

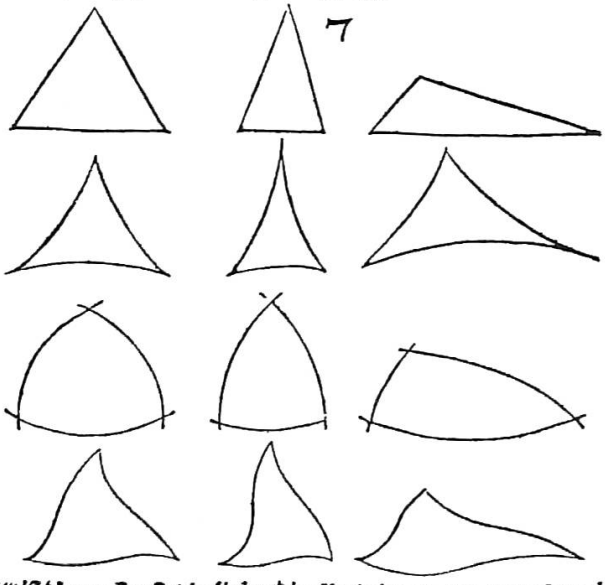
acute

These three types of angles can also be drawn with curved lines—convex, as when two arcs cross, or concave, as when two cones touch each other. An angle will result also if arcs of larger and smaller diameter meet at an angle. If two arcs are drawn in a certain way they will form a figure that looks like the tusk of a boar. These can be drawn with equal or

The method shown in fig. 4 *derives from* Geometria Deutsch. *Cf. p. 403.*

nien oder vngleichen getzogen werden/Darnach sind winckel zů machen/ auß geraden vnd krumen li nien/ein vnd außgebogen sölcher winckel hab ich eins teyls hie vnden aufgeryssen.

WEyter ist wissenlich das kein ebne mynder dann mit dreyen geraden linien mag vmbzogen werden/Dañ aufs wenigst schlyssen drey ein dreyecket figur/ die dryangel aber von geradē linien sind dreyerley art/ der erst ist von dreyen gleichen seyten/ der hat drey gleicher eck oder winckel/der ander ist vonn zweyenn gleichenn/vnnd vonn einer vngleichenn seitenn/hat zween gleich vnd ein vngleichen winckel/Der dryt dryangel/hat drey vngleich seyten/vñ drey vngleich winckel/Sölch dreyerley dryangel/ mügen auch mit krumen linien getzogen werden/ außwartz oder einwartz gebogen/oder durch schlangen linien/Es mügen auch figur gemacht werdē/da kein scharpf eck an ist/sonder alle ding gend müglet dariñ/solch figur mügen auch mit zirckellinien oder schlangen weiß getzogen werden/ wie ich das vnden hab aufgeryssen.



WEyter ist zů mercken so vier linien/die alle ein leng haben/ zůrechtenn winckln/ an einan der gesetzt werdē/so machen sie ein rechte fierung die sey.a. Darnach sind ander gefiert figuren/aber nit gleich seytig/nemlich ist eine die hat vier recht winckel/vnd die zwů seyten gegen einander vber/sind lenger dañ die andern zwů/dise fierung sey.b. Die dryt fierung hat

E ij

unequal arcs. Therefore, angles can be constructed from straight lines or from curves, concave or convex. These types I have drawn below.

fig. 6

OF SURFACES

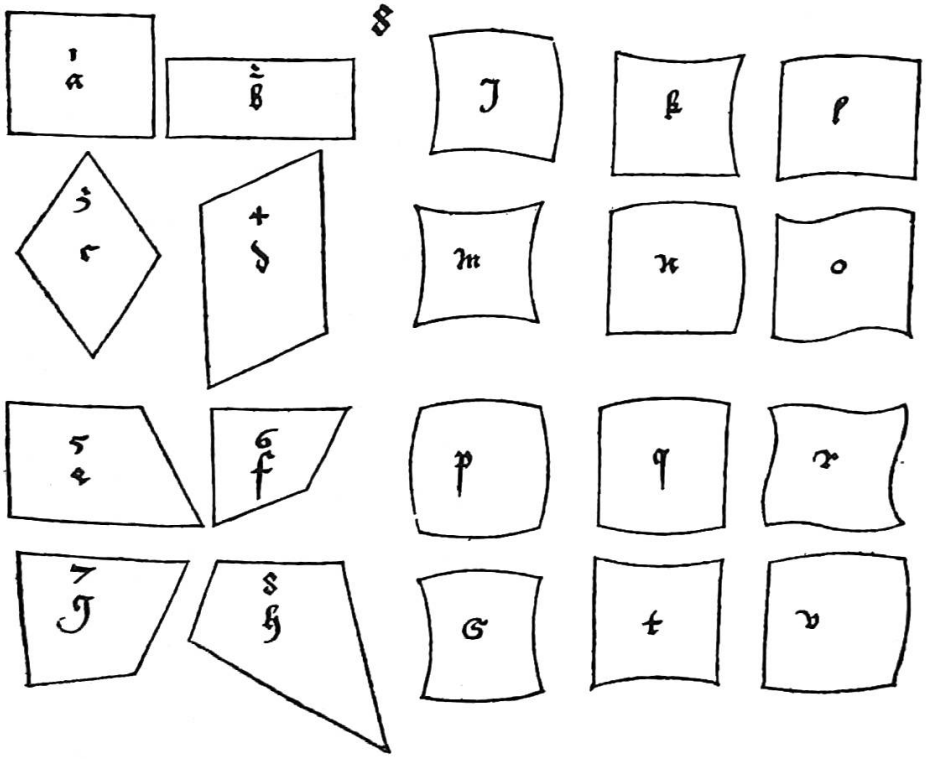
It is common knowledge that no surface can be circumscribed with fewer than three straight lines. At the least, three lines will enclose a triangle. There are three types of triangles formed by straight lines: first, one with three equal sides which has three equal angles or corners; second, with two equal and one unequal side which has two equal angles and one unequal one. The third triangle is formed by three unequal sides and three unequal angles. These three types of triangles can also be constructed with curves—convex, or concave, or serpentine in form. It is also possible to draw a figure lacking sharp corners, formed by arcs or serpentine lines as in the diagram below.

fig. 7

Furthermore, one must remember that if four lines of equal length are placed next to each other at right angles they will form figure (*a*), [a square]. Then there are other figures with four corners but with unequal sides. One is formed by right angles and the lines on opposite sides are of equal length. This figure [a rectangle] is marked *b*. The third four-cornered figure

Dürer's text demonstrates that the German terms for square (Quadrat) *and for rectangle* (Rechteck) *were not in common usage in his day. Steck 1948, p. 45. Cf. p. 405.*

vier gleiche seyten/vnd wirdt rautens weiß getzogen/gewint zweyerley eck/'vñ die gegen einander vber stend/sind gleich an einander/dise fierung sey.c.Die viert fierung/ ist auch eyn rauten/aber mit zweyē langē seyten gegē einander vber/vñ die andern zwo sind kurtz dise fierung sey.d.Die fünft fierung hat zwey rechte eck/zwo gleiche seytten/vnd zwey vngleiche eck/vnnd zwů vngleich seytten/da auch in den vngleichen seiten eine lenger dañ die ander ist/dise fierung sey.e.Die sechst fierung hat ein rechten winckel/zwů recht seyten/vnd zwů vngleich doch ist der selben eine so lang als die ander/die mag man lenger oder kürtzer machē/dañ die rechten seyten sind/vñ hat zwen eng ein rechtē vñ ein weitē winckel dise fierung sey.f.Aber ist ein fierung eins rechten winckels/dreyer rechten seiten/vñ dreyer vngleicher winkel dise fierung sey.g.Darnach ist ein fierung von vier vngleichen winckle vñ seyten/dise fierung sey/ h.Der gleichen fierung mügen mancherley weiß getzogen werdenn/ als mit krumen linien/auß oder eingebogen/wie ich das nachfolget mancherley weiß zů ziehen hab aufgeryssen/in ordnung des.a.b.c nach eynander betzeichet.

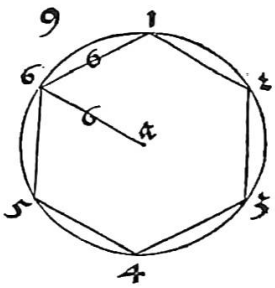


has four equal sides and is drawn out in the form of a lozenge [rhombus]. The angles on opposite sides of this figure are equal. I have marked this figure *c*. The fourth four-cornered figure is also a rhombus, but its sides consist of two equally long and two equally short lines [parallelogram]. I have marked this figure *d*. The fifth four-cornered figure has two right-angled corners, two equal sides, two unequal corners, and two unequal sides. And one of the unequal sides is longer than the other. I have marked this figure *e*. The sixth four-cornered figure has a right angle formed by two lines of equal length and a second pair of lines which are equally long but can be longer or shorter than the lines which are adjacent to the right angle. The figure has two opposite acute angles and one wide angle. I have marked this figure *f*. But a four-cornered figure formed by a right angle and three unequal angles is marked *g*. Then follows a four-cornered figure with four different angles and sides. It is marked *h*. More four-cornered figures can be drawn with curved lines, or dented, as in the following diagram. For the sake of order I have marked the various figures with the letters of the alphabet.

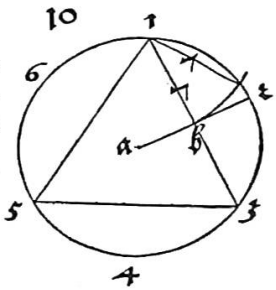
fig. 8

Steck 1948, p. 46. Cf. p. 409.

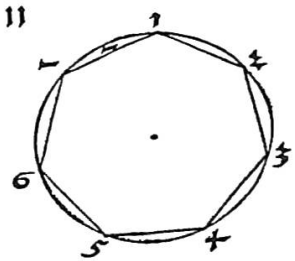
NVn will ich anzeygē wie man auf einer ebne gleych ecket figurē/gerad od̄ vngerad/als da sind/drey/fier/fünf/sechs ecket figuren ꝛc. sol machē. Erstlich mach ein sechs ecket figur/darum das die der zirkell vnuerruckt selbs gibt. Nim ein zirkel/ setz jn mit dem ein fus/in ein Centrū. a. vñ reyß mit dē andern fus ein runden riß groß oder kleyn/wie du jn haben wilt/ so du dañ den zirkel mit dem ein fuß in den runden riß stelst/vnd drittest mit beden füssen im zirkel ryß herumb/so werden.6.punctē die bezeychē mit zifern.1.2.3.ꝛc. Darnach zeuch die puncten. 1.2.vnd.2.3.vnd.3.4. ꝛc.mit geraden linien zusamen/so wurt ein. 6. ecket figur darauß/ vnd kan nit feln/dañ auß dem Centrum. a. biß an die zirkel lini ist eim sechs teyl/ so ist auch der seyten eine zwischē den zalen anch ein sechs teyl/wie ich dañ das hie vnden hab auf gerissen.



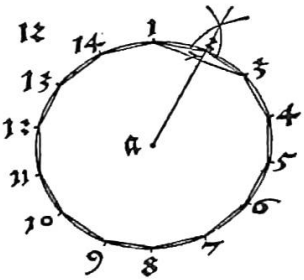
NVn schickt es sich am negstē/das man durch das.6.eck ein dryangel in ein zirckel schlyß/dem thū ich also/ich nym den vorgemachten zirckelryß mit den. 6. punckten/vnnd zeüch mit geraden linien/1.3.vnnd.3.5.vnd.5.1.zusamen/so gibt sich das der dryangel die zirckellini rürt/vnd vber all gleich ist/wie hie aufgeryssen ist.



NVn will ich durch den vorigen dryangel/vnd auß seiner beschreibung durch einen gemeinen weg/den man von behendigkeyt wegē/in der arbeyt braucht ein siben eck machē/ ich thüe im also/ich zeüch ein gerade lini auß dem Centrū.a.in den puncten.2.so schneidt sich die seytten des dryangels.1.3.in der mitt von einander in den selben punctē setz ich ein.b.so geet die leng.1.b.siben mal herum/ wie das oben in der fignr angetzeigt vñ hie vnden auch aufgeryssen ist/vnd die eck mit geraden linien zusamen getzogen.



NVn ist es am negstē das man auß dem. 7. eck eyn.14.eck mach/thüe jm also/ nym das trum des zirckels im.7.ecke. zwischen.1.2.vnd teyl das in zwey gleiche felt/vnd trit mit der leng im zirckelryß herumb so werden dir.14.punckten die zeüch mit geraden linien zusamen/ so wirdet ein.14.ecket figur darauß/ wie ich das hie hab aufgeryssenn/ Diß mag man durch den obgemelten weg in.28.teil teyllen vnd dupelen.



NVn will ich ein vierecket figur in ein zirckel machen/also/ich reiß auß einem Centrū. a. eyn zirckellini vnd reiß durchs Centrū.a. ein gerade zwerch lini/ vñ wo dise die zirckellini zū bedē seytē durchschneidt/da setz ich.b.c. Darnach reißich ein aufrechte lini/auß dem Centrum.a

CONSTRUCTION OF A HEXAGON

Now I shall explain how to construct figures with an even and uneven number of corners, that is, three, four, five, and six-cornered figures, etc. First I shall construct a figure with six corners [a hexagon] because it can be made without changing the opening of a compass. Take a compass and place one leg on center point *a* and with the other leg draw a circle of the desired size, large or small. Then move the compass, without changing its opening, to the periphery of the circle, and mark off this distance on it. Then continue along the periphery in the same manner. You will then obtain six points which you will mark with numerals 1, 2, 3, etc. Connect points 1 and 2, points 2 and 3, points 3 and 4, etc., with straight lines. You will obtain a six-cornered figure. Therefore, the line from the center *a* to the periphery [i.e., the radius] is one-sixth, and also each line between the numerals is one-sixth part, as shown in the diagram.

fig. 9

CONSTRUCTION OF A TRIANGLE WITHIN A CIRCLE

Now follows how to use this six-cornered figure [hexagon] to construct a triangle within a circle. I use the six points of the preceding figure, but connect points 1 and 3, points 3 and 5, and points 5 and 1 with straight lines. This will result in a triangle that touches the periphery and is symmetrical in every respect and position, as shown in the diagram.

fig. 10

CONSTRUCTION OF A HEPTAGON

Now I shall show a simple way of using the triangle of the preceding figure to construct a seven-cornered figure [heptagon]. I draw a straight line from the center *a* to point 2 which cuts the side 1,3 of the triangle in half. Where this occurs I mark *b*. The length 1*b* will then fit seven times around the periphery, as shown in the figure above [*fig. 10*]and drawn below [without the lines of construction; *fig. 11*].

fig. 11

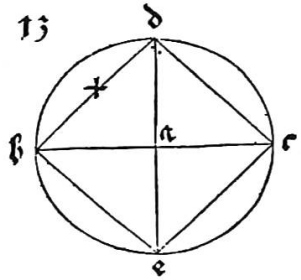
Now, next I will show how to construct a figure with fourteen sides from one of only seven sides. By means of a circle, divide one of the sides in half. Then mark off this length along the periphery. You will have fourteen points which when connected will form a figure with fourteen corners [sides] as shown in the diagram. One can use the same method to construct a figure with twenty-eight sides or twice as many.

fig. 12

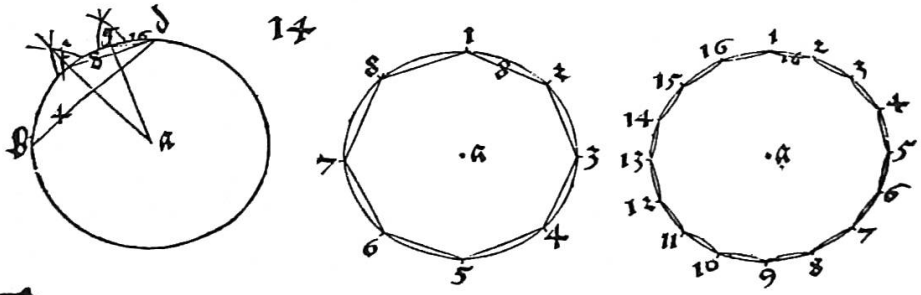
CONSTRUCTION OF A SQUARE WITHIN A CIRCLE

Now I shall construct a quadrangle with a compass. First I draw a circle. Through its center *a* I draw a straight horizontal line. Where this line crosses the periphery I mark the points *b* and *c*. Then I erect a vertical line from center *a*

vberſich vnd vnderſich zů gleichen winckeln /vñ wo die den zirckel oben rürt da ſetz ich ein.d.vñ vnden eyne. Darnach zeüch ich.b.d.vñ.d.c.vnd.c.e.vnd.e.b.zůſamen mit geraden linien/diſe rechte viereckete figur rürt den zirckel vberall gleich/wie ich das vnden hab auf geryſſen.



NVn ſchickt es ſich am negſten ein 8 eck zů machen/dem thůe alſo/ Nym den obgemachtenn zirckelriß/vnd behalt darinn die ſeiten.b.d.vnd teil die zirckellini darzwiſchen in zwey teyl/ in diſen punckten ſetz ein.f. Darnach reiß.f.d.gerad zůſamen/ diß wirdet ein ſeiten eins achtenteckes im zirckel herum/Nnn begibt ſich ein.16.eck. ſo du die zirckellini.f.d.mit eim punckte.g. entzwey teylſt/vnd.g.d.zůſamen reiſt/die iſt ein ſeyten eins.16.ecks/das im zirckel herumb langt/wie ich das in diſen dreyen figuren hie vnden hab aufgeryſſen.



NVn iſt von nötten ein fünfeck zůmachen/ in ein zirckelryß/dem thůe alſo/Reiß auß eim Centrum.a.ein zirckelryß /vnd zeüch ein zwerchlini durch das Centrū.a. vnd da ſie zů beden ſeyen die zirckellini durch ſchneidet/da ſetz.b.c.Darnach zeüch durch dz Centrū.a.ein aufrechte lini zů gleychē wincklen/vñ wo ſy eben die zirkellini durch ſchneydet/ do ſetz ein. d. Darnach reiß ein gerade lini.e.d.vñ nym ein zirckel/ſetz jn mit dem ein fuß in den punckte.e.den andem in das.d.vñ reiß von dañ herab auf die zwerch lini.b.c.wo ſie die durchſchneidt da ſetz ein.f.vñ reiß.f.d.gerad zů ſamē/ diſe lenge.f.d.iſt ein ſeitē eins fünfteyls/dz ecket im zirckel herum dryt/ſo iſt.f.a.ein ſeytē eins zehenecks/ Darnach teyl.a.c.mit einem punckten.e.in zwey gleiche teyl/ſo du dañ auß dem punckten.e.mit einer aufrechten lini vberſich ferſt/biß an die zirckellini/ſo haſt du ein ſibenteilides zirckels Mechanice / wie ich das vnden hab aufgeryſſen.

up and down to the periphery, at right angles to the horizontal line, and I mark the point where it crosses the periphery. On top I mark *d*, and on bottom *e*. Then I connect points *b* and *d*, *d* and *c*, *c* and *e*, and *c* and *b* by straight lines. They will form a square placed symmetrically within the circle, as shown in the diagram below.

fig. 13

CONSTRUCTION OF AN OCTAGON

Now it is proper to show next how to construct an eight-cornered figure [octagon]. Using the preceding figure, retain the side *bd* and divide the arc above it into two halves. Mark the midpoint *f*. Then connect *f* and *d* and it will give you one side of the eight-cornered figure. To obtain a sixteen-cornered figure, divide the arc *fd* into two halves and mark the midpoint *g*. The line connecting *g* and *d* will represent one side of the sixteen-sided figure. This is all demonstrated in the three figures below.

fig. 14

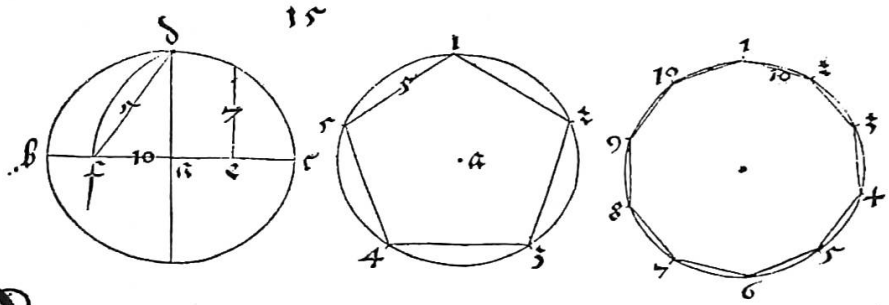
CONSTRUCTION OF A PENTAGON—FIRST METHOD

Now it is necessary to construct a pentagon within a circle. To do this, first draw a circle with center *a* and draw a horizontal line through this center *a*. Where this horizontal line crosses the periphery of the circle, mark points *b* and *c*. Then draw a vertical line through the center *a* at right angles to the horizontal line. Where it crosses the periphery on top, mark point *d*. [Then divide line *ac* in two halves and mark the midpoint *e*.] Now draw a straight line *ed* and place one leg of a compass on point *e* and the other on point *d* and draw an arc down to the horizontal line *bc*. Where the arc crosses this line mark point *f*. Then connect *f* and *d*. This line *fd* represents one side of the pentagon, whereas line *fa* is equal to one side of a ten-sided figure. Then divide line *ac* into two halves and erect a vertical line up to the periphery. Its length is equal to approximately one-seventh of the circle. This is shown in the following diagram.

The construction of the heptagon is not based on Euclid but is a traditional method arrived at by approximation. Staigmüller 1891, p. 23. The twenty-eight sided figure was used for the huge rosette window above the main door of Saint Lawrence's Church in Nuremberg of circa 1360 (see Appendix, p. 447).

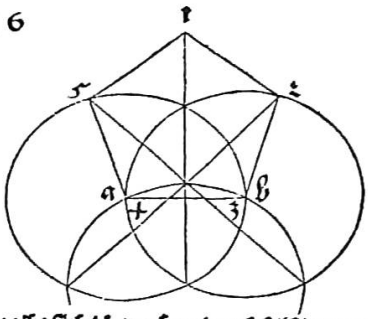
For the preparatory drawing of the octagon, see Appendix, p. 447. The construction of the pentagon is based on the one taught by Ptolemy, Almagest, *book 1, ch. 9. Staigmüller 1891, p. 23.*

15



ABer ein fünfeck auß vnuerruckten zirckel zů machenn/dem thůe alſo/Reiß zwen zirckel durch einander/alſo das eins ytlichen ründe/durch des anbern Centrum gee/vnd die zwey Centra a.b.zeůch mit einer geraden lini zůſamen/das wirdet ein leng einer ſeyten des fünften eckes/ wo aber die zirckellini an einander durchſchneiden/da ſetz oben ein.c.vnden ein. d. vñ reiß ein gerade lini.c.d.Darnach nym den vnuerruckten zirckel vnd ſetz jn mit dem ein fuß in den punckten.d. vñ mit dem andern reiß durch die zwen zirckelryß/vñ jre bede Centro.a.b. vnd wo die zwen runden riß durch ſchnytten werden/da ſetz.e.f. Aber wo die aufrecht.c.d.durch ſchnyttē wirdet/da ſetz ein.g.Darnach zeůch ein gerade lini.e.g.gar hynauß byß an die zirckellini/da ſetz ein.h.darnach zeůch ein andre gerade lini.f.g.biß an die zirckellini da ſetz ein.i.zeůch darnach.i.a.vñ.h.b.gerad zůſamen/ſo werden drey ſeyten des fünfecks/vnd von dañ laß zwů gleich ſeyten leng vom.i.h.oben zůſam reichen/ſo wirdet ein fünfeck/wie jch das vnden hab aufgeryſſen.

16



AVß diſem fünfeck begibt ſich zůmachen/durch hilf des vorgemachten dryangels/ ein fünfzehneck/dem thůe alſo/Reiß auß dem Centro.a.ein zirckelrys/vnnd reiß darein die ſeyten des dryangels oben.b.vnden.c.Darnach nym die leng der ſeyten eins fünfecks/vnd leg das eyn ort in den punckten.b.vnd das ander end leg an den zirckelryß/da hyn ſetz ein.d.ſo bleibt zwiſchen.d.c. ein teyl vber/das ſelb zirckelrum teil mit einem punckten.e.in zwey gleiche teyl/ſo du dann.e.c.mit einer geraden lini zůſamen zeůchſt/ſo wirdet darauß ein ſeyten eins.15.eckes/das im zirckel herumb dryt/ wie jch das vnden hab aufgeryſſen.

fig. 15

CONSTRUCTING A PENTAGON—SECOND METHOD

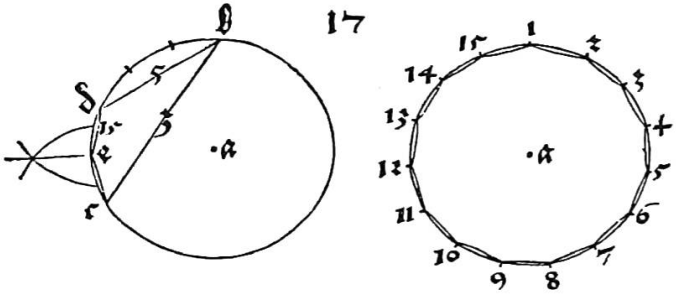
Construction of a pentagon without changing the opening of the compass is accomplished as follows. Draw two circles which overlap so that the periphery of each touches the other's center. Then connect the two center points *a* and *b* with a straight line. The length of this line is equal to one side of the pentagon. Where the two circles cross, mark *c* on top and *d* on the bottom and draw a line *cd*. Then take the compass without changing its opening and place one leg on *d* and with the other draw an arc through the two circles and their centers *a* and *b*. And where the periphery is crossed by this arc, mark points *e* and *f*. Where the vertical line *cd* is crossed, mark the point *g*. Then draw a line *eg* and extend it to the periphery of the circle. Mark this point *h*. Then draw another straight line *fg* and extend it to the periphery of the circle. Mark that point *i*. Then connect *i* with *a* and *h* with *b* and it will give you three sides of the pentagon. Then erect two inclined lines of equal length to *ih* until they meet on top. You will then have constructed a pentagon, as shown below.

fig. 16

By using the construction of a triangle, as outlined above, it is possible to convert this pentagon into a fifteen-sided figure. First draw a circle with a center *a*, and then draw one side of the triangle, marked *b* on top and *c* on the bottom. Then take the length of one side of the pentagon and place one end of it on point *b* and the other on the periphery of the circle. Where it touches the periphery, mark it point *d*. Divide the remaining distance between *d* and *c* by means of a compass into two halves, and mark the midpoint *e*. If you then connect points *e* and *c*, it will give you the length of one side of the fifteen-sided figure, as shown in the following diagram.

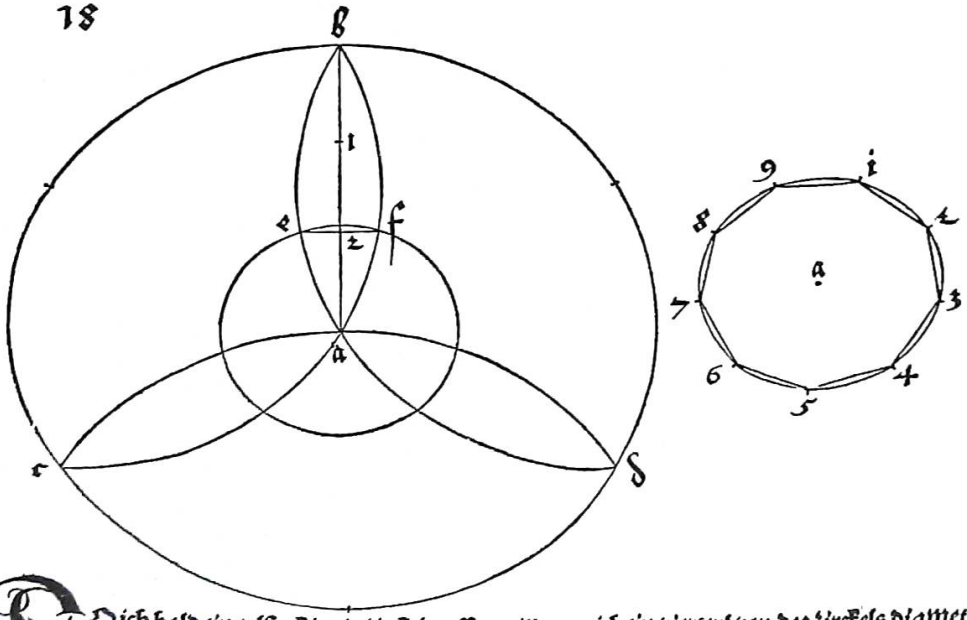
Although Dürer was not aware of it, this second construction of a pentagon is only an approximate method. This method derives from the Geometria Deutsch. *It was probably known to the ancients, because Pappus speaks of constructing polygons by means of a compass without changing its opening. Staigmüller 1891, p. 24. Steck 1948, p. 48. For the preparatory drawing, see Appendix, p. 446.*

17



EIn neün eck ist durch ein dryangel zů finden/also/ Reiß auß einem Centrum .a. ein grosse zirckellini/ darein reiß mit vnuerrucktem zirckel/drey fischs blosen/ der obern ende an der zirckellini sey. b. der andern end auf den seytensey.c. d. Darnach reiß in der öbern fischblosen/ ein aufrechte gerade lini.b.a.dise lini teil mitzweyen punckte.1.2.in drey gleiche felt/ also das 2.der negst punckt beym.a.sey/ vnnd far durch den punckten.2.mit einer geraden zwerch lini zů gleichen wincklen.b.a.vnd wo sie die blosen lini zůbeden seyten durchschneidet/da setz.e.f.Darnach nym ein zirckel/setz jn mit dem ein fuß/in das Centrū.a. vnd den andern in den punckten.e. vnd reiß durch das.f.zů ring herumb/ein zirckellini so geet die leng.e.f. zůneün mal in disem zirckelriß herum/ solchs hab jch hernach aufgeryssen.

18



SO jch bald eiu eylf eck in ein zirckel reyssen will/nym jch ein vierteyl von des zirckels diameter vnd erleng jn ein acht teyl auß jm selbs/vnd far mit diser leng herumb im zirckel das tryt bei leüftig ein/also das es sich Mechanice/ aber nit demonstratiue findet/Weyter so jch behend ein.13.eck soll machen/so reiß jch auß einem Centrum.a.ein zirckellini Darnach reiß jch ein halbenn

fig. 17

CONSTRUCTION OF A NONAGON

You can construct a nine-sided figure based on a triangle. Draw a large circle with center *a*. Then without changing the opening of the compass, draw three "fish-bladders" whose upper end on the periphery you will mark *b*. Mark the others *c* and *d*. Within the upper "fish-bladder" draw a vertical line *ba* and divide this line with two points 1 and 2 into three equal parts. Point 2 should be closest to *a*. Then draw a horizontal line through point 2 at right angles to the vertical line *ba*. Where the horizontal line crosses the "fish-bladder," mark points *e* and *f*. Then place one leg of a compass on center *a* and the other on point *e* and draw a circle through point *f*. Line *ef* will then represent one of nine sides which will compose a nonagon inside this smaller circle, as shown in the diagram below.

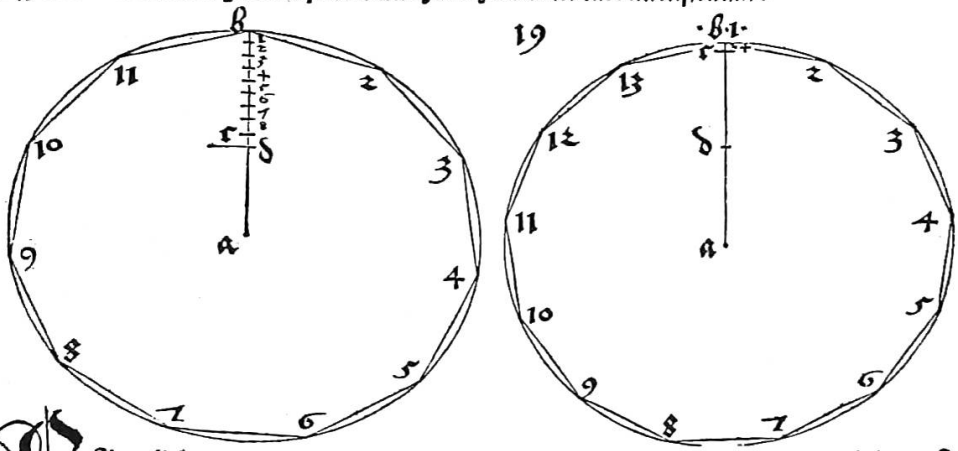
fig. 18

CONSTRUCTION OF REGULAR POLYGONS WITH ELEVEN AND THIRTEEN SIDES

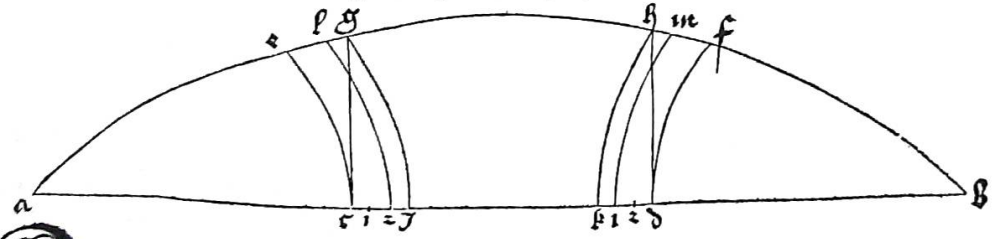
To construct an eleven-sided figure by means of a compass, I take a quarter of a circle's diameter, extend it by one-eighth of its length, and use this for construction of the eleven-sided figure. This is a mechanical [approximate] not a demonstrative method. If a thirteen-sided figure is required, I first draw a circle with a center *a*. Then I draw

Staigmüller [1891, pp. 24-25] found no precedent for Dürer's construction of a nonagon, and presumed that it had perhaps been his own invention. Steck (1948, p. 49) found that this construction was taken over by Dürer from the traditional procedures of builders. But this had been discovered earlier by Panofsky (1915, p. 93, fn. 1, based on a drawing in the Merkel manuscript in the Germanisches National Museum, Nuremberg, fol. 15r. See Strauss 1974, pp. 2860 and 2862. Staigmüller gives the exact length of one side of a regular eleven-sided polygon as 0.56347 of the circumference of the circle. Dürer's approximation comes surprisingly close to this figure. It is equivalent to 0.5625, and therefore indeed practicable. For the regular thirteen-sided polygon the equivalents are: actual: 0.478635; Dürer: 0.5. but this difference makes the method imperfect, as can be seen even in Dürer's figure. See Appendix, p. 449.

diameter.a.b.vnd schneid den mit einem punckten.d.in der mit von ein ander vnd brauch die leng.c.d zů.13.malen im zirckel herum/ist aber auch mechanice vnd nit demonstratiue.



Jn ytlich trum eins zirckels das mir für kumbt teyl jch in.3.teyl also/Das zirkeltrum sey.a.b.mit einer geradē lini zůsamē zogē/vñ wie jch vor gelert hab theyl jch die gerad lini. a.b.mit zweyen punckten. c. d. in drey gleiche felt. Darnach setz jch ein zirckel mit dem ein fuß in den punckten.a.vñ mit dem andern reiß jch auß dem punckten.c.ein ryß durch die zirckellini/wo die durchschnyttenn wirdt/da setz jch ein. e. Darnach setz jch den zirckel mit dem ein fuß in den punckten.b.vnd mit dem andern reiß jch auß dem puckten. d. durch die zirckellini/wo sie durchschn.tten wirdet/da setz jch ein.f. Darnach zeůch jch zwů aufrecht lini auß. c.d. biß an die zirckellini da setz jch g.h/so werden die drey leng im zirkeltrum.a.e.g.h.vnd.f.b.gleich an einander/vnd bleiben zwey eng teil.e.g.vnd.h.f.vber/darnach nym jch ein zirckel/setz jn mit dem ein fuß in den punckten.a.vñ den an dem in den punckten.g.vnnd von dann reiß jch biß auf die gerad lini.a.b.da setz jch ein.i.darnach setz jch den zirckel mit dem ein fuß in den punckten.b. vnnd reiß mit dem andern auß dem punckten.h. auf die lini.a.b.da setz jch ein.k.Darnach teil jch.e.i.vñ k.d.wie jch vor gelert hab/mit zweyen punckten in 3.teil/vnd setz den zirckel mit dem einen fuß in den punckten.a. vnd den andern in den negsten punckten/bey dem.i.vnd reiß biß an die zirckellini/da setz jch ein.l.Darnach setz jch den zirckel mit dem einen fuß in das.b/vnd den andern in den negsten punckten bey dem.k. vnd reiß von dann an die zirckellini da setz jch ein.m.also wirdet die zirckellini.a.b.mit den zweyen punckte.l.m.in 3.teyl geteylt/wie jch dz vnden hab aufgeryssen/wer es will geneuer haben/der such es demonstratiue.



So man zirkellini in den estrichē/oder in ein want zuersetzen brauchē will/mag man sy zwey erley art an ein ander rucken. Zum ersten/durch recht winckliche quadraten. Zum andern/durch ranten fierung.

the radius *ab* and cut it in half at point *d*. I use this length to mark off thirteen points along the periphery of the circle. But this method is also only mechanical [approximate] and not demonstrative.

fig. 19

METHOD FOR DIVIDING AN ARC INTO THREE EQUAL PARTS

I divide an arc of a circle into three parts by the following method: The arc *ab* is connected by a straight line. And, as I explained before, I divide this line with points *c* and *d* into three equal parts. Then I place one leg of a compass on point *a* and with the other I draw an arc from point *c* to the periphery. Where it crosses the periphery, I mark point *e*. Then I place one leg of the compass on point *b* and draw an arc from point *d* to the periphery. Where it crosses it, I mark point *f*. Then I erect uprights from points *c* and *d* to the periphery. Where they cross the periphery, I mark points *g* and *h*. The three lengths on the arc, *ae, gh,* and *fb* will then be equally long. The two short lengths *eg* and *hf* will remain. I place one leg of the compass on point *a* and the other on *g* and draw an arc down to line *ab* and mark that point *i*. Then I place one leg of the compass on point *b* and draw an arc down to the line *ab* and mark that point *k*. I divide *ci* and *kd* each by two points into three equal parts, as I have shown before. Now I place one leg of the compass on point *a* and the other in the point next to *i*, and I draw an arc up to the periphery. I mark the new point, *l*. Then I place one leg of the compass on point *b* and the other on the point next to *k* and draw an arc up to the periphery. That point I mark *m*. I have thus divided the large arc into three equal parts at points *l* and *m*, as shown in the following diagram.*

[fig. 20]

TILE PATTERNS

If you want to place circular figures [tiles, etc.] on a floor or a wall you can place them next to each other in two ways: first by squares, and second by lozenges. [See *fig. 21*.]

**This method, too, is approximate. Used for the tri-division of angles, it gives surprisingly good results. For a mathematical analysis, see Staigmüller 1891, pp. 25-26.*

Zům erſten/mach ein rechte firung/van gleychen ſeyten vnd wincklen/vnd teyll die mit vier bar liniē/ aufrecht vnd vberzwerch/in.9.kleyn firung/vnd ſetz in ytliche ein mittel puncten/vnnd nim ein cirkel ſetz jn mit dem ein fuß in die ſelben puncten nach ein ander/vñ thů den andern fuß ſo weit auf/das er in einer ytlichen firung die vier ſeiten an rür/vnd reyß rund ryß hinein/ ſo rürt ein cirkellini vier ander an. Auch beleyben albeg vier ekette hole auß geſchnidne felder zwiſchen vier cirkellinien.

Zům andern/ſetzt man die cirkellini rautens weyß an einander/ſo bleyben albeg zwiſchen dreyen cirkellinien hole auß geſchnitne dricketté felder. Mach das alſo/reyß ein firung .j.2.3.4. vier rechter driangel hoch die mit ſeiten vnd ſpitzen aufeinander ſtend/vñ dreyer breyt/die mit jren ecken an einander an rüren. Alſo das die gantz firung halt.24.dryangel/der halben vnd gantzen/vnd bezeychen die dryangel bey den zwerch linien/die ſie ſchneyden/an jren ecken/mit dem.a.b.c.biß aufs.r. Darnach ſetz den cirkel mit dem ein fuß/in die puncten der buſtaben/vnd thů den andern fuß einer halben ſeiten lang des dryangels weyt auf/vnd reyß auß eim ytlichen puncten der buſtabē/wie ſich das begibt ein cirkellini/ſo finden ſich.7.gantz cirkel/vnd.10.halb/das macht als zwelf gantz cirkel. Vnd wo man der cirkel ſolicher mas vill an einander ſetzt/ſo rüreu alweg.6.den ſybetten an.

Man mag auch zirkellini mancherley weyß durcheinander reyſſen/vnd vill dings darauß machen. der wil ich nůn eine oder drey doch faſt einer meinůg anzeygen/darauß man ein weiters mit ſeim anhang nemē mag. Ich reyß auß eim Centrū.a.ein cirkellini/die gradir ich mit.12.puncten/in gleyche teyl/vñ reyß auß einem ytlichem/mit vnuerruckte cirkel ein lini die dz Centrum.a.rür/ſo durch/neydē.12.cirkelriß des dreyzehettē Centrū.a. Darnach reyß ich auß dem Centrum.a.innerhalb der groſſen cirkellini noch.4.ander cirkellini/die durch die puncten der ſchlieſſung der andern cirkellini gend/die jre zeychen haben.a.b.c.d.e.r.

Welicher in einer cirkellini ein.6.ecketten ſtern will reyſen/der mach jn mit vnferrucktem cirkel alſo. reiß auß einenn Centrum.a.ein cirkellini/vnnd ſetz den ein fuß des cirkels/obenn in ein cirkellini/in ein pnncten.b.vnnd reyß mit dem andern fuß ein runden ryß/durch das Centrum.a.von einem end der cirkellini zům andern/da hin ſetz.g.c.Darnach ſetz des cirkels einen fuß/in den puncten.g.vnd mit dem andern reyß auß den puncten.b.durch das Centrum.a.biß an die cirkellini.da hin ſetz ein.f.Darnach ſetz den cirkel mit dem ein fuß in den puncten.c.vnd reyß mit dem andern auß dem.b.durch das.a.biß an die cirkellini/da hin ſetz ein.d. Darnach ſetz den cirkel mit dem ein fuß in den puncten.d.vnd reyß mit dem anderenn auß dem.c.durch das.a.biß an di cirkellini do hin ſetz ein.e.Darnach ſetz den cirkel mit dem ein fuß in den puncten.e.vnd reyß mit dem andern auß dem punctē.f.durch das.a. ins.d.Darnach ſetz den cirkel mit dem ein fuß in den punctē.f.vnd reyß mit dem andern fuß/auß dem g.durch dz.a.ins.e.ſo iſt das gemacht. Darnach machſtu den cirkel ferucken/vnd klein cirkellini zwiſchen den buſtaben reyſſen.

Item ein andre meinung/reyß auß einen Centrum.a.ein cirkellini/die teyl mit vier puncten.a.b.c.d. in vier gleyche teyl/alſo das/das.b.oben/das.c.vnden/vnd.d.e.auf beden ſeyten ſte/Darnach teyl.b.d. mit einem puncten.o.vñ.b.e.mit einem puncten.q.vñ.e.c.mit eim punctē.p.vnd.c.d.mit einem punctē r./ytlichs in zwey gleyche teyl.Darnach nym ein cirkel/ſetz jn mit dem ein fuß/in den puncten/b.vnnd mit dem andern fuß/reyß auß dem.f.durch das.a. ins.g.Darnach ſetz den cirkel mit dem ein fuß in dz c.vnd reyß mit dem anderen fuß.f.a.i.zůſamen.Darnach ſetz den cirkel in das.c.vnd reyß mit dem andern fuß.m.a.n.zůſamen.Darnach ſetz den cirkel mit dem ein fuß in den puncten.d.vnd mit dem andern reyß.k.a.l zůſamen. Darnach ſetz den cirkel in den puncten.o.vñ reyß mit dem andem fuß durch das.a.auf bede ſeyten/an die cirkellini/vñ ſetz in die ſelben puncten zwiſchen.b.m ein.ſ. vnd zwiſchē.d. h.ein.t. Darnach ſetz den cirkel in den puncten.p.vñ reyß mit dem andern fuß durch dz.a.auf bede ſeyten der cirkellini/in die ſelben puncten/ſetz zwiſchē.l.c.ein.v.vnd zwiſchen.g.e.ein.x.Darnach ſetz den cirkel in den puncten.r.vnnd reyß mit dem anderen fuß durch dz.a. an beden ſeyten in die cirkellini/in die ſelben puncten ſetz zwiſchen.f.d.ein.y.vnnd zwiſchen.c.n.ein.z.Darnach nym den cirkel/ſetz jn in den puncten.q.vnd reyß mit dem anderen fuß durch das.a.zů bedē ſeyten an die cirkellini/in die ſelbē puncten ſetz zwiſchen.k.b. ein.a1.vñ zwiſchē.e.i.ein.a2.Darnach reyß die zwen ryß/in allen ſpitzigen bletteren/die van den cirkellinie wordē ſind alſo ſetz den cirkel mit dem ein fuß in den puncten.g.vnnd reyß mit dem anderenn/den erſten ryß in dem ſpitzigē blat gegen.k.a1.Darnach ſetz den cirkel in den

For the first method, draw a quadrangle with equal sides and angles [i.e., a square] and divide it with four parallel lines vertically and horizontally into nine small squares. Place a center point into each of these. Then place one leg of a compass on each of these center points, one after the other, and draw a circle that touches all four sides of each square. In each case a four-cornered figure will then be enclosed by each set of four circles.

For the second method, after the circles are placed next to each other in a diamond pattern, triangular-shaped areas will be enclosed by each set of three circles. To accomplish this, proceed as follows: First draw a square 1, 2, 3, 4, of a height equal to four equilateral triangles placed end to end and point to point on top of one another, and equal in width to three equilateral triangles placed next to each other so that their corners touch. In that way the entire quadrangle will hold twenty-four triangles, halves and whole ones. Then mark these triangles where the horizontal lines traverse them, *a, b, c,* up to *r*. Then place a compass on the points marked with the letters of the alphabet and draw circles around each with a radius equal to one-half of the side of the triangles. This will result in seven complete circles and ten semicircles, or a total of twelve circles. If you assemble a great many of these circles, six of them will always enclose a seventh.

One can also divide a circle in many ways and arrive at many patterns. I shall give one or two ways of doing this which can be used as a starting point for more. I draw a circle with a center *a* and mark the periphery with twelve points into equal parts. From each of these points I draw a circle without changing the opening of the compass through the center *a*. I then draw a thirteenth circle of the same size around center *a*. Finally, I draw four further circles outside the center *a* but within the large circle. These circles will pass through the points where the other circles meet, which are marked *a, b, c, d, e,* etc. [See *fig. 21.*]

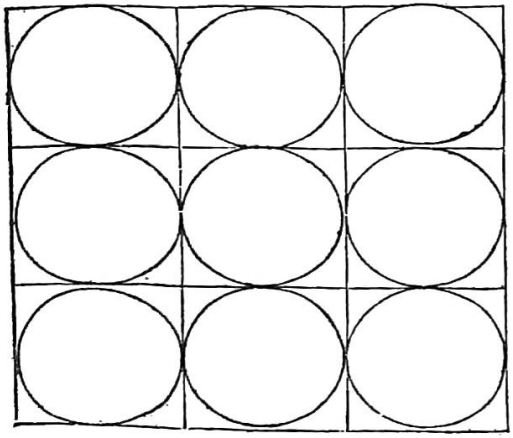
CONSTRUCTION OF A SIX-POINTED STAR

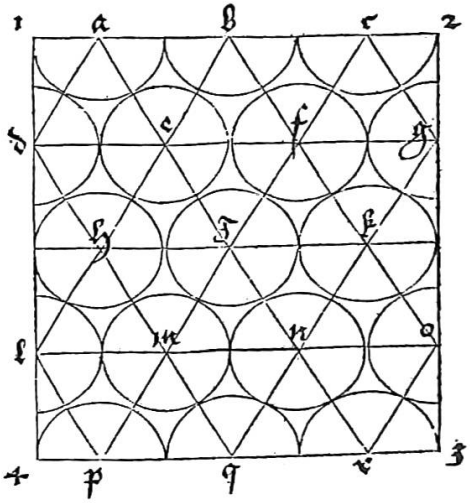
If you intend to draw a six-pointed star inside a circle, do this without changing the opening of the compass, in the following manner: Draw a circle with a center *a*. Then place one leg of the compass at the top of the periphery on a point *b*, and with the other leg draw an arc through center *a*. Where this arc meets the periphery, mark the points *g* and *c*. Then place one leg of the compass on point *g*, and with the other draw an arc through center *a* down to the periphery, and mark that point *f*. Now place one leg of the compass on point *c*, and with the other draw an arc through center *a* to a point on the periphery which you mark *d*. Then place one leg of the compass on point *d* and draw an arc with the other leg from point *c* through the center *a* to a point on the periphery which you mark *e*. Place one leg of the compass on point *e* and with the other draw an arc from point *f* through center *a* to *d*. Then place one leg of the compass on point *f* and with the other draw an arc from *g* through *a* to *e*. Now you have completed the figure. After this, you can change the opening of the compass and draw small semicircles between the letters [See *fig. 21a.*]

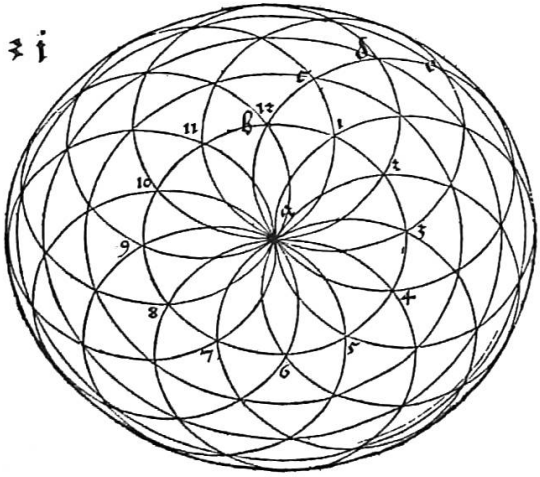
CONSTRUCTION OF AN EIGHT-POINTED STAR

For another example, draw a circle with a center *a* and divide the periphery with four points, *a, b, c, d,* [*sic*] into four equal parts, so that *b* is on top, *c* is on bottom, and *d* and *e* are on the sides. Then divide *bd* with point *o; be* with point *q; ec* with point *p;* and *cd* with point *r*, all into two equal parts. Then place one leg of a compass on *b*, and draw an arc from *f* through *a* to *g*. Place one leg of the compass on *c* and draw an arc from *f* [*f* should be *h*] through *a* to *i*. Do likewise on point *e*, and draw the arc *man;* and then draw the arc *kal* from point *d*. From point *o* draw an arc through *a* to both sides of the

puncten.10. vñ reyß mit dem andern fuß auß dem Centrum.a.im forgemelten blat/den anderen ryß/ also thů jm durch alle sechs spitzige bletter/vnnd such diser ryß centra/in den puncten der bustaben der spitzigen bletteren.Es sind auch zweyerley steren zůreysen/auß eim fünfeck/vnd sibeneck/thů jm also/ reyß ein cirkellinien vmb ein fünf/vnd auch vmb ein sibenn eck. Darnach setz ein cirkel mit dem einen fuß in der puncten einen/der im cirkelryß steckt/vnnd thů den anderen fuß/so weyt auf/das er die zwen negsten puncten in den seyten rür/vnd reyß rund von eim zům anderen/also far zů rings herumb/das thů im fünf vñ siben teylen.so stchstu wz disse ryß für zwen sterē machē. Mie jch sölichs alles hernach aufgerissen hab/auß solichem würst du geursacht vil anders mer zů ziehen. Es ist auch vill seltzams maswerchs/durch die drümer des cirkels zů reyssen.





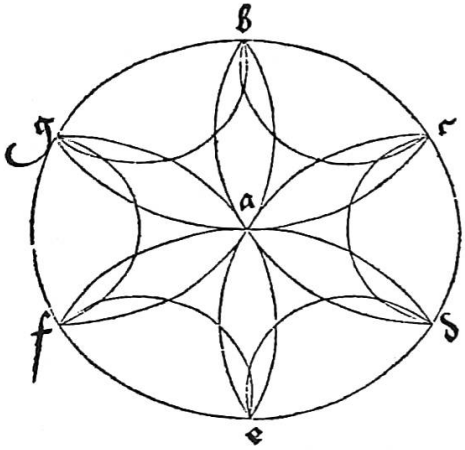


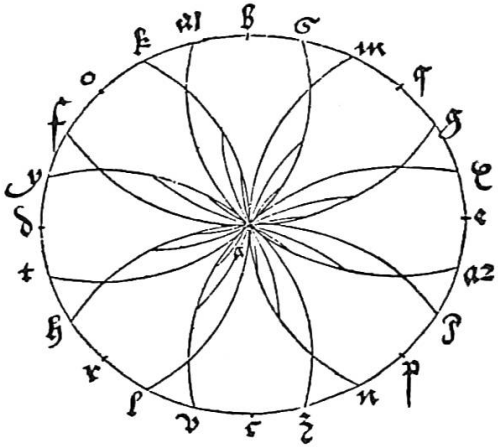
periphery. Mark the point between *b* and *m* with the letter *s*, and between *d* and *h* mark the point *t*. Now place one leg of the compass on *p* and draw an arc extending to the periphery through *a*. Mark the point between *l* and *c* with the letter *v*, and the point between the *g* and *e* with the letter *x*. Then place one leg of the compass on *r* and draw an arc through *a* extending to the periphery. Mark the point between *f* and *d* with the letter *y*, and the point between *c* and *n* with the letter *z*. Place one leg of the compass on point *q* and draw an arc through *a* to the periphery on both sides. Between *k* and *b* mark the point *a*1; and between *e* and *i* mark the point *a*2. Now draw an arc inside each of the pointed leaves formed by the curves as follows: Place one leg of the compass on *g* and with the other leg draw the first arc in the pointed leaf *ka*1. Then place the compass on point *i* and draw an arc from center *a* to the next leaf. Continue likewise for all six pointed leaves, and in this manner seek the centers of these arcs in the points marked with the letters of the alphabet at these pointed leaves.

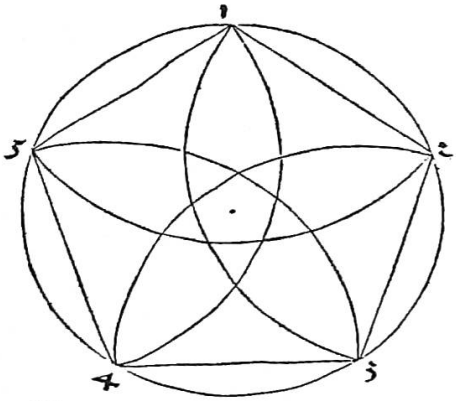
CONSTRUCTION OF A FIVE-POINTED AND A SEVEN-POINTED STAR

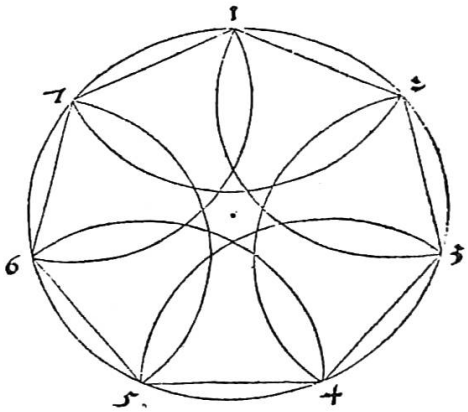
You can also draw two kinds of stars from a pentagon and a heptagon. To do this, draw circles surrounding a pentagon and a heptagon. Then place one leg of a compass on one of the points that touches the periphery and open the other leg to the next point but one [i.e., skip one point]. Then draw an arc. Proceed likewise with all the points along the periphery in five and seven points respectively. You will then find that you have constructed two stars, as shown in the diagram [*fig. 21a*]. You can use this method to arrive at many other results. There are also many variations possible in the way in which the compass may be used in drawing parts of a circle.

fig. 21









NVn will jch etlich ecket figuren zůſamen verſetzenn / wie man ſie in eim eſtrich ein bringen mag. Erſtlich die dryangel ſind forn bey den cirkellinien angezeygt / aber doch wil jch ſie hernach auſſerhalb der cirkellini aufreyſſen / vñ durch ein andre weyß leren an einander ſetzen. Erſtlich alſo / jch ſetz. 6. dryangel mit jren ecken / in einem Centrũ. a. zůſamen. Darnach ſetz ich auſſen auf ein ytliche ſeyten der ſechs dryangel wider in ſolichẽ dryangel / Darnach zeüch jch die eck der dryangel auſſen mit linien zůſamenn / ſo ſind ẽs auch dryangel / darnach mach ich wider auf die ſeyten dryangel / alſo für vñ für.

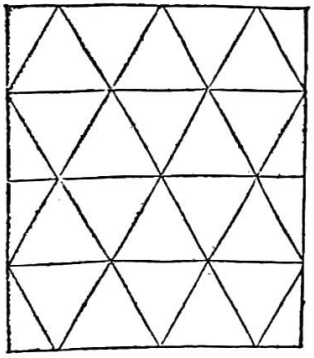
Noch mag man die dryangel alſo zůſamen ſtelen / das auch kein felt darzwiſchen bleybt / ſo die dryangel ferruckt werdẽ / alſo das alweg ein eck eines dryangels mitten vnder des anderen ſeiten kum / Weſt man. 6. dryangel mit jren ſpitzen zůſamen ſetzt / ſo würt ein. 6. eck darauß / darnach mag man vberall dryangel daran hencken.

[fig21a]

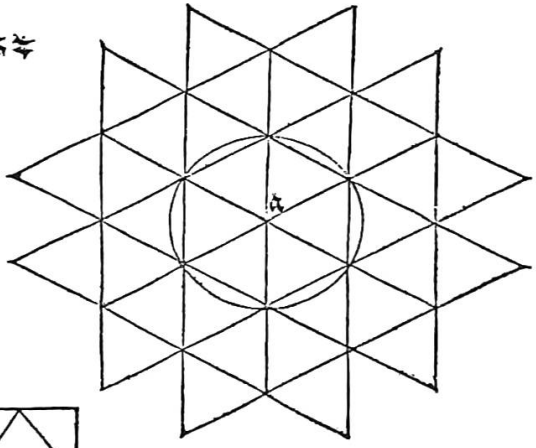
TILE PATTERNS FORMED BY TRIANGLES

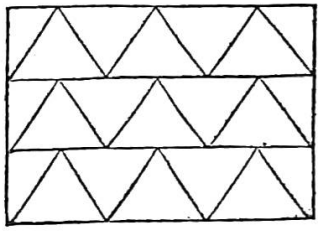
Now I shall combine several figures with corners and show how they can be placed on floors. I have already shown how to do this with triangles in circles, but I shall draw them also without circles and combine them in a different manner. First I place six triangles next to one another around a center *a*, corner to corner. Then I place on the outside of each of these triangles another one. Then I connect the points of these triangles with lines, so that new triangles will form. Then I place more triangles on these sides, and so on.

It is also possible to combine triangles in a manner that no area remains between them. This happens if you place the point of each triangle beneath the center of the base line of the one above. If six triangles are placed next to each other by their points, they will form a hexagon. You can then attach triangles to each of its sides.

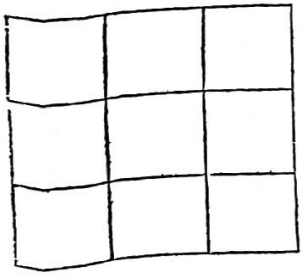


24

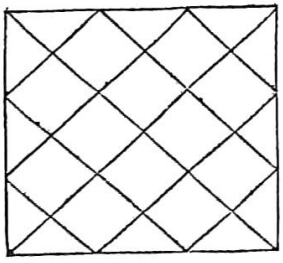


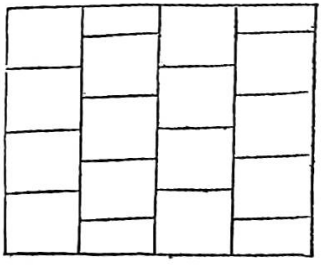


Item so man recht firung an einander setzt/so bleyben sie einmal wie das ander/aleyn das man sie ober ort/oder zwerchs mag stellē/oder man mag sie verrucken/wie die steinmetzen ire quader schliessen/wie das vnden ist auf gerissen.



25





Aber die rauten firung/die zwen weyt winckel/vnnd zwen eng gegen einander ober habenn/die setz zwyerley weyß also an einander. Erstlich das sie all durchs Endtes creütz geschidenn werden. Zům andern setz zwo mit den seyten an einander/vnnd die dryt stoß zwerchs dorein/so sicht solichs wie ein gefirter würffel/also der massenn setz sie für vnnd für an einander/es gibt auch ein steren/so man. 8. rauten mit iren spitz ecken zůsamen stest/das mag man auch than mit sechs vñ fünffen/wie das hernach ist aufgerissen.

F

fig. 22

TILE PATTERNS FORMED BY QUADRANGLES

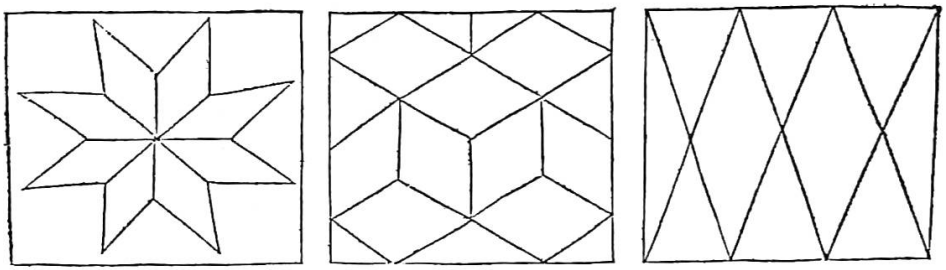
If quadrangles are combined, they will remain unchanged. You can place them at an angle or horizontally, or you can alternate them in the manner of stonemasons, as shown below.

fig. 23

TILE PATTERNS FORMED BY LOZENGES

Lozenges, which have two wide and two acute angles at opposite sides, can be combined in two ways. First they can be placed in a Saint Andrew's Cross pattern. Second, you can place two side by side and the third horizontally between them. It will then look like a cube. You can also form a star by placing eight lozenges so that their points meet. These three possible patterns are shown in the diagrams below. The star pattern can also be achieved with five or six lozenges.

For drawings of tile patterns, see Introduction, p. 17.



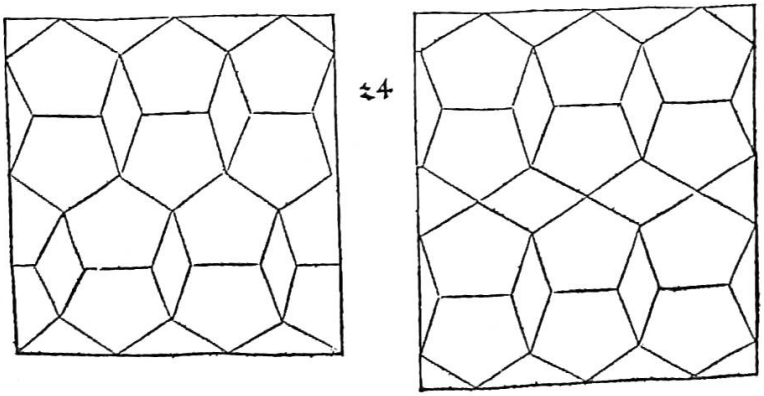
FVrbas wil jch ein fünf/sechs/sib en/ vnnd ein acht eck /ytlichs sünderlich zůsamen setzen/doch eins anders dann das ander.

Zů einem muster setz zům ersten/drey fünf eck mit jren seytenn /auf ein zwerch lini/also das sie mit jren ecken an einander an rüren / Darnach setz vnden hergegen/ aber drey fünfeck mit jren seyten an die oberen/die auch mit jren ecken an einander an rüren/ so werden zwischē den fünfecken/ ablang rauten firung/also mach das noch einmal/ vnd stoß alweg solicher zwen teyl/ den ein mit seinen ecken in des anderen winckel / das ist die erst meinung/vnd die gneuest zůsamen setzung der fünfeck.

Darnach mach die zwey zůsamen gesetzten teyl der fünfeck / wie for/ vnd setz sie darnach mit jren eckē zůsamen/also das ein ytlich fünfeck mit einer seiten vnd dreien ecken/vier ander fünfeck an rür/so werden zwischen den fünfecken zweyerley rauten firung /neben do die seytē an einander stossen enge/vnd zwischen den ecken weyter/ das ist so weyt zůbrauchē als man will.

Zům fünftenn setz die fünf eck also an einander. Erstlich mach ein fünfeck/vnnd setz ein gleich messig fünfeck an ytliche seyten/darnach setz an die selbē fünf/fünfeck/ an ein ytliche sünderlich an jr zwo seyten/ zwey andre fünfeck/so werden zwischē den fünfecken fünnf schmal rauten firung. Darnach stoß fünfeck in die winckel zů rings herumb/ die do worden sind / also das sie mit jren ecken die schmal rauten firungen an rüren/ also thů im für vnd für / so weyt du wild

Du magst auch fünf rosen van den fünf ecken zůsamen setzen / die all an einander anrüren/vnd darnach vmbkert/an einander hencken so oft du wild/vnd das felt darneben auß füllen war mit du wild/ solichs alles ist hernach aufgerissen.



[fig. 23a]

TILE PATTERNS FORMED BY PENTAGONS

Now I shall combine pentagons, hexagons, heptagons, and octagons, each separately, and each differently.

For the first pattern, place three pentagons side by side on a horizontal line, so that their corners touch. Then place three more pentagons below them so that their sides touch the upper row, whereas their corners touch in the lower row. As a result, lozenges will form between them. Then repeat this operation, but place the top of the pentagons in the angle formed by the pentagons in the row above. This is the first method and the most exact one.

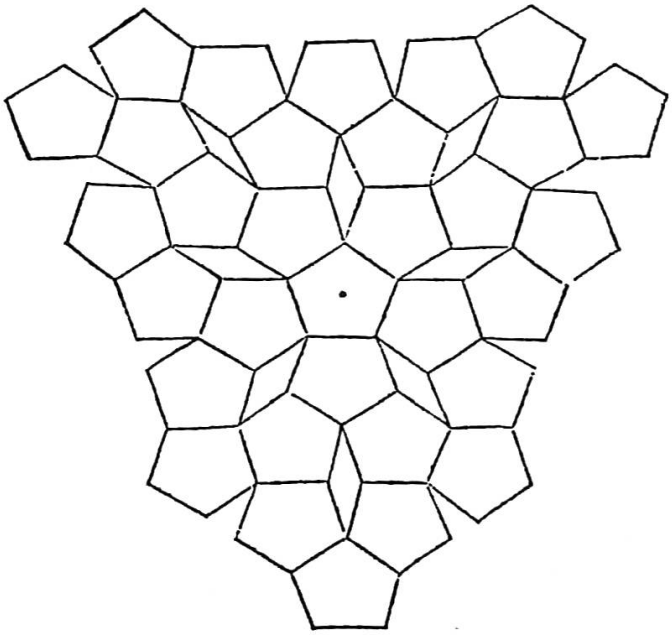
Then proceed likewise and form the first two tiers of pentagons. But now combine them by having their corners touch, so that each pentagon will touch four others with one side and three corners. This will result in the formation between the pentagons of lozenges of two different shapes, one narrower, between the sides, and the other wider, between the corners. This pattern can be extended to any size.

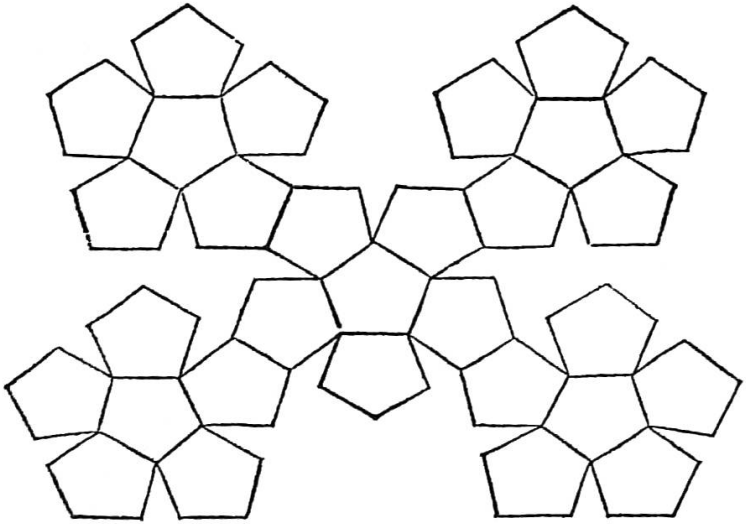
Fifth, [*sic*] you can combine pentagons in the following manner: First draw a pentagon and place pentagons of the same size on each side. Then place five pentagons on their sides, particularly along the two sides. This will result in the formation of five narrow lozenges between them. Then add pentagons in the angles which will have formed, so that these will touch the narrow lozenges with their corners. You can continue in this manner as long as you desire.

You can also combine pentagons to form rosettes which touch each other, and then reverse them to link one to the next as often as you desire. The leftover areas you can then fill with whatever you like, as shown in the diagram [See *fig. 24a.*]

fig. 24

Cf. p. 411.





Item die sechs eck will ich dreyerley weyß zůsamen setzen. Erstlich steck ich sie in ein ander/das all seyten eck vnd winckel an einander an rüren/vnd nichts lers von feldt darzwischen bleybt.

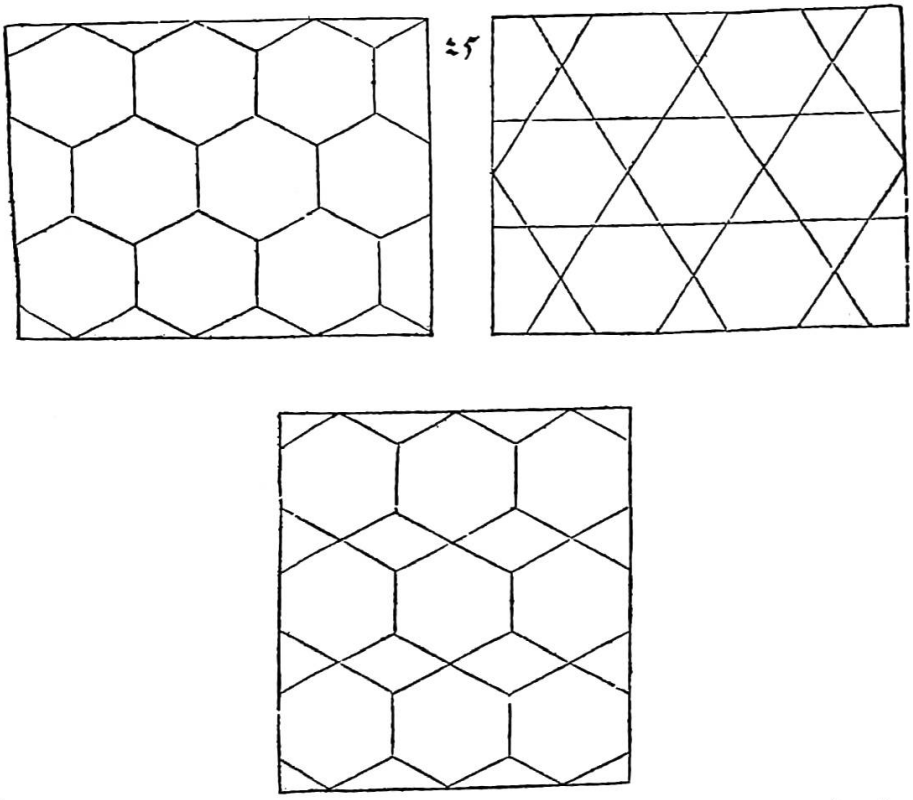
F ij

[fig. 24a]

TILE PATTERNS FORMED BY HEXAGONS

I will now show three ways of combining hexagons. First, I dovetail them, so that all sides, corners, and angles touch each other and no empty areas remain.

Zům andern stell jch sie an einander das sie allein mit jren ecken an einander anrüren / so bleyben dry angel zwischen den sechs ecken.
Zum drytten stell jch sie an einander / also das ein ytliche die anderen mit zweyen seyten vnnd zweyen ecken an rür wie jch das nachfolget hab aufgerissen.



DJe sibeneck will jch zweyerley weyß zůsamen setzen. Erstlich / dz sie mit jren ecken an ein ander anrüren / so bleyben dryangel / vñ vierecket stern darzwischen / in dise steren / mache man firung die die eck rüren / oder zeücht ein Endres creütz van einem eck zům anderen.
Zům anderen / setz jch seyten / vnd zwey eck aufeinander aufrecht / vnd so jch sölich zeylen / neben einander setz / so laß jch die eck / neben an der seyten an einander an rüren / so beleyben flerung / vnd der forigē steren zwischen den siben ecken / wie jch das hernach hab gerissen.
Jtem so man die siben eck mit den seyten nach einander an einander setzt / alß das aussen zwey / vnnd innen ein eck für schiessen / so gend sie in eim cirkel herumm / schliessen aber nit / des gleychen thůnd auch die fünfeck.

Second, I arrange them in a way that only their corners touch, and then triangles are formed between them.

Third, I place them next to one another so that each touches the adjacent ones with two sides and two corners, as shown in the diagram below.

fig. 25

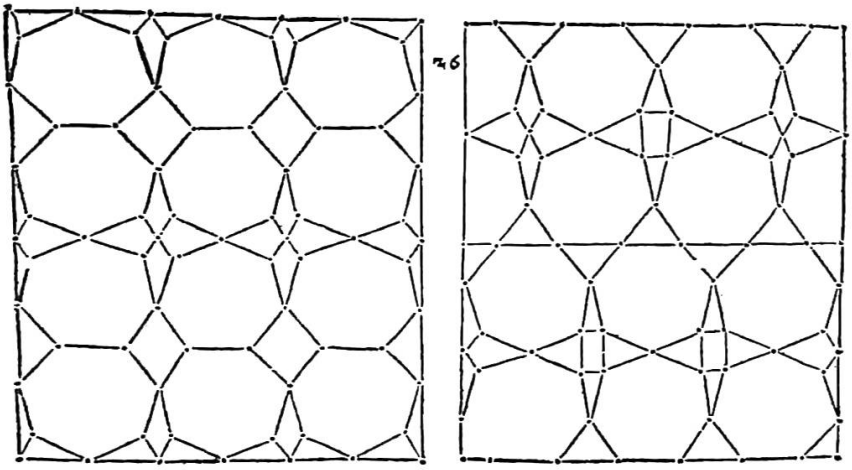
TILE PATTERNS FORMED BY HEPTAGONS

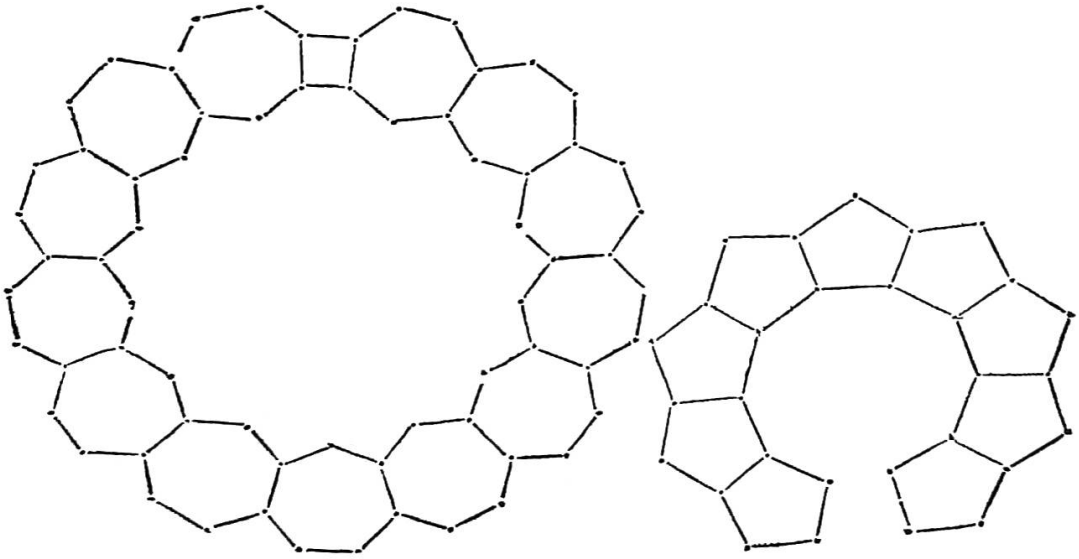
I will combine heptagons in two ways. First, so that they touch at their corners. In that case, triangular and four-cornered stars are formed by the spaces between them. They can be converted into quadrangles which touch the corners or else connect the corners by Saint Andrew's crosses.

Second, I place them side by side and on top of each other so that their corners touch. In that case the remaining spaces will form quadrangles and stars as in the preceding construction, as shown in the diagram.

If you place heptagons next to each other, side by side, so that two corners are enclosed on the outside and one corner on the inside, the aggregate will form a circle. However, that will not happen in the case of pentagons.

The second method cannot, however, be accomplished with regular heptagons. It is evident that Dürer did not attempt to calculate the sum of the angles in the wreath of heptagons or pentagons or he would have found that he erred and that fourteen regular heptagons or ten regular pentagons will form a complete circle. Staigmüller 1891, p. 27.





FVrter will jch ein acht eck dreyerley weyß an einander setzen. Erstlich/das sie mit jren ecken vñ zweyen seyten an einander an rüren/so bleyben dryangel darzwischen.

Zům anderen/setz jchs an einander/das sie mit vier seyten aneinander anrüren/vnnd gleych an einer creütz lini neben vnd auf einander stend/so kumen fierung darzwischen/die stend vber ort.

Zům drytten/setz jchs also an einander/das sie mit vier seyten an einander vber ort anrürē/so bleiben gerad aufrecht creütz weyß fierung darzwischē. Soliche mein meynung hab jch hernach aufgerissen. Soliche ding mag man brauchet zů stuben tillen vñ estrichen/man mag auch van den egemeltē figuren allerley sort zůsamē oder geschicklich durch einand̄ setzen/vñ was felder darzwischen vber bleybent

fig. 26

TILE PATTERNS FORMED BY OCTAGONS

Further, I shall combine octagons in three different ways. First, so that their corners and two sides touch each other. In that case, the areas left between them form triangles.

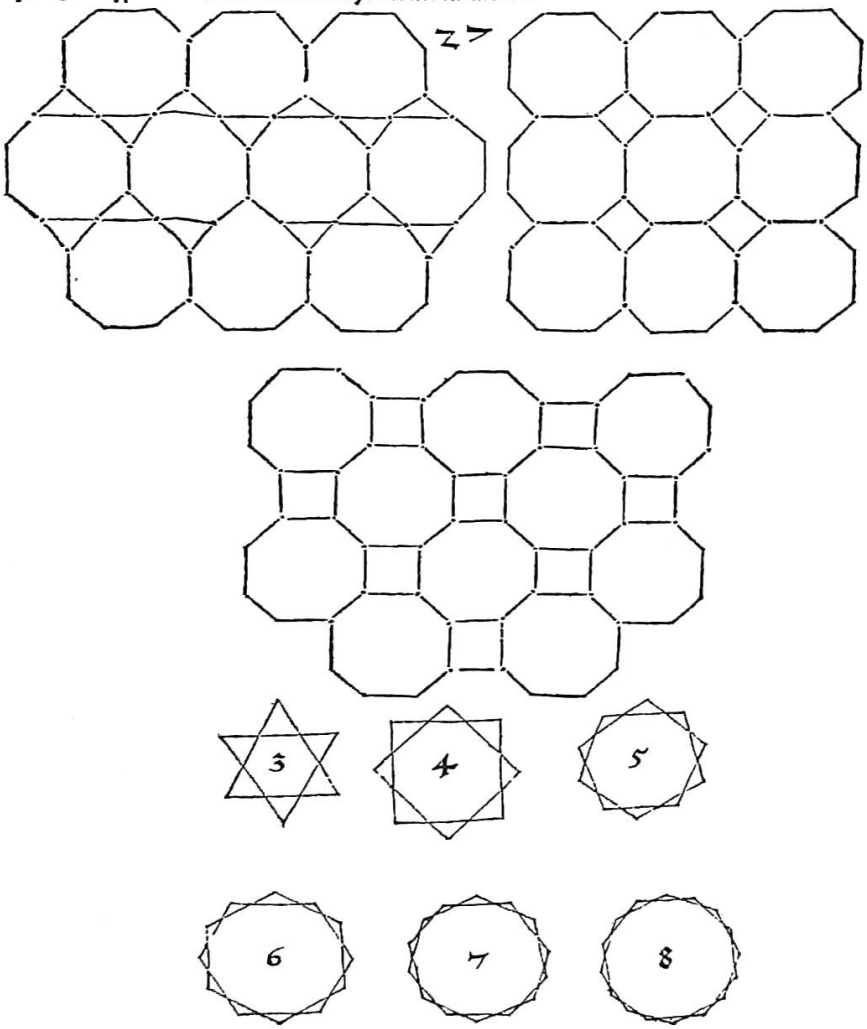
Second, I shall place them so that four of their sides touch each other and so that they are placed horizontally and vertically in the shape of a cross. The areas between the octagons will form quadrangles which stand on their ends.

Third, I place them in a way that four of their sides touch, but at an angle. In that case, the remaining areas will form upright quadrangles in a cruciform pattern. I have drawn these methods below.

These patterns can be used for wooden or stone floors. They can also be combined in various ways or else alternated cleverly. The remaining areas can be filled with many kinds of other things, or they can be subdivided.

Not all these tile patterns can possibly be accomplished with regular octagons. Staigmüller 1891, p. 27.

das man etwas geschicktes dareyn teyl vnd mach.
Man mag auch ander vngeregulirte figuren zůsamen setzen/die da vngleych seyten haben/doch mit güter ordnung darauß begibt sich vil schöns dings.
Es schickt sich zů zeyten/das man die forgemachtenn figuren/als den dryangel/den quadraten ꝛc. in einander verruckt/vnd durch einander lest stechen/wie jch das in den folgeten sechs fiiguren an zů zeygen aufgeryssen hab.
Man mag auch ein figur vmb oder in die ander setzen/das geschicht am geschicktestē/so ein gerades zů einem geraden/vnd ein vngerads zů einem vngeraden kumpt
Item der figuren die am wenigisten eck haben/der kan man am meisten in eim cirkelryß durch einander stechen lassen/dann die vilecketen yrren an einander.



You can also combine irregular polygons of unequal sides. If they are placed in proper order many beautiful patterns can evolve. At times it is proper to overlap the aforementioned figures, i.e., the triangles, quadrants, etc., as I have shown in the six figures below.

One can also place one figure around another or inside the other. This is done more easily by combining even with uneven configurations.

Those figures with the fewest corners are most suitable for superimposing on a circle because those with many corners are easily confused.

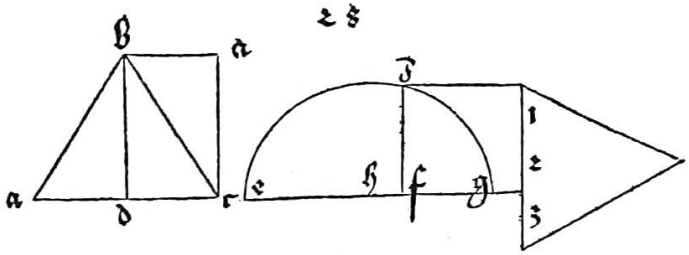
fig. 27

Item man mag gar manicherley figur/vñ an zal zihen von vngleychen seyten/die mit jren ecken in keiner zirkellini an rüren/darauß man vil hübsch dings machen kan.

Man mag auch auf einem Plano manicherley figuren zůsamen setzen/als dryangel/quadrat.5.6.7.oder acht eck/darauß man vill wunderlichs dings mag machenn von tillen vñ estrichen/wie vor gemelt. Auch mag man vngeregulirt figuren/vnnd geregulirt zůsamen setzen/darauß auch hübsch ding vnd selzans zůmachen ist/da kummen die selzamen zůg vnd geng her. Solt ich das nůn alles hy anzeygen/so wurd das büchlein vil zůlang/darumb denck jm ein ytlicher selbs nach.

Nůn ist von nöten ein wenig zůwissen/wie man die figuren gegen einander gleych an der inhaltung můg machenn/also das man ein dryangel mach/vnnd darauß ein quadrat/das so vill inhalt als der dryangel des gleychen mit anderen geregulirten corporen.

Mach solichs also/stell ein dryangel.a.b.c.vnd teyl.a.c.mit einem puncten.d.in der mit von einander vnd reyß ein lini.b.d.so wirt der dryangel gleych in der mit von einander gespalten/so dann das halbteyl.a.b.c.d.verkert herüber auf das ander halbteyl.b.c.mit den seyten.a. b.gelegt wirdet/so wirdt darauß ein vberlegte firung/mit gleychenn winckelen.a.b.c.d.die helt so vill innen als der dryangel.a.b.c. Darnach mach die vberlegt firung zů einer rechten firung/die so vill innen halt/als der dryangel/wie du aber das gerecht solt machenn/das merck hernach/nym zwo seyten/ein lange vnnd ein kurtze/von der vberlengten firung.a.b.c.d.vnd stoß sie nach der zwerch an einander/vnd bezeychen jr drey puncte e.f.g.darnach setz mitten auf die lini ein puncten.h. nym ein zirkel setz jn mit dem ein fueß in das.h.vñ mit dem anderen reyß auß dem.e.rund herumb in das.g. Darnach zeüch auß dem puncten.f.ein gerade aufrechte lini/biß an die zirkellini/wo sie die an rürt/da setz ein.i.so du dañ vier lini ein ytliche so lang.i.f.ist zů gleychenn wincklen zůsamen setzt/so wirt ein rechte firung darauß/die so vil innen helt als die lang firung. a.c.d.b.vnnd helt auch eben so vill innen als der dryangel.a.b.c.Man mag auch ein dryangel/vnd ein quadrat von der behendickeit wegen also gegen einander vergleychen/mach ein quadrat/vnd teyl der seyten eine in zwen teyl/vñ mach darnach ein seyten des dryangels eins dryteyls lenger deñ deß quadratz/vnd schleüß dann ein dryangel/wie diß alles hernach ist aufgerissen.



Item so du nach einer ablangen fierung ein kleine oder grosse wild machen/das sie gleyche gestalt gegen einander habē/das fynd also. Reyß ein ablange fierung oben.a.b.vnden.c.d. vnd reyß ein ortstrich vom.c.in das.b. vnd fuer den so weyt hinauß als du sein bedarfst/vnd die lini.c.d. fuer bey dem.d. auch weyder hinauß/so du dañ die fierung kleiner wilt habenn/so setz auf der zwerch lini.c.d.ein puncten.e.den ruck hindersich vom.d.so weyt du wilt/vnd zeüch auß dem.e.ein aufrecht lini biß an den Diameter/do setz ein.f.von dann far vber zwerch mit einer bar lini an die seyten der fierung.a.c.da setz ein.g.so hat die fierung.g.f.c.e.oben ein mas wie die fierung.a.b.c.d.wil du nůn die fierung grösser machen/dann die fierung.a.b.c.d.ist/so thů das zů gleycher weyß ausserhalb der erst gesetzten fierung/wie du forjnnen gethan hast/wie jch das vnden hab aufgerissen.

F iiij

RANGE OF APPLICATIONS

It is possible to construct various ornaments from figures with irregular sides whose corners will not touch the circumference of a circle if they are placed within it. Many handsome things can be made therefrom.

One can also combine various figures on a surface, such as triangles, quadrangles, and figures with five, six, or seven sides. They can be used with astonishing effect on walls and floors, as mentioned before. One can also combine irregular and regular figures, and handsome or rarely seen things can be made from them, for example, unusual hallways and corridors. If I were to show all these possibilities, this book would become much too long. Therefore let everyone think these things out by himself.

TRANSFORMATION OF FIGURES OF EQUAL AREA

Now it is necessary to know a little about the adjustment of figures, so that they will be of equal area. For example, one must know how to draw a triangle and then convert it into a square of equal surface area, and likewise with other configurations.

It is done as follows: Draw a triangle *abc* and divide *ac* in equal halves by point *d*. Now draw a line *bd* which will divide the triangle into two halves down the middle. If you then place the one half *abd* in mirror image, on the other half *bdc* at the line *bc*, you will have formed a quadrangle *acdb* with equal angles and the same surface area as the triangle *abc*.

Then convert this rectangle to a square with the same surface areas as the triangle. To do this correctly, proceed as follows: Take one short side and one long side of the rectangle *abcd* and place them end to end horizontally. Mark this line with three points *efg*, determine its midpoint, and mark it *h*. Place one leg of a compass on *h* and with the other draw a semicircle from *e* to *g*. Now erect a vertical line from *f* to the periphery of the semicircle. Where it touches it mark point *i*. If you then add the other lines of the same length as *if* at right angles, they will form a square of the same surface area as the rectangle *abcd* and the triangle *abc*.

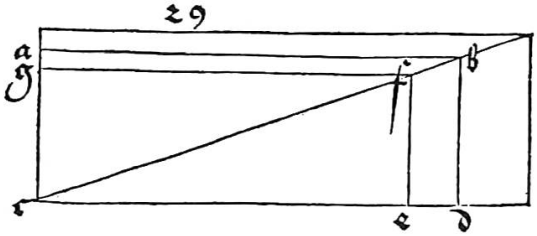
One can also arrive at this result by a handier method. To do this, draw a square and divide one of its sides into two halves. Then extend one of these sides by half of its length and let this line be the base of the triangle to be constructed, as shown in the figure below.

fig. 28

CONSTRUCTION OF QUADRANGLES OF PROPORTIONAL SHAPE

If you wish to construct quadrangles, whether large or small, but of proportional shape, proceed as follows: Draw a rectangle with a top line *ab* and a bottom line *cd*. Then draw a diagonal from *c* to *b* and extend it beyond *b*, as required. Extend line *cd* at *d*, also as required. If you want to reduce the size of the rectangle, place a point *e* behind point *d*, on the horizontal line *ad*. Then erect a vertical line on point *e* to the diagonal. Where they meet mark point *f*. From there draw a line parallel to the base to side *ac* of the rectangle, and mark that point *g*. The quadrangle *ghce* will then be of proportional shape to the quadrangle *abcd*. If you desire to construct a quadrangle larger than *abcd*, proceed in the same manner, but outside the first quadrangle, as shown in the following diagram.

Dürer's first method of converting a triangle into a square of equal area is mathematically correct, but the second is an approximate method taken over from the Geometria Deutsch. *Staigmüller (1891, p. 28) calculated that if* a *represents one side of the equilateral triangle, then one side of the corresponding square would be 0.658037, whereas Dürer's approximate method will result in* a = *0.0666667.*



SOdu die ob an gezeygte fierungen/die alweg bey jren gestalten bleyben sölen/machen wild/das sie gegen einander noch als vill zweymal oder dreymal so vill inhaltenn als for/dem thü also/wie dann zům teyl for auch gemelt ist/mach ein vberlengte fierung.a.b.c.d.die stell nach der leng vber zwerch/darnach mach noch zwo solich der ersten gemeß/daran setz auf ytliche seytē eine vnd bezeychen die vier eck diser langenn firung/oben.e.f.vnd vnden.e.f.darnach teyll die ober lini.e.f. mit einem puncten.g. in der mit von einander/vnnd setz ein cirkel mit dem ein fueß in den puncten.g. vnd mit dem anderen reyß auß den puncten.e.ein runden ryß vbersich herumb in den puncten.f.Darnach zeůch die lini.c.b.vbersich/vnd wo sie durchschneydt den cirkelryß/do setz ein puncten.h.dise lini. b.h.ist die leng zů der firung/die zweymal so vill innen sol halten/als die fierung.a.b.c.d.Aber zů diser leng die recht breyten zůfindenn/das sie in der gestalt der ersten fierung gleych sey/dem thů wie for gemelt. Reyß ein ortstrich in der ersten fierung auß dem eck.d.in das eck.b. vnnd darnach fürter hinauß so lang du des bedarfst.Darnach nym die leng. b. h. vnd leg sie mit dem ein ort in das eck.d. auf der vnderē zwerchlini.e.f.vñ so vill sie fürtrift die leng.d.c.do hin setz ein puncte.i.Darnach far mit einer aufrechten barlini auß dem puncten.i/vbersich an den ortstrich der durch das eck.b.streycht/vnnd wo sie die durch schneydt/do setz ein.k.Darnach far mit einer barlini auß dem eck. k. oben vber zwerch gegen der aufrechten lini die vbersich gezogen wirdet/auß.d.a.vnd wo die zwo lini ein eck schliessenn/do setz ein.l.so helt die fierung/l.k.i.d.zwey mal so vill innen/als die fierung. a.b.c.d. vnnd haben ein vergleychte gestalt gegen einander/will du sie darnach dryfaltē/so setz noch ein gemesse leng/an die forigē drey langen fierungē/also dz die vier eck diser leng seyen.e.m. e.m.Darnach setz ein cirkel mit dem ein fueß auf die öber lini.e.m.in den puncten.b.vnd mit dem anderen fueß reyß auß dem puncten.e.ein cirkelryß obē herumb in den puncte.m.Darnach reyß ein aufrechte lini von.f.f.vbersich biß an die cirkel lini/da setz ein.n.dise lini.f.n. ist die leng der dryfalten fierung. Darnach nym die leng.f.n.vnd leg sie mit dem einen ort in das eck.d.auf der lini.e.f.vnnd so weyt sie für die lini.i.drit/do setz ein.o.Darnach far mit einer aufrechtē lini auß dem.o. vbersich an die vorgemeltē ort lini/vñ wo sie an einander durch schneydeun/do setz ein. p. Darnach far mit einer bar lini auß dem puncten. p. vberzwerch an die aufrecht lini die von.d. l. vbersich gezogenn wirdt/vnd wo sie an einander durch schneyden/do setz.q.also helt die fierung.q.p.o.d.drey mal so vill innen/als die erst fierung.a.b.c.d.vñ hat ein gleiche proportzen gegenn der ersten/auß vrsach des ortstrichs/also sind disse ding/wie ob gemelt/so oft man wil grösser oder kleiner zůmachen/auß dissem sind vill hübscher vñ nützer ding zůfinden.Diß obgemelt ist nach folget aufgerissen.

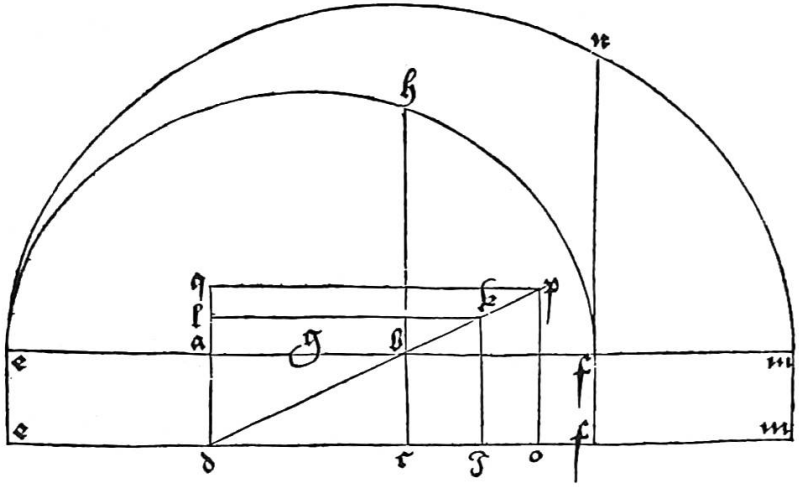
fig. 29

PROPORTIONAL INCREASE OF SURFACE AREAS

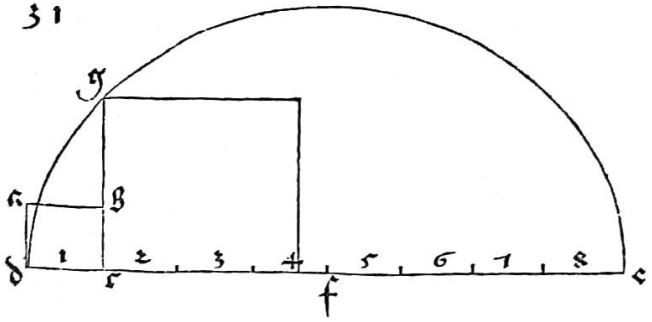
Now that you have seen how to construct figures proportional to each other in shape, you may also want to construct figures proportional to one another but with twice or three times the original surface area. You will proceed partly as before. Draw an elongated rectangle *abcd* and place its long side on a horizontal plane. Then draw two more rectangles of that size and place these on each side of the original one. Mark the four corners of this long rectangle *ef* on top and *ef* on bottom. Then divide the upper line in the middle by a point *g*. Now place one leg of a compass on point *g* and draw a semicircle with the other leg from *e* to *f*. Then erect the line *cb* and extend it to meet the semicircle. Mark that point *h*. The line *bh* represents one side of a quadrangle which will have twice the surface area of the rectangle *abcd*. But to find its proper length so that the configurations will be proportional in shape, you must proceed as follows. Draw a diagonal from point *d* in the first rectangle to point *b* and extend it further as far as required. Then take the length *bh* and place its one end on point *d* of the line *ef*. It will exceed the line *dc* in length; mark *i* at the point where it ends. Then erect a straight line upward from point *i* to the extension of the diagonal line *db*. Where they meet, mark the point *k*. Then draw a horizontal parallel line from *k* to the extension of line *da*, and at the point where they meet, mark *l*. This will result in the rectangle *lkid*, which will have twice the surface area of the rectangle *abcd* and will be proportional also in shape. If then you desire to construct a rectangle of three times the surface area, add yet another rectangle to the three base rectangles of the above method. You will now have formed a long rectangle *emem*. Now place one leg of a compass on point *b* on the upper side *em* and draw a semicircle from *e* to *m*. Then erect a vertical line *ff* and extend it to the semicircle. Where *ff* meets the semicircle, mark point *n*. This line *fn* is the length of the triple quadrant. Now take this length *fn* and measure this distance from *d* on line *ef* beyond *i* to a new point *o*. Then erect a vertical line from *o* to the diagonal emanating from *d*. Where they meet, mark point *p*. Then draw a horizontal parallel line to the extension of line *dl*. Where they cross, mark point *q*. You will have formed a rectangle *qpod*, which will have three times the surface area of the first rectangle *abcd* and will have the same shape, as evident from the diagonal line.

Thus you can increase or decrease the size of figures, and put this system to use for constructing many handsome and useful things. What I have explained above is shown in the following diagram.

Dürer was seemingly unaware of the fact that the distance fh *would have given him the dimensions of the long side of the rectangle with three times the surface area without the necessity of constructing line* fn *because* $a^2 + b^2 = c^2$. *Staigmüller 1891, p. 28.*



Vnd das man ye die forgemelten ding wol merck van jres nutz wegen/ so wil jch noch ein rechte fierūg durch die forig weyß siben mal grössern. Jch thů jm also/jch nym für mich ein reche anglige fierung. a.b.c.d. van gleychen seyten vnnd winckellen/vnd setz der selben seyten leng acht an einand/diser gantzen leng anfang sey.d.vñ endt.e. Darnach teylle jch.d.e.mit einem puncte. f.in der mitt von einander/vnnd nym ein cirkel setz jn mit dem ein fueß in den puncten.f. vnd reyß mit dem anderen fueß.d.e.oben herumb zůsamen. Darnach mach jch in der ersten leng die kleyn fierung. a.b.c.d.vnd dann far jch mit der lini.c.b.gerad vbersich an die cirkellini/da setz jch ein.g. So jch dann auß diser leng mit anderen solicher drey linien ein rechte firung schleůst/so helt sie sibenmal so vil innen als die erst fierung.a.b.c.d.wie jch das hab hernach gerissen.



Will dir ein rechtz quadrat auß einem vngleychseytigen dryangel machen/die gleych vill gegen einander inhalten/so thů jm also /der für geben dryangel sey.a.b.c.vnnd.a.c.sey vberzwerch die lengst seytē /vñ der winckel.b.sey vbersich gericht. Nůn zeůch auß dem winckel b.ein aufrecht lini herab auf die zwerch lini.a.c.do hin setz ein.d.Darnach teyl.b.d.mit einem.e.in der mitt von einander.Darnach.a.b.mit einem.f.vnd.c.b.mit einem puncten.g.auch in der

[fig. 30]

CONSTRUCTION OF A SQUARE SEVEN TIMES THE SIZE OF THE ORIGINAL ONE

So that you will remember the preceding method well, and because of its utility, I will now construct by the same method a square which will be seven times the size of the original one. To do that, I begin with a square *abcd* and extend its base line to a length eight times its side. The entire line shall be from point *a* to point *e*. I divide this line in two halves at *f* and place one leg of a compass on this point. Then I draw a semicircle with the other leg from *d* to *e*. Now I extend side *cb* of the original square upward to the semicircle. Where it meets the periphery, I mark point *g*. If I then form the other two sides of equal length, I will have formed a new square with seven times the surface area of the original square *abcd,* as shown in the diagram below.

fig. 31

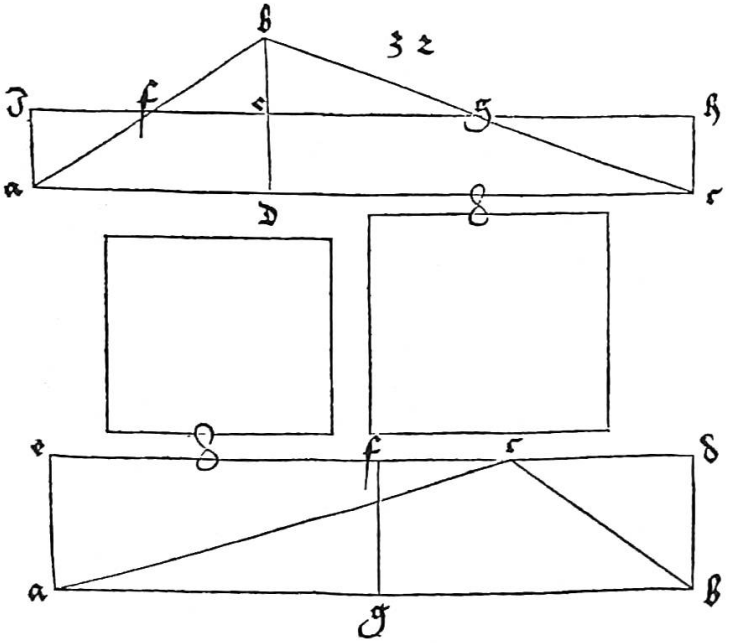
CONSTRUCTION OF A SQUARE HAVING A SURFACE AREA EQUAL TO THAT OF A TRIANGLE WITH UNEQUAL SIDES

If you wish to construct a square of the same surface area as a triangle with unequal sides, proceed as follows. Let *ac* be the longest side in horizontal position of a given triangle *abc.* Opposite this line will be the angle *b*. Now drop a vertical line from this angle *b* to the horizontal line *ac* and mark where they meet as point *d*. Divide line *bd* in half at point *e, ab* at point *f,* and line *cb* at point *g*.

Cf. Appendix, p. 456

mitt von einander/vnd zeüch durch.f.e.g.ein gerade lini/so lang.a.c.ist. Darnach zeüch auß.a.c.zwo aufrecht linien obersich/vnd wo sie die ober zwerch lini anrüren/do setz ob dem.a.ein.i.vnd ob dem.c. ein.h.so helt dise lange fierung.i.h.c.a.so vil innen als die dryangel.a.b.c.so du aber dise lange fierüg zů einer rechten wilt machen/so thů das durch den cirkelryß/wie foren gemelt ist.

Ein wenig ein andre meinung/das ober zůmachen also/mach ein vngleychen dryangel.a.b.c.vnnd schleüß jn in ein ablange fierüg.a.b.d.e.also dz des dryangels lengeste seyten.a.b.auch ein lange seytē sey an der vmb zognen fierung/vnd das die seyten der fierung.e.d.oben den weiten winckel.c.des dryangels annür/also wirdt der dryangel.a.b.c.in der fierung.a.b.d.e.gantz beschlossen/vnd helt eben den halbteyl der fierung innen. Nůn schneyd dise fierung.a.b.d.e.mit einer aufrechten lini.f.g.in zwey gleyche teyl/so helt die fierung.a.g.f.e.eben so vill innen/als der dryangel.a.b.c.Darnach mach durch die forigen anzeygung auß diser fierung ein rechte/dise meynung hab jch hernach aufgerissen.



MEck hie wie man ein fierung sol machenn die als vil innen halt als ein sechs eck/thů jm also/mach ein recht sechs eck.a.b.c.d.e.f.in ein zirkellini. Darnach zeüch drey ortstrich.a.d.b.e.vnd c.f.disse drey linien schliesen ein Centrum.g.vnnd machen sechs rechter dryangel. Darnach zeüch ein gestrackte zwerch lini/vnnd setz darauf auß den sechs eck drey dryangel/die mit jren ecken an einander an rüren/vnnd vberzeüch oben jre spitz mit einer geraden lini/so werden fünf rechter dryan-

Then draw a straight line through points *feg* and extend it to the same length as *ac*. Erect vertical lines on *a* and *c* and mark the points where they meet the upper line: point *i* will be above *a* and point *h* will be above *c*. This long rectangle *ihca* will have the same surface area as the triangle *abc*. If, however, you want to convert this rectangle into a square, then use a compass, as explained above.

The following is a slightly different method for accomplishing the same. Enclose the triangle with unequal sides *abc* in a rectangle *abcd*, so that the longest side of the triangle is at the same time the bottom side of the rectangle, and the wide angle *c* of the triangle touches the upper side of the rectangle. In this manner the triangle *abc* is completely enclosed by the rectangle *abcd* and its surface area is half of that of the rectangle. Now divide the rectangle *abcd* in half with a vertical line *fg*. The quadrangle *agfc* will therefore have the same surface area as the triangle *abc*. Then convert this rectangle into a square by the method explained before. I have drawn these constructions below.

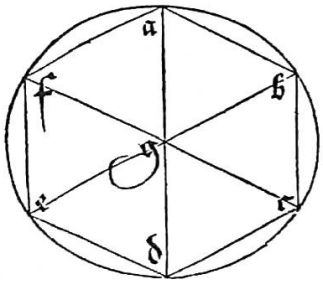
fig. 32

CONSTRUCTION OF A QUADRANGLE OF THE SAME SURFACE AS A HEXAGON

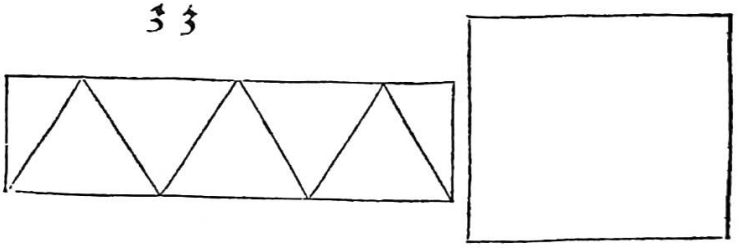
Now note how to construct a quadrangle of the same surface area as a hexagon. First draw a regular hexagon *abcdef* within a circle. Then draw three diagonals, *ad*, *be*, and *cf*. These three lines cross at center *g* and form six equilateral triangles. Then draw a straight horizontal line and place three of these triangles on it so that their corners touch. Now draw a straight line to connect their upper corners. You will have formed five triangles which dovetail.

The method shown in fig. 32 *was explained to Dürer in a letter, dated 1522, by Johann Tscherte (d. 1522). See Introduction, p. 19.*

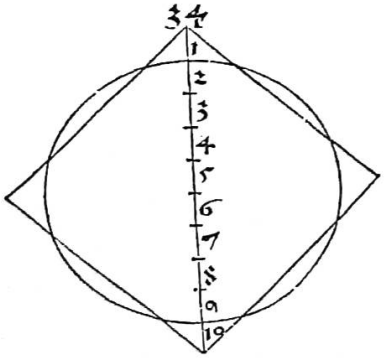
gel in einander. Darnach setz auf ytliche seyten ein halben dryangel/ auß disen sechs dryangelen wirdt ein ablange fierung von gleychē winckelen/ die eben so vil inhelt/ als das sechs eck. Darnach mach die ablang fierung zů einer rcheten/ wie du for bericht bist/ dise wirdt eben so vil inhalten als das sechs eck/ wie du das in der folgetenn figur sihest. Also magstu jm auch thůn mit allerley geregulirten figuren/ sie haben so vil eck als sie wöllen.



33



SOn nöten wer zůwisen quadratura circuli/ das ist/ die vergleychnus eines cirkels/ vnnd eines quadrates/ also das eins als vil inhielt als dz ander/ aber solliches ist noch nit von den gelerten demonstrit Mechanice/ aber das ist beyleyfig/ also das es im werck nit/ oder gar ein kleyns felt/ mag dise vergleychnůß also gemacht werden. Reyß ein fierung vñ teyl den ortstrich in zehen teyl/ vnd vnd reyß darnach ein cirkelriß des Diameter sol achtteyl haben/ wie die quadratur zechne hat/ wie ich das vnden hab aufgerissen.



SO man ein dryangel van vngleychen seyten macht/ vñ der doch ein rechten winckel hat/ was man dann für ein figur auß den selben seytē in sich selbs zeücht/ so helt alweg die lengst seyten oder die selb figur die man darauß macht so vil innen als die anderen zwo/ des sind zweyerley figur hernach aufgerissen. Erstlich der dryangel. a. b. c. in sich selbs in dryangel zogen/ die ander. d. e. f. in sich selbs zů quadraten zogen.

Then place half a triangle at each end and you will have formed an oblong rectangle with the same surface area as the hexagon. You can convert this rectangle to a square by the method explained before, and it will have the same surface area as the hexagon, as you can see in the following figure. You can do this with all regular polygons, no matter how many sides they have.

fig. 33

CONSTRUCTION OF A CIRCLE OF THE SAME SURFACE AREA AS A SQUARE

The *quadratura circuli,* which means squaring the circle so that both square and circle have the same surface area, has not yet been demonstrated by scholars. But it can be done approximately for minor applications or small areas in the following manner. Draw a square and divide its diagonal into ten parts and then draw a circle with a diameter of eight of these parts. I have drawn this below.

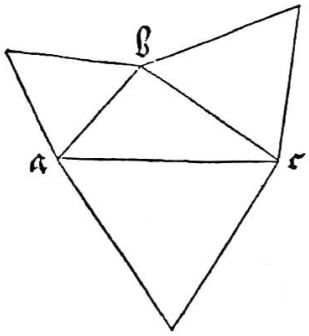
In this construction $\pi = 3\ 1/8$, but in the second method, given in the second edition of the Manual, the value of $\pi = 3\ 1/7$. Staigmüller 1891, p. 29. See Appendix fig. 000.

fig. 34

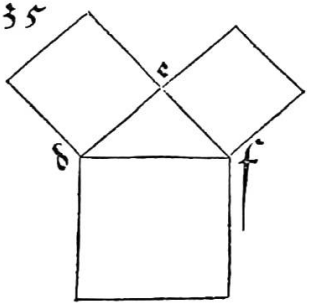
PYTHAGOREAN THEOREM

If a triangle with three unequal sides has a right angle, then the equilateral figure erected on its longest side will have the surface area of the sum of the surface areas of equilateral figures erected on its two other sides. I have drawn two types of figures to demonstrate this below. First, a triangle *abc* with triangles erected on its sides; second, a triangle *def* with squares erected on its sides.

Staigmüller 1891, p. 29.

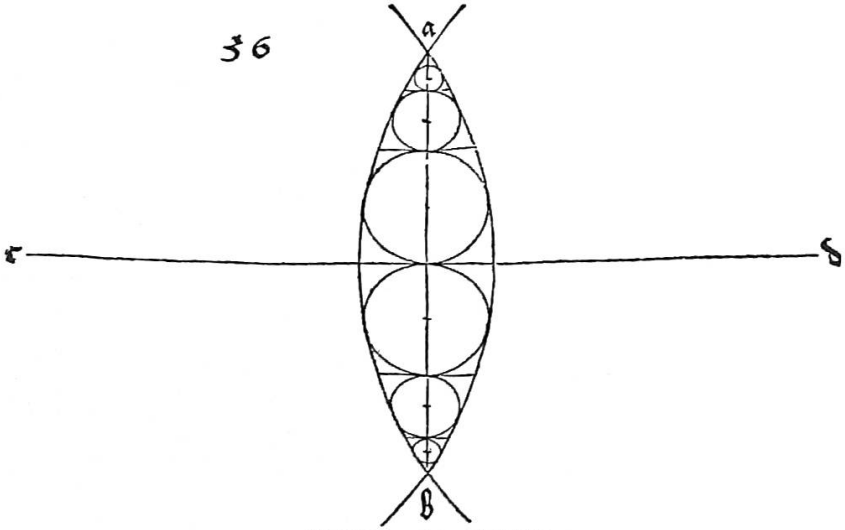


35



WEñ man zwo hole cirkellini gegen einander schleüst/also das dz feldt schmal vñ lang wirdt vñ so man das mit zwerch linien ordenlich teylen vnnd abschneyden will/ dem müß man also thün. Reyß ein aufrechte gerade lini obē.a. vndē. b. Darnach reyß ein zwerch lini zū gleychē wincklē mittē dardurch/vñ setz in der zwerch lini auf d' rechten seitē/so weit hindan als du wilt ein puncten.c.des gleychen setz auf die linck seyten in gleycher weyten ein puncten.d. vnd setz ein cirkel mit dem ein fuß in den puncten. c. vnnd den anderenn in den puncten. a. von dann reyß herab biß in den punctenn. b. Aso thů jm auch van der anderen seyten auß dem punctenn. d. so das gethan ist /als dañ reyß mit einem cirkel zwo cirkellini/die erst ob der zwerch lini/die ander darunder/also das sie bede ytliche an einem teyl die zwerch lini/auch ytliche auf beden seyten die zwo holen linien an rüren/Darnach zeüch zwo zwerch lini ob vnnd vnder den zweyen cirkellinien.Darnach reyß aber zwo ander kleiner cirkellini/die bede mit jrem teyl die zwo gezognen cirkellini/die öber vñ vnder an rüren /des gleychē ytliche auf beden seyten die zwo holen linien /vnnd reyß aber zwo zwerch linien darob vnnd darunder. Darnach far also fort hinauß so weyt du magst /diß wirdt ordenlich ab geteylt/wie jch dz hernach hab aufgerissen/auß disem wirdt vil dings gemacht.

36



Endt des anderen Buchs.

fig. 35

PROPORTIONAL DIVISION OF A LENS

In order to divide a figure formed by two arcs in the proper manner, proceed as follows: Draw a vertical line marked *a* on top and *b* on bottom. Then draw a horizontal line at right angles to it through its center and extend this line to the left as far as you desire and mark it *c*, and then to the right as far as you desire and mark it *d*. Place one leg of a compass on point *c* and with the other draw an arc from *a* to *b*. Do the same from point *d*. Then draw two circles, one above and one below the horizontal lines, so that their peripheries touch the horizontal line, as well as the two arcs. Now draw horizontal lines above and below these two circles. Then draw two smaller circles above and below these lines so that they touch the arcs on both sides. Again draw horizontal lines above and below these two smaller circles. Then continue in this manner, and you will have divided the figure in an orderly manner, as shown in the diagram below. Many things can be made from this.

fig. 36

This is obviously an artistic rather than a mathematical method. Staigmüller 1891, p. 29.

End of the second book.

Book 3

Das dryt bůchlein/von den Corperlichen dingen.

SO nůn hie foren ein wenig von den ebnen figuren anzeygt ist/will jch fürbas auch zům teyl/von den Corperlichen dingē handelen/die will jch erstlich auß den flachen figuren fürnemen also.

Jch nym zům ersten ein cirkelrund felt.b.c.d.e.das Centrum sey. a. vnd far eben mit vbersich so hoch ich will/so wirdt ein runde seůlen darauß.

Darnach nym jch ein dryanglich felt/des gleychen ein fierung/ein fünf eck/ein sechs eck/vnd far auch eben mit jn die höch/wie for gemellt mit dem runden felt/so hoch jch will/so werdenn darauß dryecket/vier/fünf/sechs ecket seůlen/vñ so jch die ecketten fierungen im grund zwifach verruckt durch einander stechen laß/wie foren angezeygt ist/vnd dañ mit vbersich far/so werdenn aber hůbsch seůlen darauß.

Jtem dise grůnd zů den seůlen magst du so von vil ecken machenn als du wilt/auch mag man sie gewunden machenn mit jren ecken/so vil sie vbersich streichen das man das gewind alweg so vil auf die seyten wende/oder halb so vil/wie jch das hernach ein wenig hab aufgerissen.

G

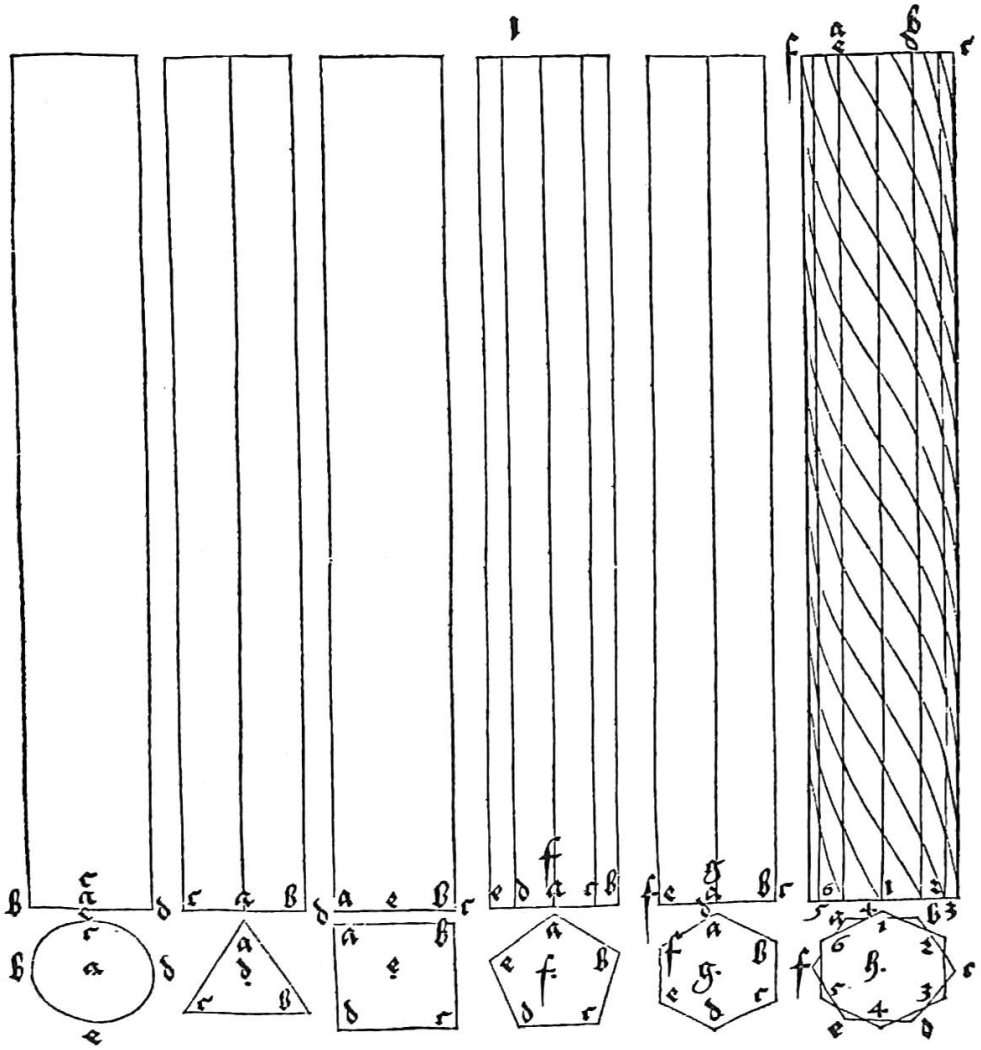
THE THIRD BOOK

Of Solids

Now that in the preceding pages I have explained a few matters pertaining to plane surfaces, I shall speak to some extent about solids which have their origin in plane surfaces.

To start, I shall take a circle *bcde* with a center *a* and project it upward as far as I wish. It will then become a round column.

Then I take a triangular plane, a square, a pentagon, and a hexagon, and project these to as great a height as I wish, as I did in the case of the circle. They will become columns with three, four, five, or six facets. If I then overlap the basic ground plans, as explained before, they will form very handsome columns in projection. You can design ground plans with as many edges as you wish, and then diminish the diameter or make them spiraling or fluted to a greater or lesser degree, as I show to some extent in the following diagrams.



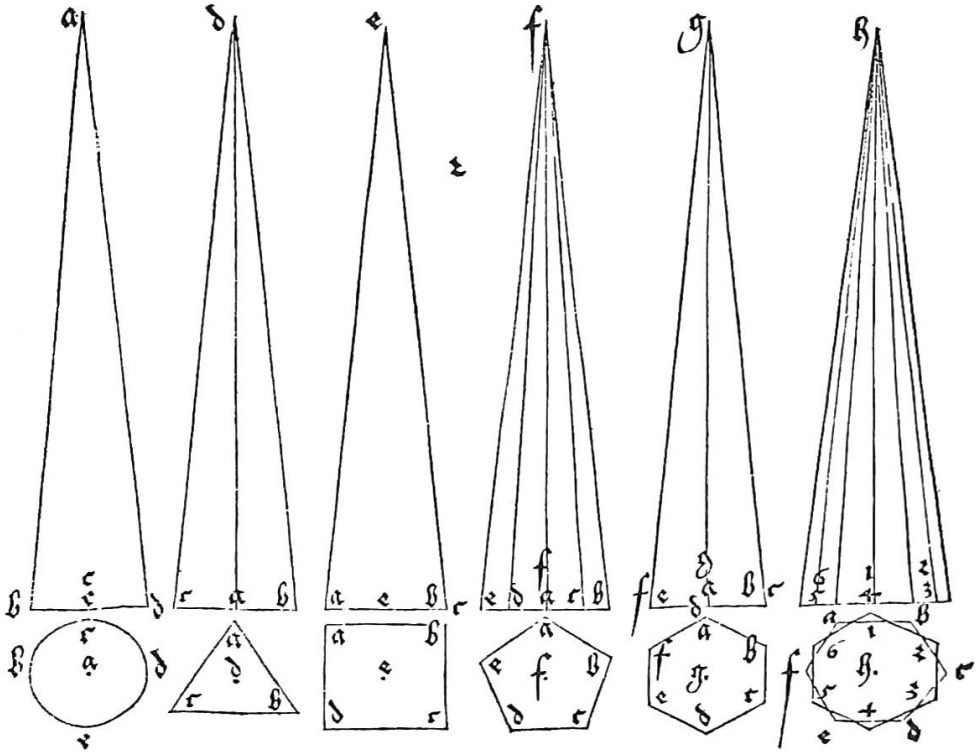
Ein ander meynung spitzig Cörper zůmachen.

ICh far aber auß allen forgemelten gründen vbersich/ so hoch ich wil in ein spitz/so werden kegel darauß/vnd dryecket/vier/fünf/oder sechs ecket/die mag man schlecht oder gewunden machen/ vnd daryn so vil eck brauchen als man will/zů gleych wie for mit den seülen angezeyt ist/solliche ding haben die alten Piramides genant/soliches hab ich hernach aufgerissen.

fig. 1

METHOD OF MAKING POINTED SOLIDS

I can also project pointed shapes from the preceding ground plans. They will then form cones with three, four, five, or six edges. They can be made simple or turned with as many sides as desired in the same manner as explained for the preceding columns. The ancients called these configurations pyramids. They are shown in the following diagram.



SO dise kegel zů rechter maß auf die for angezeygten seülen gesetzt werden/so zeygen sie ein corpus eines thurns an / doch sol man darnach die zirdt daran legen.

Es sind dreyerley kegel zů machen/der erst das sein spitz mitten ob den fues erhaben sey.

Der ander/dz sein spitz ob des fueß end ste/also gewint der kegel vnden im fueß an einem ort ein rechten winkel.

Der dryt wirt gemacht dz sein spitz oben vber den fueß hinauß hang/wie das vnden ist aufgerissen.

G ij

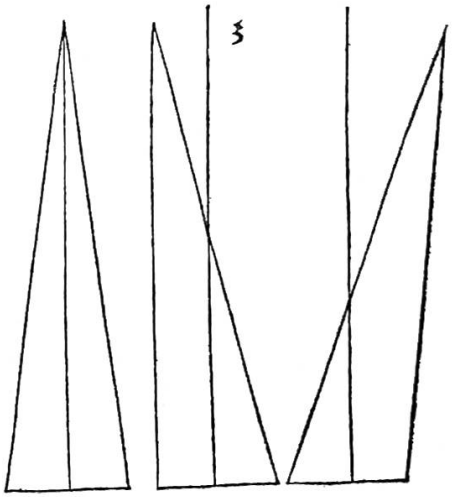


fig. 2

THREE TYPES OF CONES

If cones of the proper size are placed on top of the aforementioned columns, they will take on the shape of a tower which, however, should be decorated.

There are three types of cones. The first has its apex above the center of its base.

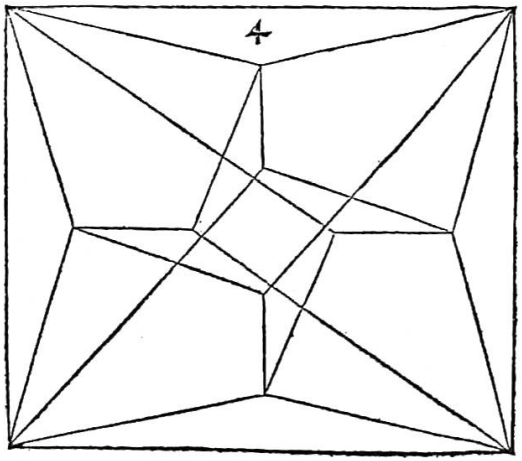
The second has its apex above the edge of its base. Therefore the cone will have one right angle at its bottom.

The third is made so that its apex projects beyond the edge of its base, as shown in the diagram.

fig. 3

SO jch foren mit den seülen hab angefangē/ will jch ein wenig weiter dar von schreyben. Gar manicherley weyß mügē die seülen gemacht werden/ vñ nach dem sie tragen sollen/ so vil müsen sie stercker sein. Etlich machenn den seülen füß vnnd haubter/ aber einteyls machen nur pfeyler die auß dem grund stechen/ vñ in der höch teylt man jre teyl auß zů den pögen der gewelb/ oder man lest den pfeiler für streychen/ vñ wesunder zird der bögen dorein laufen/ wie sich dañ das begibt dz etwan ein stab in ein holkeln/ vnd ein widerwerdigs durch das ander schleüft/ wer dem recht thůt/ sicht es frembd vñ wercklich/ wie das die kunstreychen bauleut wol wissen/ in soliche pfeiler mag auch manicherley verkerung der holkelenn stebe fasenn ecke vnnd winckel gebraucht werdenn. Aber dise ding müsen im grund ordenlich auf gerissen vnd darnach aufgezogen werden. Es mügen vier pfeyler gegen einander gesetzt werden einer größ/ vnd ein ytlicher sein sunder zyrd im grundt haben/ so die aufgezogen vñ auß der pfeyler teyl ein gewelb geschlossen wirdt/ sicht das gar wunderlich/ wer aber mer lieb zů gleychen dingen hat der gebrauch sich der seins gefallens. Nach dem aber vil sind die grosse lieb haben zů selzamen reychungen in den gwelben zůschliessen/ von wolstandes wegen/ so will jch vnden eine aufreissenn/ ob die ymant gefelt der mag sich ier gebrauchen. Auch will jch etlich grund zů den pfeileren machen vnd aufreysen.

Des gleychenn etliche vberschiessete gesims die man vnden zů den pfeyllern braucht/ hoch oder nider ob dem estrich. In dem hab ein yedlicher selb auf die rech maß acht/ dann soltenn alle ding nach der leng aufgeschrieben werden/ wurd diß büchlein gar zů lang. Vnd weliche grund mit einfachen ryssen zogeu sind/ die sollen doch vnden in jren anfengen in rechter maß beleybet vnd verleystet werden/ wie das die aufgerisnen gesims hernach anzeygen/ man mag auch die pfeyler von allerley ecken machen vnd zird dareyn bringen wie man will.



OF COLUMNS

Now that I have begun to speak of columns, I shall explain a little more about them. They can be made in many different ways and according to the load they are to carry, they must be made stronger. Some will construct columns with bases and capitals, but others will use simple pillars which are sunk into the ground. At the top these are then divided into arches of vaulted ceilings, or else the pillars end abruptly and support ornamented arches—for example, a fluted pillar surmounted by an arch decorated with the same fluting, but in reverse. If this is done properly, you will find it strange but workable. It is known well to artful builders. The fluting of such columns can be varied, reversed, or made with different angles and edges. But in each case the design must be based on an orderly ground plan and its projection. One might arrange four pillars of the same size, each having differing ornamentation in its ground plan. Once they are constructed and supporting a vaulted ceiling, the effect will be astonishing. But those who prefer similarity may follow their own predilection. However, because there are many who greatly favor unusual vaultings on account of the resulting sumptuousness, I shall draw an example below. If it does not please you, you need not use it. I shall also sketch various ground plans for pillars.

I shall also draw several designs for cornices used on pillars, high or low above the floor. In each case you must use the proper proportions. If I were to explain everything in detail, this book would become much too long. Those ground plans which are drawn with simple lines can nevertheless be enhanced in proper proportion with ornaments or edgings, as shown in the cross section. These pillars can be made with various edges and ornamentation as desired.

fig. 4

For preparatory sketches of the ground plan of vaulted ceilings, see Appendix, pp. 450–451. For the revised version in the 1538 edition, see p. 413.

So man aber von dem gantzen bauwerck oder seynen teylen reden will/acht jch es sey keynem berümbten baumeister oder werckman verborgē wie künstlich vnd meysterlich der alt Römer Vitruuius in seinen bücheren von der bsteendigkeyt/nutzbarkeyt/vnnd zierden der gebeū geschryben hab/der halb jme auch fur anderen zůfolgen/vnd sich seiner ler zůbrauchen ist.

So jch aber ytzo für nym ein seüleu oder zwo leren zůmachen/für die jungen gesellen/sich darynn zů vben/so bedenck jch der deütschen gemůt/dann gewonlich alle die etwas newes bauwen wöllen/wolten auch geren ein newe fatzon dar zů haben/die fur nye gesehen wer. Darumb will jch etwas anders machen/darauß nem ein ytlicher was jm gefall/vnd mach nach seinem willen. Jch will auch anzeygen/warauß die zierd des hobels/vnnd drewercks gemacht mügen werden/vnnd vrsach weysen/wo man sie grösser vnd kleiner brauchē soll/dise zirden treffen die geraden vñ runden oder krume ding an Erstlich mach ein seulen/die der dicken vnden ob dem fasen achthalbe an der höch hab/aber die fasen mach eins acht teyls dicker dann die seulen/vnnd ein acht teyl vonn der seulen dicke breyt/vnnd mach die seulen oben ein acht teyl dünner dann vnden/doch mach jr fasen vnd ring so weyt auß geladen/so dick die seulen vnden ob der vnderē fasen ist/vñ mach sie breyt so weyt sie auß geladen ist. So nůn die seulen gemacht vñ jr runder grund darunder/auß einē Centrum. a. gerissen ist/als dañ mach etwas zirlichs von gewindt darein/darzů brauch die fur geschryben schraufen lini des ersten büchleins. Erstlich einfach mit den gengen/oder zwifach gegen einander/aber an der seulen mügen der selben geng aufs wenigst acht neben einander gebraucht werden/die stell im nidergedruckten grund in der cirkelline neben einander/in gleycher weyten/die zeüch in der seulen vonn vnden vbersich/so sie aber zwifach gegen einander gend/so werden auß acht puncten sechtzehen linien gezogen. Soliche windund mag man durch die gantz seulen brauchen/oder vnden im drytteyl enden lassen. Dise gewind haben manicherley verkerung/ist jr auch villerley zůerfinden. Soliche geng mügen eng auf einander/oder in ein rösche leng gezogen werdenn. Man mag sie auch vndenn im anfang eng/vnnd je höher hinauf je mer in die leng strecken/durch die. 36. figur des dryangels. a. b. c. des ersten büchleins. Alle der gleychen ding magst du in baucheten als in den geraden seulen brauchen/sie seyen gleych/oder oben klein vnd vndē groß/allein das mans darnach einteyl. Nůn solt du dise forgemelte schraufenlini zů der seulen also brauchen/vnd im grundt anfahen/punctir den runden grund so in vil teyl du wild/vnd setz die zifer darzů/vñ reyß durch das Centrū. a. ein zwerch lini/vñ die zal der vor gemeltē puncte heb an zůzelen. 1. 2. 3. 4. bey der zwerch lini end/darauß must du das gewint in die aufzogen seulen bringen vnnd gleych ein teylen/dem thů also. Far mit gestracten linien auß allen puncten des nider gedruckten grundes vbersich biß an die seulen/vnden ob der fasen/vnnd setz die puncten mit jren zifferen an die seulen/wie sie im nidergedruckten grund stend/des gleychen teyl oben die seulen/da sie am kleinsten ist/in gleyche teyl/vnd zel wie vnden. Darnach zeüch mit geraden linien an der seuln/die oberen vnd vnderen zifferen zůsamen eins aufs ander. Darnach teyl die seulē nach der leng mit vierzehē zwerch linien in fünfzehen gleyche felt/vnd heb die zal vnden an vbersich zů zelen. 1. 2. 3. ꝛc. Also wirdt die gantz seulen vergitert/auß disem allein ist vil dings zů machenn/jch setz es aber darum daher dar durch das gewindt vmb die seulen zů machen sey. Nůn heb zů vnderst an der seulen/zům ersten an/bey dem ersten punctē der aufrechten lini. 1. vnnd far krumb an der seulen mit einer ortlini vbersich biß in das geschlossen eck der aufrechten lini. 2. vñ der zwerchen. 1. Darnach far hergegen auß dem puncten der aufrechten lini. 2. mit einer krumenn ortlini an der seuln vbersich/biß in das eck das da schleust die aufrecht vnnd die zwerch zů bedem teyl. 1. Also thů jm durch alle zal zwischen allen ablangen firmgen/durch die gantz seulen/od gebrauch dich des allein im gewindt auf ein seiten/vñ nit durch einander/od brauchs allein im vndersten drytteyl der seulen/vnd laß gerad linien im ober teyl hinauf lauffen/oder laß sie auch nit weyter für das vnder drytteyl der seulen gen/doch laß sie ein wenig für stechenn. Summa/dise ding magst du ein ytlichs sunderlich allein brauchen/oder eins teyls/oder alle mit einander/vñ man brauch die zwerch linien oder nicht/so mag man vil selzams dings auß disen dingen schneyden vñ hauwen/wer es vnder die handt nympt der wirdt es wol findē/zů diser seulen mach ein captel/verkert auf sechserley weyß/wie das durch hunderterley weg/alweg anders mag verkert werdē. Zů disem captel mach ein fierung so dick die seuln oben vnder jrem reyf ist/vnnd halb so hoch/darauf leg ein gefirte blaten/eins drytteils dick van deß captels höch. Dise blatē mach gantz gefirt/vñ so weyt dz sie mit jrē seytē die öberst auß geladē fasen an dē captel anrür/wie weit aber dz captel obē auß geladē wirdet folgt hernach dise blatten mag man zwifach durch einander stechen lassen/wie in der forderen figur anzaygt ist/davon wirdet die blattē acht ecket vñ acht winckligh. Itē welicher die seytē der gefirten blatten mit einem cirkel will auß nemen/der reyß zwo creütz lini durch die blatten/also das vier recht fierung darinnē wer

CONSTRUCTION OF COLUMNS

Speaking of entire buildings or of parts thereof, I believe that it is no secret to any famous architect or workman how skillfully and masterfully the ancient Roman Vitruvius has written about the durability, usefulness, and ornamentation of buildings. For these reasons his teachings should be followed in preference to those of others.

If I introduce here a way of making two or three kinds of columns for the practice of young workmen, I am taking into consideration the German taste, for it is a general practice for those who set out to build something new to introduce a new style or fashion that has not been seen before. I shall therefore show something different which can be elaborated upon by anyone according to his whim or wish. I shall also show things which can be made with a plane or a lathe as well as how to proceed so that the decorations will be compatible in size to straight, curved, or oblique sections.

At first I shall construct a column measuring in height eight and a half times its thickness above the plinth. But the plinth should be one-eighth wider than the column. At the top, the column should measure one-eighth less in diameter than on bottom. After this has been done and you have drawn the corresponding ground plan below it with a center point *a*, you can proceed to add ornamentation in the form of a spiral. To do this, use the method given in Book I. You should begin first with single or double spirals, but you can have as many as eight parallel spiraling lines ascending the column. In the ground plan draw these as concentric circles, spaced equally. In the profile you can show how they ascend. If only a single or two spiraling lines are involved, have sixteen lines emanate from eight points. These spiral decorations can be applied to the entire height of the column or to only the lower third. Many variations are possible for the application of spiral decorations. They are left to your imagination. But the threads should be placed close to one another or else drawn out to a crisp length. They can have narrow vales near the bottom and become spaced further apart higher up, based on *fig. 16* of Book I. All this applies to straight as well as to convex columns, whether they are equally thick on the bottom and top or not, as long as one takes these matters into consideration.

In order to use the spiral line, described before, for this column, you must begin with a ground plan. Establish as many points as you desire in this circular ground plan, mark each with a number, and draw a horizontal line through its center *a*. You should begin the numbering 1, 2, 3, 4, etc., at this horizontal line. These numbers shall serve to indicate the spiral pattern in the profile of the column so that it is patterned evenly. To do this, draw straight lines upward from each numbered point in the ground plan up to the upper edge of the plinth of the profile and mark there the corresponding numbers. Then divide the upper end of the column, in the same manner, where its diameter is the smallest, and number each point to correspond to the one on the bottom. Now connect the upper and lower numbers with straight lines. Then divide the length of the column with fourteen points into fifteen equal parts and number them 1, 2, 3, etc. beginning at the bottom. In this manner the entire column will be divided into a grid. Even from this pattern much can be derived, but my purpose here is only to use it for the construction of a spiraling ornament.

Now begin at the bottom of the column at point 1 of the vertical line and draw a diagonal line to the corner of vertical line 2 and horizontal line 1. Then draw a diagonal line in the opposite direction from point 2 of the vertical line to the corner of vertical line 1 and horizontal line 1. Proceed in like manner for all the numbers and quadrants of the entire column, or only one side of it, or only the first third, in which case use straight vertical lines for the rest. You can also do this only for the lower third of the column, in which case the vertical lines should extend a little higher. In sum, you can do these things separately or in combination, and you can use the horizontal lines or omit them in order to arrive at many astonishing patterns which can be cut or sculpted into the column. Once you put your hand to it, you will find many variations.

den/vnd da die linien durch einander gend /setz ein.a.auß disem zeüch die linien mit jren vier orten des Diameters oder ortstrichs weyt hinauß /an die selben vier ort setz.a.b.c.d.e. vnnd thü ein cirkel so weyt auf als ein seiten an der firung lang ist/vnd setz den ein fueß in die vier bustaben/vnd reyß mit dem an deren in die vier seyten der fierung/vnd wo die runden ryß herauß streychen/ da schneyd der alweg fo rnen zwen ab mit einem ortstrich/vor oder auserhalb der eck der fierüg. Auch mag man in die dicken d' blatten manicherley machen/von fasen/wellen/holkelen/vnd anderen linien /dardurch sie außgehau en /vnnd etwas dorein geschnyten wirdt. Aber wer soliche ding enderen will/der mag dem forigen al weg ein widerwerdigs machenn/das merck also. Zům ersten/stich die blatten also auß/ teyl sie nach jr dicke in zwey teyl/vnd das ober teyl/teyl auch in zwey teyl/das verker zweyerley/ Auß dem öbersten teyl mach ein blatte fasen/in das ander/mach ein holkelen/so weyt hindersich /so hoch jr teyl ist. Darnach mach vnden auß dem vberblibnen halbteyl/aber ein fasen die müß als weyt hindersich gerückt sein /so hoch sie ist /od' mach für die holkelen /ein firteyl von einer wellen /die alle bede/so du da vann/das vn der vbersich kerst/so wirdt es aber anderst. Ein anders/teyl die dicke d' blattē in zwey teyl/auß dem öber sten mach ein firteyl einer wellen/vñ auß dem vnderen ein fasen/ker das vnderst vberfich /so ist es aber anderst. Ein anders/teyl das oberst eck ab biß aufs halbteyl/mit einem firteyl einer wellen /vnd das vn derst teyl/nim gantz hol auß/so fert hindersich/so hoch dz ist. Ein anders/teyl die dickē in zwey teyl/auß dem öbersten mach ein fasen/auß den vndersten zweyen/mach ein holkelen/die so weyt hindersich dreē so hoch sie ist. Wende dz vmb /so ist es aber anderst /oder teyl die dicke in zwey teyl /in d' vnderst mach ein holkelen/die vnden jrer höch weyt hindersich trett/das ober teyl in zwey/das mitler bleybt ein fasen/ auß dem oberen mach hindersich ein absatz. Ein anders/teyl die dicke d' blattē in.6.teyl/auß dem öber sten mach ein fasen/darunder auß zweyen teylen mach holkelen/vnden so weyt hindersich /so hoch sie ist/vñ in die vnderstē zwey teyl/mach auch d' massen ein grössere holkelen/das vmkert ist aber geendert. Item man mag vnder einer fasen ein schlangen lini füren/du magst auch dz vmkerē/du magst auch oben ein kleins holkellein in der mitt ein gantz rösche wellen /vnnd vnden ein grosse holkellen machen/ doch dz neben der wellen oben vñ vnden zwey kleyne feslein bleyben /solicher endrung ist fast vil. Dise ding setz ich nit darumb/daher das man sie also müß machen /sunder dz etwas darauß genumen/vñ ein ytlicher vermant mag werdē/was weyters vñ fremdes zů finden /dañ in den teylen ist nit ein ding allein gůt/sunder vil ding sind gůt /wer sie weyß zůmachen /darumb müß man darnach suchen/wie dañ der hoch berumbt Vitruuius vñ ander gesucht haben/vñ gůt ding gefunden /aber darmit ist nit auf gehaben/das nit anders/das auch gůt sey gefunden můg werden/vnd sunderlich in den dingen/ die nit bewissen mügē werden/dz sie aufs best gemacht sind. Nun will ich das captel auf dz schlechtest beschreyben/vnd mich in vil dingē bloß der fierung gebrauchen an alle zierd/doch müsen darnach die zird darein gemacht werden/sunderlich so ein werck groß ist/mag man ein fasen holkellen stab vñ alle andre ding ytlichs sunderlich zierē/vñ etwas hübsch darauf setzen/oder darein schneyden/thů jm also/ teyl die höch des captels mit fünf punctē in.6. gleyche feld/auß dem öberstē teyl mach ein blatte fassen die lad herauß von des captels dicke ein sechs teyl. Darnach setz ein punctē vnder die fasen hinein ein halbteyl so weyt als die fas hoch ist. Auß disen puncten /far mit einer aufrechten lini herab durch drey felt/das laß ein grosse blatte fasen bleyben/aber auß den vnderen zweyen teylen/mach auß dem oberē ein holkellen so tief hindersich hinein/so hoch sie ist/also bleybt ob d' vnderen fasen ein kleiner vberschuß vber/also gewint diß captel ein kleinen hals. Zům anderē mach dz also/die öberst fasen/wie for gemele laß in aller maß beleyben /vnd als das captel nach d' höch in.6.felt teylt ist /so setz ein punctē mitten in dz firt felt/vñ reyß darauß durch dz captel ein zwerch lini /vñ der eng teyl d' vndē vber bleybt/ob den vn deren zweyē teylē/da mach ein feslein auß/so weit auß geladē so hoch es ist/die vnderē zwey teyl/das ein blatten hals bleybē/aber auß dem oberen teyl mach ein auspogē cirkeltrů/dz sich oben an die fasen lein also dz die faß halb so weyt vbertret/so weyt sie ist. Zům drittē/mach die fasen in d' außladung wie for. aber nun halb so dick/vnd mach nichtz weiter in dz captel/dañ allein far von d' seytē des captels mit ei ner holen cirkellini/biß obē in die außladung d' fasen/also dz es oben ein ausschweyf gewiñ. Darnach mach in den anderen dreyen captelen /die fasen all den negsten gleych/vnd als dz captel in sechs teyl/ wie for gemelt/nach der höch geteylt ist/so far vnder dem drytten teyl/mit einer zwerch lini durch dz ca ptel/vñ reyß ein cirkeltrum zwischen d' fasen/vnd der ytz gezognen lini/doch dz sie der dicke des captels nichtz nem in d' hölen /darauß findt sich d' vberlauf vñ scherpf/wie weyt die get auf der negst gezognē zwerch lini. Darnach zeuch auß d' mitt des vierte feldes ein zwerch lini durch dz captel/darauß mach ein kleine holkelē/dz jr tyeffe die dicke des captels nůr/so gibt die cirkellini/d' vndrē zwerch lini maß/wie weit sie vberlauffen sol.

CONSTRUCTION OF CAPITALS

Now I shall show how to construct a capital for these columns in six different ways, but it can be done in a hundred other ways. First draw a quadrangle that is equal in thickness to the diameter of the column below its echinus, and half as high. Above this, place a square slab measuring one-third the height of the capital. This slab should be a perfect square. How far it should extend on top in relation to the straight edge above it will be specified below. One can also make this slab in the shape of an eight-pointed star, as shown in the following diagram. If you wish to indicate the sides of the square slab by means of a compass, draw two lines crosswise in the square so that it will be divided into four squares.

Where these lines cross, mark point *a*. Then draw diagonals extending beyond the diameter of the column. Where they cross the periphery, mark points *a* [*sic*], *b, c, d, e*. Now place one leg of a compass on one of these letters, open it to the width of one side of the square, and draw a circle at each corner. Where these circles extend beyond the square, cut them off with a diagonal line which touches the corners of the square. The edge of the slabs can be made in various ways: straight, convex, concave or otherwise, with a sculpted decoration intaglio or in relief. But whoever wishes to change these things can always make something contrary to my instructions. Initially, lay out the slabs as follows: Divide them according to their thickness into two parts. Divide the upper part in two also. The upper portion of it should have a straight edge, the lower one a concave profile, recessed as far as it is thick. The lower part should again have a straight edge. It should also be recessed as far as it is thick. Or else you can use a concave edge, or a quarter-round profile, but you must alternate them.

Or you can divide the thickness of the slab in two and shape the upper half quarter-round and endow the lower half with a straight edge, or reverse this procedure. Or you can divide the slab into two parts, the upper one with a straight edge and the lower with a concave edge, recessed as far as it is high. You can reverse the arrangement or you can divide the thickness into two parts, the lower with a concave edge, recessed according to its height, and the upper into two portions, so that the middle edge will be straight, yet recessed to some extent. Or you can divide the thickness into six parts, the uppermost having a straight edge, the next two having concave edges, each recessed as far as it is thick, and the lowest two parts combining into one with a wide concave edge. You can also introduce a serpentine line below a straight edge, or vice versa. Or you can have a narrow concave edge followed by a convex one, and then again a wider concave one. But you should retain a narrow straight edge above and below these curvatures.

There are endless variations to this. I do not put these things down here for you to follow exactly, but so that you can select what you require and use it for a starting point to find other variations. Nothing is good only in its parts, but there are many good things which can be made by those who know. One has to seek them out, like the renowned Vitruvius; and others have also searched and found good things. But this does not mean that still others cannot yet be found—particularly those for which no proof exists that they have been made in the best possible way.

Now I shall describe the most simple capital, using only quadrangles without ornamentation. The ornamentation can be added subsequently, particularly if the structure is large. In that case, one can decorate it with concave or straight edges which may be sculpted. Proceed as follows. Divide the height of the capital with five points into six equal parts. The topmost part shall have a straight edge and shall project one-sixth of the thickness of the capital. Then mark a point below this straight edge, recessed by half the thickness of the topmost edge. Draw a straight line downward through three parts to

Darnach teyl dz vnderst sechs teyl mit zweyē pnncten in drey gleyche felt/das vnderst drytteyl schneid mit einer zwerch lini ab/darauß mach ein fasen so weyt auß geladen so hoch sie ist. Darnach reyß ein auß geladen cirkeldrum/zwischen dem ytzigen feslein/vnd mach dz die cirkellini mit jren enden an des captels seyten/oben vnd vnden/die dicke des captels anrür/vnd das die runden der wellen nit weytter auß geladen werd/dañ die negst scherpf von der holkelen darob herauß get. Item zům fünften/mach die oberst groß holkelen wie for/vnd teyl das vnderteyl des captels mit zweyen zwerch linien in dreyteyl auß den oberen zweyen teylen mach zwey holkelein/vñ das vnderst laß ein blate fasen bleyben. Zům sechsten/teyl zwischen der oberen fasen herab biß zům end des captels drey gleyche felt/auß den oberen zweyen teylen/mach ein grosse holkelen/vnd auß dem vnderen dritteyl mach ein kleine/doch das jr beder dieffe dem captel an der dicke nichtz nem/So nůn dise captel gemacht sind/als dañ mag man sie zíren manicherley weyß nach eins ytlichen wolgefallen/das will jch ein wenig anzeygenn. Nym die for beschribnenn blatten/erstlich die achtecket/vnnd leg sie dem ersten captel auf vnnd vnder einem yetlichenn eck mach ein gefirte drag/hinden weyter dann foren/vnd lad die von des captels dicke eins firteyls weyt herauß/vnnd mach die trag so dick als die blattenn ist. Item sodu ein captel zyren wilt/so laß jm an den selbenn enden an/der dicke befor. Auf das ander captel/leg die gefirt blatten/vnnd auß der fasenn des captels/mach auf zweyenn seytenn gegenn einander vber ein gewundne vberollte zedel/doch etwas zirlichs dareyn. Dem drytten captel/leg die außgenumen gefirt blatten auf vnnd lad die fierung zů der zyrdt herauß vnder den eckenn der blattenn eins firteyls weyt/von des captels dicken/vnnd machs eins firteyls van der blatten dicker dañ die blatten ist. Darnach mach mitten in die vier holen der blatten/so dick sie ist ein runde zyrd/vnd jr auß ladung laß die seyten der gefirden blatten rüren. Darnach so die firungenn zů der zyrd gehauen sind/als dann macht man etwas van schönen dingē darein/als van wercklichen lauberg/oder van thiers haubten/van fögelen/vnd allerley dingē/nach dem die gemůt sind der die solichs arbeytē/so nůn die captel fertig sind/setzt man sie auf die seulen/so gibt eins dem anderenn sein gestalt. Darnach mach das füßlein zů der seulen/wie hernach folget/vnd setzt es vnder die seulen.

Als dick die seulen vnden ob jr fasen ist/halb so hoch mach den fueß/vnd far mit zweyen aufrechten linien/van beden seytenn der fasen herab biß zů endt des fueß/darnach teyl mit zweyen zwerch linien/durch den fueß drey gleyche felt/in das vnderst drytteyl mach ein gefirt ding sam ein stein/den lad so weyt auß so hoch er ist. Aber auß geladen heyst/das ein ding für sein eygen corpus daran es haft herdan gerückt wirdt. Darnach teyl den mitleren drytteyl/mit zwerch linienn in drey gleyche felt/in dem oberen laß ein blatte fasen bleyben/aber in den vnderen zweyen felden/mach ein teyl von einer wellen/thů jm also/setz ein cirkel mit dem ein fueß auf die ober zwerch lini der vndersten fierůg in die aufrecht seitenlini des fueß/vñ den anderen setz vnden an die ober fasen lini/vnd reyß ein cirkeltrum von d' seytē des fueß herab/vnd hinauß gegen der fierung endt. Darnach teyl das öberst drytteil in drey teyl/auß dem vnderstē drytteyl mach ein fasen/die vbertret die vnder fas halb so weyt als hoch sie ist. Darnach reyß in den zweyen oberen teylen ein wellen/die vbertret die negst vnder fasen so weyt jr cirkel reycht/so jr punct in der fasen weiten gesetzt wirdt.

Nůn gehört dise seulen auf ein bosamēt zů stellen/das mach also. Erstlich mach ein ablange fierung eins firteyls lang von der gantzen seulen mit jrem captel vnd fueß/vnd machs so breyt als die vnderst fierung am fuß der seulen ist/dises bossament sol gefirt in grund gelegt werden. Darnach schneyd oben an diser ablangen fierung mit einer zwerch lini ab ein vierzehen teyl die lad anch obenn so weyt auß. Darnach teyl dise abschneydung mit einer zwerch lini in der mit von einander/auß dem oberen teyl mach ein fasen/vnd auß dem vnderen mach ein firteyl van einer wellen die im winckel steck/vnd obenn im vberschus der fasen in das halbteyl tref. Darnach schneyd vnden mit einer zwerchlini von disem bossament ein sibenteyl/vnd lad das zů vnderst/auch so weyt auß/vnd schneyd von disem siben teyl oben mit einer zwerchlini ein fünfteyl ab/darauß mach ein fasen/so weyt auß geladenn als hoch sie ist/vnnd jren winckel hole oben auß mit einem cirkeltrum. Darnach schneyd mit einer zwerchlini zwischen der fasen/vnnd vnden des bossamentz ende ab ein halbteyl/darauß mach vnden ein fasen/Darnach teyl der fasen außladung/zwischen der aufrechten seyten des bossamentz/vnd d' fasen ende/mit aufrechten linien in drey teyl. Darnach zeůch ein cirkeltrum von der oberen fasen herab auf die

denote a wide straight edge. For the remaining two parts, use a concave edge on the upper one and recess it as far as it is high. In that manner, only the lowest part will project slightly beyond the width of the column, resulting in a thin neck.

You can also proceed as before for the uppermost edge, again dividing the capital into six parts, but place a point in the middle of the fourth part. Draw a horizontal line there. Provide the narrow portion which then remains above the two lower parts of the capital with a concave edge. It should project as far as it is high. Leave the two lower parts as one slab, but provide the upper part with a concave edge that extends, in profile, as far as it is high.

A third method is as follows. Let the projections remain as before, but reduce the thickness of the straight edges to half of the former ones. Do nothing else except to draw a concave curve to the upper edge so that it will project on top.

In the following three capitals use the same straight-edged parts, but draw a horizontal line below the third part of the six and draw an arc between the straight edge and this newly drawn line without, however, taking away from the thickness of the capital. Then draw a horizontal line through the center of the fourth part which will indicate a narrow concave edge. The arc of this concave edge, extended into a circle, will indicate the next recess. It should be equal to the diameter of this circle.

Then divide the lowest of the six parts with two points into three equal parts. Cut off the lowest third with a horizontal line and add a straight edge which is to project to a distance equaling its height. Then draw an arc between this narrow straight edge, so that the periphery of its circle touches the thickness of the capital above and below. The next concave edge above should project beyond this.

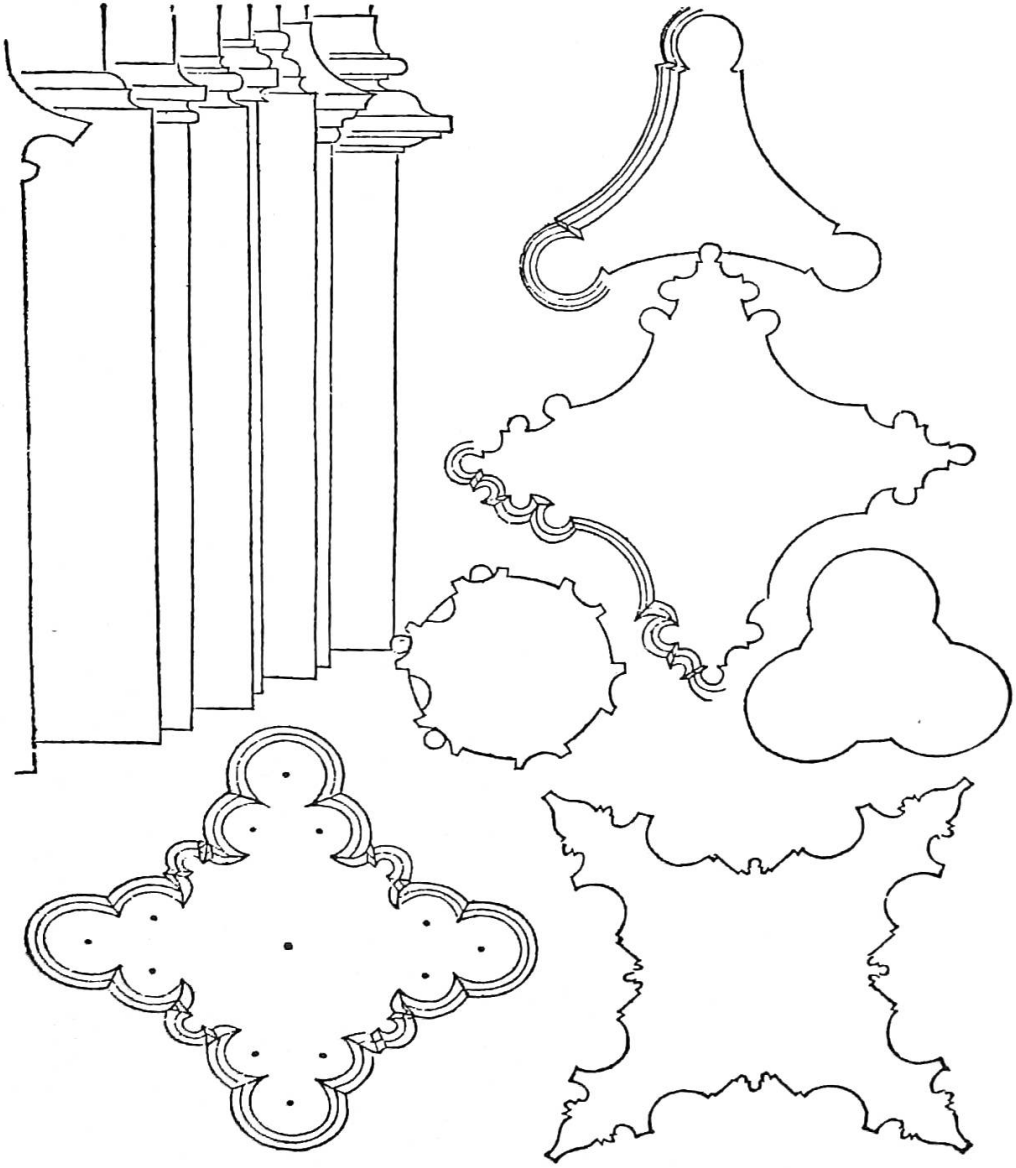
A fifth method: Draw the uppermost concave edge as before and divide the lowest part of the capital with two horizontal lines into three. Endow the upper two porticos with concave edges, but the very lowest with a straight edge.

Sixth method: Divide the capital into three parts and make a large concave edge combining the two upper ones. The lower part also has a concave edge. It should not diminish the thickness of the capital.

Now that these [six] capitals have been constructed they can be adorned with ornaments in many ways and according to your desire. I shall give a small indication of this. Take the slab described above, first the octagonal one, and place it on top of the first capital. Below each of the corners place a truncated triangle which should be wider in the back than in the front. These should project a distance equal to one-quarter of the capital's thickness and should be as thick as the slab. Or else you can ornament a capital by placing a square slab on top of it and by decorating two sides of the straight edges opposite each other with spiraling coilwork. Or thirdly, place the square slab on the capital so that its corners project crosswise. Then add in the middle of the four hollows a round ornament as thick as the slab. It should project far enough to touch the sides of the slab. If the quadrants are to be decorated with sculpted ornaments, the ornaments can be leafwork or heads of animals or birds or anything else, according to one's feeling. Once the capital is completed, it is placed on top of the column, and each will add to the other's impression. Then construct the base of the column in the following way.

CONSTRUCTION OF THE BASE OF COLUMNS

The base of the column should be equal in height to the diameter of the column's lowest portion. Draw two vertical lines from the straight-edged slab below the bottom of the column-shaft down to the ground. Then divide this base with two horizontal lines into three parts. The lowest part should be square and it should project as far as it is thick. Then divide the middle part with horizontal lines into three equal portions. The upper one



G iij

continued from the preceding page

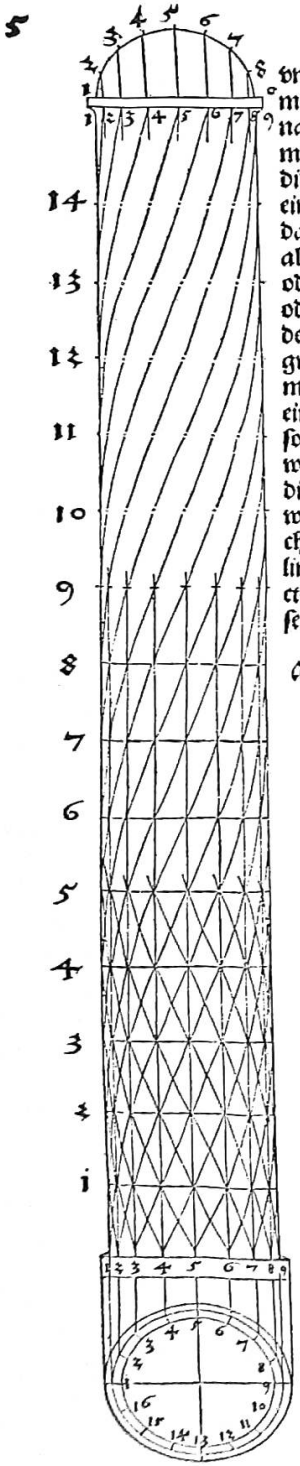
should have a straight edge, but combine the two lower portions into one with a convex edge. To do this, place one leg of a compass on the horizontal line of the lowest quadrant at the vertical line, indicating its edge, and with the other leg draw an arc from the straight edge of the upper part downward and outward toward the tip of the quadrant. Now divide the upper third of the base also into three parts. The lowest portion is to have a straight edge. It is to project beyond the one below a distance equaling half of its thickness. The upper two portions should be combined into one by a convex arc, and they should project beyond the one below by the thickness of this arc.

CONSTRUCTION OF A POSTAMENT

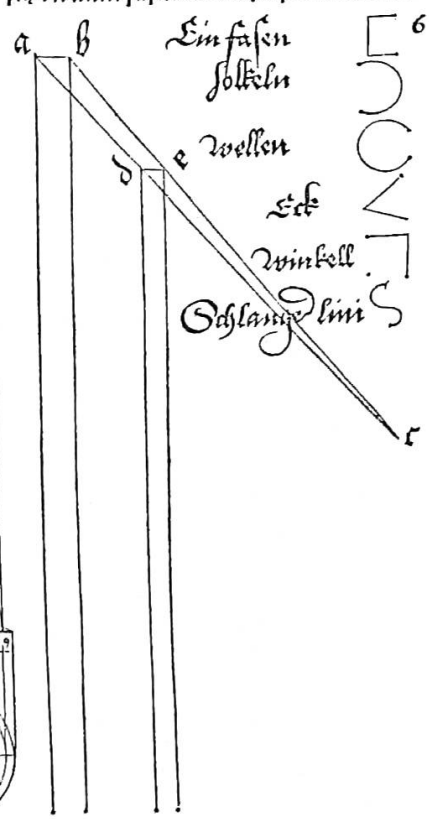
It is usual to place columns on a postament. It is done as follows. Draw a rectangle measuring in length a quarter of the height of the column, including its base and its capital. Its width should be equal to that of the lowest slab of the column's base. We shall also prepare a square ground plan. Then cut off one-fourteenth of this rectangle by means of a horizontal line. This portion shall also project beyond the rectangle as far as it is thick. Then divide this portion with a horizontal line into two, the upper to have a straight edge, and the lower a quarter-round edge placed at an angle so that its upper edge meets the uppermost ledge at the midpoint of its projection. Now cut off one-seventh of the height of the postament with a horizontal line at its base. It should also project this same distance at the bottom. Then cut off one-fifth of this seventh part by means of a horizontal line. This portion should project outward for a distance equal to its height, and it should have a straight edge. The angle above this projection should be shaped into a concave arc. Then divide the part between this straight-edged portion and the lowest slab into two by a horizontal line, and draw a straight edge for it. Divide the projection of the lowest slab into three parts by means of vertical lines, and then draw an arc from the upper straight edge down to the

[fig. 4a]

Cross Sections and Ground Plans of Columns



vnderen/ also das die vnder fas jrer dryteyl eins fürtref/ diß possament mag manicherley weyß gezird werden /aber wie ob geschriben/ hab jch solichs hernach gerissen mit seinen gründen/vnd dz du wissest wz die zierd sey die man mit dē hobel oder drewerck machen kan /so merck das sechserley sunderlicher ding sind/darauß man solichs erbet. Das erst ist ein blatte fassen/das ander ein holkelen/dz dryt ein auspogne wellē/dz viert ein eck/das fünft ein winckel das sechst ist die schlangen lini/die man mag ziehē wie man will. Dise ding alle mag man alle zůsamen brauchen /oder eins teyls /man mag sie seycht oder tyef machen/flach oder erhaben /weyt oder eng /spitz oder stunpf /groß oder klein gegen einander/breyt oder schmal/wie man will. Aber die bescheidenheit soll ein ytlicher erbetder brauchē/dz er an die grossen ding die zir von grosseren dingen/vñ an die kleinen ding kleyner mache /diß will jch hernach mit zweyen fasen einer langen vnnd kurzen neben einander anzeygen /dañ eins ytlichē menschē vernunft begreyft bald /das ein lang ding billich dicker sol sein dañ ein kürtzers seins geschlechts . Darumb so ein bauman gesimswerck/od thůr gestell/vnn der gleychen machē will/ so soll er die eüseren ding die weiter laufen von grösseren dingen machen/dann die inneren kurzeren/ was dem entgegen gemacht wirdt/stet vbel/das verste also /mach ein aufrechte fasen zwischē zweyen linien begriffen/die schneyd obē mit einer zwerch lini ab/vnd bezeychen oben jre eck mit.a.b.damach setz auf die seytē ein punctē.c.vngefer zů mittel der fasen/vnd reyß zwo streim lini.a.c.b.c. Darnach setz die inner fasen die kürtzer soll werdē /mit einer aufrechtē lini neben.a.b.



so weit von einand / als breit du die leysten wild haben/vñ wo sie die streim lini.c.a. anrürt do setz ein.d.von dañ far mit einer zwerch lini an die anderē streim lini. c. b. da sie rürt setz ein.e.auß dem. e. far aufrecht herab mit einer lini so wirdt.d.e. recht proporcionirt gegen. a. b. wie das mit sambt den obgemelten sechs dingen/die zů den zirden gehörne/auch die seulen/ captel füeß vñ possament /alles hernach ist aufgerissen/vnnd zů gleycher weyß wie man jm mit der fasen thůt /also thůt man auch mit den anderen forgemelten dingen.

lower one, so that the lowest slab will exceed the lower tip of the arc by a third. This postament can be adorned with ornaments in various ways. I have drawn it below together with its ground plan. So that you will know how to ornament it with the help of a plane or lathe, I shall mention six ways of how this can be achieved.

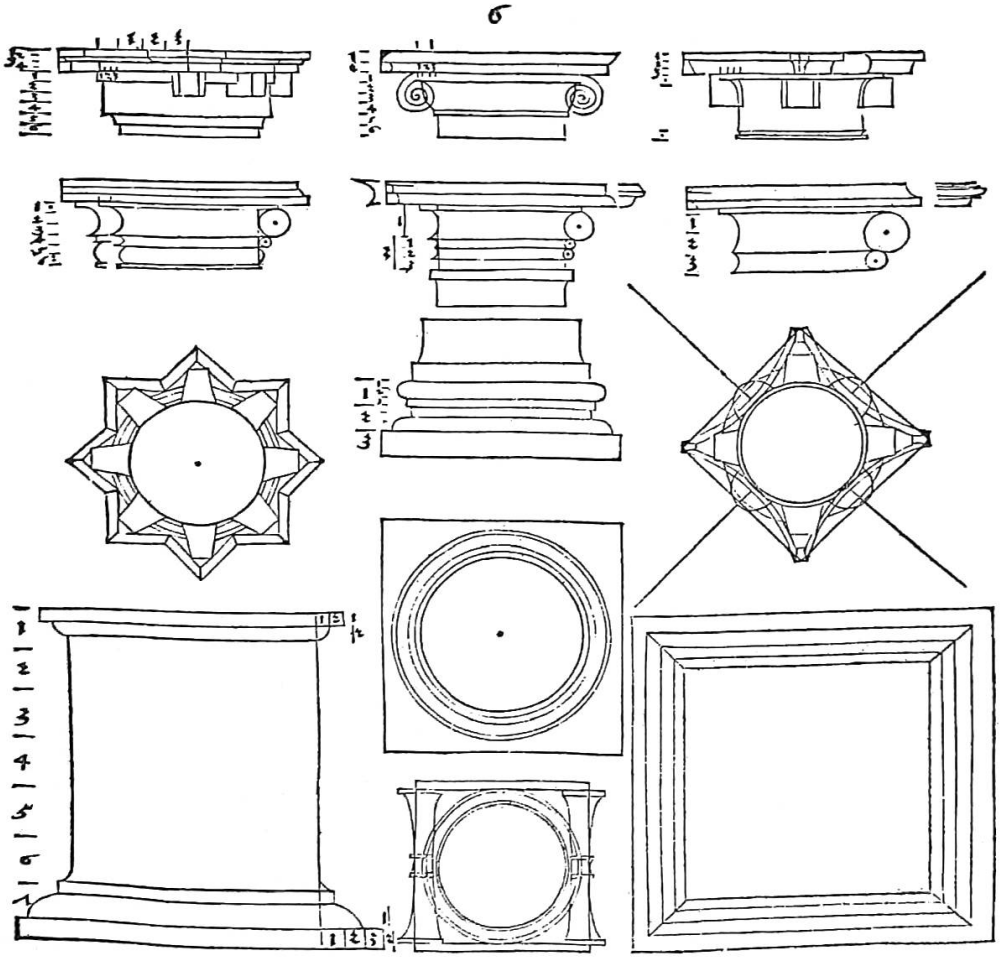
fig. 5

ORNAMENTATION OF THE BASE OF COLUMNS

First, you can use leafwork, second a concave edge, third a convex edge, fourth, a pointed angle, fifth a corner, and sixth a serpentine line, drawn according to your desire. Any or all of these can be used singly or in combination, or in part; they can be shallow or deep, flat, or in relief, wide or narrow, sharp or dull, large or small, one compared to the other, however you wish. But let everyone use modesty and use large ornaments for large things and small ornaments for small things. I shall show this by the example of a long and a short straight edge placed one next to the other. Human reason will tell you that a long member should be relatively thicker than a shorter one. Therefore, a builder who constructs a shelf, a door, or the like, should make the external members larger than those inside. Anything contrary to this will seem incongruous. This is to be understood as follows. Draw an upright straight edge between two lines;

straight edge
concave edge
convex edge
corner
angle
serpentine line

the straight edge is cut off on top by a horizontal line *ab* which also denotes its upper corners. Then place a point *c* to the side of it, approximately near the midpoint of the vertical lines. Draw two rays to this point, *ac* and *bc*. Then indicate the inner straight edge, which is meant to be shorter, by means of a vertical line next to the line *ab,* placed as far from it as the width of the desired ledge. Where this line meets the ray *ca* mark point *d*. Then draw a horizontal line from *d* to the other ray *cb,* and mark this point *e*. Now drop a vertical line from point *e*. *de* will then be proportional to *ab*. The six constructions explained in the foregoing are shown in the following diagrams together with their ornamentation, capitals, bases, and postaments.



WEr der for beschrybnen seulen ein bauch machen will/der mag das thon durch zweyerley weg. Erstlich teyl for die seulen nach der leng in drey teyl/vnd schneid das vnder drityl mit einer zwerch lini ab an dem selben ort/mach die seulen so dick als jr fasen vndē ist/darnach setz drey puncten/den öberen vnder der seulen fasen/vnd den vnderen ob der vnderen fasen neben an die seyten der seulen/vnnd den drytten an die stat do die seule am dikesten ist. Darnach mach ein cirkelriß durch die drey puncten/wie dich des ersten büchleins. 24. figurlert/darauß gewint die seul ein wol gefurmten bauch. Zům anderen/mach den bauch also/zů gleycher weyß teyl die seulen in drey teyl wie for/vnd mach die zwerch lini die den dryteyl abschneit/als breyt als vor/vñ die breyten die vber die gerad seyten lini der seulen get/die teyl in vier teyl auf ytlicher seyten. Darnach teyl die oberē zwey dryteyl mit dreyen zwerch linienn in vier gleyche teyl/des gleychenn teyl das vnderst dryteyl auch mit dreyen zwerch linien in vier teyl. Darnach laß dem bauch der seulen im vndersten dryteyl sein gröste

fig. 6

CONSTRUCTION OF CONVEX COLUMNS

If you wish to construct columns with a convex shaft, there are two methods. First, divide the height of the column into three parts and cut off the bottom third with a horizontal line. At that point mark the thickness of the column to equal the width of its base plate. Then mark three points, the uppermost below the top slab, the lowest above its plinth, and the third, where the column's width is the greatest. Then draw an arc through these three points, as explained in *fig. 24* of Book I. This will result in a well-formed curvature. for the column. In the second method, construct the curvature in the same manner. Divide the height of the column, as before, into three parts, as wide as before. Divide the width extending beyond the straight profile into four parts on each side. Then divide the combined upper two-thirds with three horizontal lines into four equal parts, and do likewise for the lower third. The maximum curvature should now occur in the lowest third.

weyten / vnd brich alweg den zwerch linien nach einander / vbersich vnd vndersich der selbē klein teyl die in den weytesten zwerch linien punctirt sind eins ab / so wirdt der bauch formlich geteylt. Will du darnach die seulen zirē das magst du thon mit geraden auffrechten linien oder gewunden / solichs thū auß dem nider gedrucktem grund / darumb mach zům ersten den grund der seulen dicken / vnnd teyl den in. 32. teyl / vnd mach alweg auß einem teyl ein holkelen eins halben cirkels tyef / den anderen teyl laßein fasen bleyben / mitten auf dise fasen mach ein steblein halb so gros als die fas breyt ist / vnd wol erhaben. So du nůn die seulen zwifach gegen einander / oder einfach windenn wild / so erleng die teyl da sich die gwind schliessen vber sich / aber vndersich verkurtz sie das thū durch den dryangel. a. b. c. auß dem cirkelryß. e. als former gebraucht ist / wie ich das nachfolget hab aufgerissen.

Fill in successive horizontal lines one above the other, divided by the small sections which are marked on the widest horizontal line, and reduce each succeeding line by one of these. Drawn in this way, the bulge of the column will be curved properly. If you then wish to decorate the column, you can do it with straight vertical lines or spirals. Do this first in the ground plan of the thickness of the column. Divide the circumference into thirty-two parts and alternate concave fluting with straight edges. The concave fluting should have the depth of a semicircle. On the straight edge you can put an ascending pattern, half as wide as the edge, and in relief. If you wish to have a spiraling pattern, either singly or countervailing, then arrange it so that they expand as they ascend but contract as they descend, as shown in the triangle *abc* with its arc *c* shown in the following diagram.

For preparatory drawings of columns among Dürer's manuscripts, cf. Strauss 1974, pp. 2827-33 and 2865.

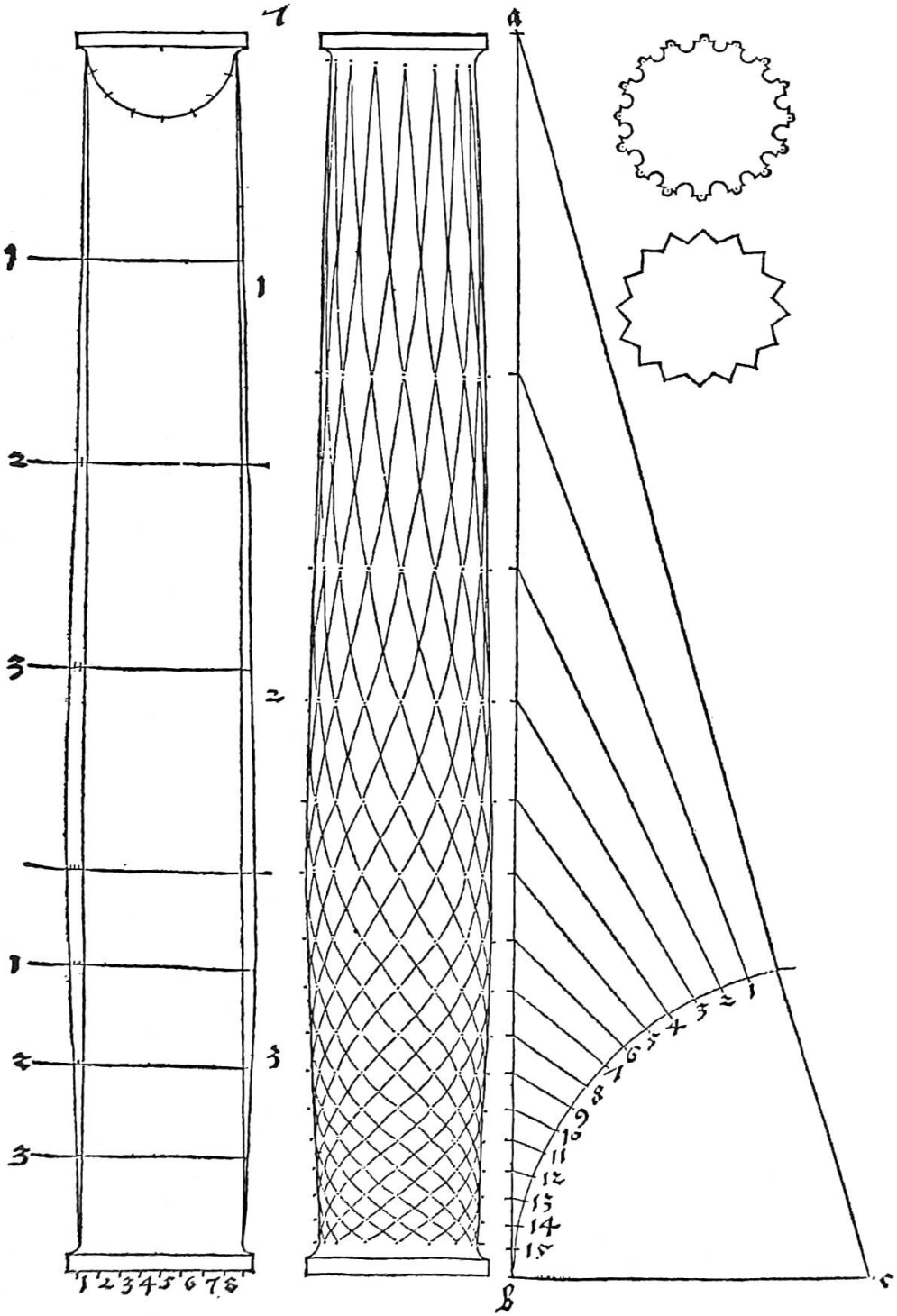

a
b
c
1 2 3 4 5 6 7 8
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

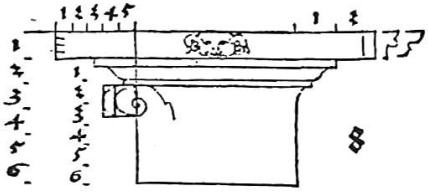
fig. 7

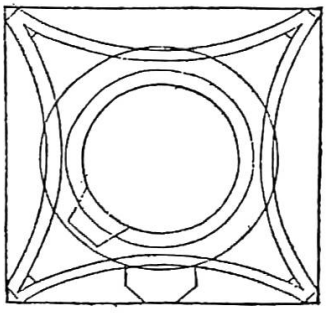
Construction of a Convex Column

Ascending Pattern Construction

Ground Plans of Column-Shafts

DEr forgesetzten baucheten seulen mach ein solichs captel. Erstlich mach das so hoch vnd dick als die seulen oben vnder der fasen dick ist. Darnach reyß die gestirt blatten oben darfon vnnd mach sie eins sechs teyls dick von des captels höch/vñ lad sie halb so weit auß als dz captel dick ist. Darnach teyl sechs gleyche felt zwischen der blatten / vñ vnden des captels ende/ vnd schneid diser sechs teyl eins ab/ mach darauß ein gestalt einer flachen schüessl/ yr öbers endt lad auß biß ins halbteyl der blaten vberschuß / vñ mach jr ein fasen eins vierteyls breyt von der blatten dicken. Darnach mach vnder der schüssel ein fasen eins dreyteyls minder dick dañ die ober fasen ist/ dise fasen lad eins fünfteyls weit auß von der blaten vberschuß/vñ von diser fasen zeuch hinein ein holkelen biß an des captels dicke so wirdt ein furm darauß wie ein weiter hofpecher/vñ die schüssel die darauf stet machen miteinander ein guten furm. Darnach magst du das captel ziren mit blumenn thieren oder anderen dingen nach deinem gefallen. So du die zirdē vnder die vier ort der blattē machen wild die magst du herab rucken das sie sich vnder der fasen des bechers vberwerffen / die firung darzü machen / so dick als die blatten ist/vnd lad sie auß zweyer fünfteyl weyt von der blatten vberschuß. Darnach magst du d schüssel form auch mit etwar ziren/ vnnd vnder den orten der blatten zwischen dem vberworffen laub magstu auch etwas von zirden machen. Item wöllen dir die öter der blatten zü weyt vberschiessen/ so reyß jr hölen mit dem zirkel tieffer hinein/ vnd schneid jr eck so kurtz ab als du sie haben wild/ wie ich solichs hernach hab aufgerissen.





NAchfolget will ich ein andre runde seulen leren machen / die soll gewunden vnnd gekümpe werden/ einer sunderē art/ die mag man zü einer zird brauchē/ vñ zü gedechtnuß ein bild dar auf stellen/ die mach also. So dick die seul ist/ ob jrer außgeladenen fasen vnd holkelen/ der selben teyl mach sie neune hoch biß an jre holkelen fasen vnnd reyf vnder dem captel / vnd mach sie oben ein sechs teyl dünner dann vnden/ vnd zeüch die seulen mit geraden linien züsamen/ vnd der ring auf der seulen/ dryt mit seim ent so weyt herauß/ als die seülen vnden dick ist/ vnnd so hoch erhaben so weyt die vbertrettung / dise höhe der zierd teyl mit zweyen zwerch linien in drey gleyche felt / in dem obersten beleybt der stab oder ring / im anderen die fasen / die endet mit jrem vberschus im mittel zwischen dem

CONSTRUCTION OF A CAPITAL FOR THE DECORATED COLUMN

For the column described above, construct a capital whose thickness equals that of the top of the column or the slab at its base. Then draw the square top slab to measure in thickness one-sixth of the height of the capital, and to project half as far as the thickness of the capital. Now divide the distance between the top slab and the bottom of the capital into six equal parts. Cut off one of these sixths and form it into the shape of a shallow dish. Its upper end should project half as far as the slab above it and should have a straight-edged rim one-quarter the thickness of that slab. Below the disk should be a straight edge which is a third less thick than the rim on top and projects one-fifth as far as the upper slab. Then draw a concave curve from this straight edge down towards the capital. It will be shaped like the lip of a cup surmounted by a dish. In combination, these parts will present a pleasing form.

You can then decorate the capital with flowers, animals, or other things, as you wish. If you wish to place ornaments beneath the four corners of the slab, you can turn the edges downward so that they will coil below the lip of the cup. Its quadrangular outline should be of the same thickness as the upper slab and should project two-fifths the distance of the projection of the slab. Then you can also place some ornaments on the dish and add one below the corners of the slab between the coiled leafwork. If the corners of the slab should project too far, you can cut into them using a compass, and trim them, as shown in the diagram below.

fig. 8

CONSTRUCTION OF A ROUND TWISTED COLUMN

In the following I shall explain how to construct another round column which will be curved and twisted in a special way and can be used as an ornament or as a pedestal for a memorial bust. This column should measure in height nine times its diameter above its plinth. The height is measured up to the level of its echinus, below the capital. Its diameter on top should be one-sixth less than on bottom. Draw this column with straight lines.The diameter of its echinus should equal the diameter of the column at its base, and its thickness should equal the distance of its projection. Divide this thickness with two horizontal lines into three equal parts. The uppermost should have a convex edge, the other two straight edges. It should project half the distance of the projection of the uppermost ring and the diameter of the column at the top.

ring vnd der seulen dicke / vnnd im vnderen drytteyl get ein holkelen von der fasen an die seulen. Aber die fasen vnder der seulen vberdrit der seulen dicke ein sybentteyl / vnd soll vnder der seulen enden ein sechs teyl von jr dicke. Dise höhe teyl mit dreyen puncten in drey gleyche feldt / vnnd schneyd mit einer zwerchlini das oberst drytteyl ab / daraus mach ein holkelen vom endt der seulen biß an die fasen / die wirdt zweymal so breyt als die holkelen.

Nun ee du diß captel vñ posament machst / solt du for weytter mit der geraden seulen handelen. Dañ erstlich leg ein grund darauß du dise seulen winden must / vnd so die for gemelte seulen auffgerissen ist so reyß mitten dardurch ein aufrechte lini / die sey. vnd. a. oben. b. Dise lini. a. b. müß schneckens weyß gewunden werden / auß einem grund den mach also. Setz ein centrum. a. auß dem reyß ein cirkelini als dick die seulen ist. Darnach reyß in disem cirkel ein aufrechte gerade lini / durch dz centrum. a. von einem ort des cirkels zům anderen / vnd teyl das ober halbteyl der geraden liui / zwischenn dem cirkelryß / vnd des centrum. a. mit einem puncten. c. in zwey teyl. Darnach setz in der aufrechten lini / vnder dem centrum. a. ein centrum. d. vnd reyß darauß ein cirkellini die rür oben den puncten. c. vnnd vnden bey der aufrechtē lini die groß cirkellini. Darnach teyl die gerad lini zwischen. a. c. mit einem puncten. e. in zwey teyl / vnd reyß darauß ein cirkellini / die da rür. c. a. so das geschehen ist / als dann gradir dise drey cirkellini mit der zal von einem biß auf sechzig / vnd heb innen des nechsten bey dem. a. an zůzelen. 1. 2. 3. 4. 5. ꝛc. vnd zel in dem kleinsten cirkel / von eim byß auf sechsse / die zal sol kumen in den puncten. c. Darnach zel herauß auf die mitler cirkellini mit. 7. 8. 9. ꝛc. biß auf achtzehene / das ist die halb mittel cirkellini. Darnach ge herauß mit der zal / neünzehene auf die groß cirkellini / vnnd zů ring herumb / also das du mit zwey vnnd vierzigen kumest vnder die zal achtzehene / das ist bey der aufrechten lini. c. e. a. d. Darnach ge mit der zal drey vnd vierzig hinein auf den mitleren cirkel biß das du mit vier vnd funfzigen kumst in den puncten. c. Darnach dryt mit fünf vnnd funfzigen hinein in den klein cirkel biß das du mit sechzigen kumbst in den puncte. a. Dise zal magst du füren auf weliche seytenn du wild. Durch dise puncten der zal / des nider gedruckten grundes / müß die stangen oder art der aufrechten seulen gewundeu werden. So nun diser grund gemacht ist / als dann teyl die aufrecht seulen mit sechzig puncten vnd zalen nach der leng. Aber einer sünderen weyß. Thů jm also / reyß die lini vnder der seulen die obder holkelen vnnd fasen ist / gerad zwerchs hinauß / zweymal so lang die seulen ob der holkelen dick ist / zů der endt setz ein puncten. f. Auß disem puncten. f. reyß ein gerade ortlini biß hinauf vnder die holkelen der seulen endt. Darnach setz den cirkel mit dem ein fueß in den puncten. f. vnd den anderen nahent zů der seulenn auf die zwerchlinini in ein puncten. h. vnnd reyß mit vbersich biß in die ortlini / die von. f. biß oben an die seulen get / wo sie die durchschneydet / da setz ein. g. Darnach teyl diß cirkeltrumb in sechzig gleyche teyl / vnd punctirs / vnd dann far auß dem puncten. f. mit geraden linien / durch all grad des cirkeldrumbs biß an die seulen. Darnach far auß disen puncten / die an der seulen worden sind / mit linien vber zwerch / vnd bezeyhen sie mit der zal des nidergedruckten grundes / die soll in der seulen vnd dem cirkeldrumb. g. h. vnden anheben. Darauß sichstu wie sich die abteylung in der geraden seulen / ye mer vbersich erlengt.

Darnach reyß zům andermal auf der seulen art ein lini. a. b. mit all jren zwerchlinien vnnd zalen / vnd nym ein cirkel / ge mit zů dem runden grund / dardurch die puncten der art ferrugt vnd gewundē sollē werdē / vñ setz albeg den ein fueß in die gerad lini des runden grundes / der die cirkellinien in zwey teylt / vnd wie die puncten der ziffer durch auß durch einander gend / die selb weyten nym vberzwerch mit dem anderen fueß / vñ drag sie zů der seulen art. a. b. setz den ein fueß dareyn auf die zwerch lini die die zal hat / die du auß den runden grundt genumen hast. Des gleichen mach auf diser zwerchlini mit dem anderen fueß ein puncten der weyten / do der ferrugt punct der gewundenn art sten soll. Also thů jm durch all zal auf beden seyten / des rundē grundes / vnd der aufrechten art. a. b. vnd auf den zwerch linien / so punctirt sich die krume art der gewundenn seulen / neben der geradenn auf beden seitenn / dardurch wirt die gewunden seulen / zwischen der höhe der geraden lenger / von der winding wegen. Darnach nym ein cirkel / vnnd drag die dicke der seulen / von der geraden art der ersten seulen / von allen zwerch linien auf die gewundenn art / durch all jr zwerch lini / vnnd reyß darauß ein cirkellini / dardurch finst du die dicke der seulen / dann du müst gedencken / das auß der rundenn seulen in allenn zwerch linien / durch jren mittel puncten / ein kugel herauß geschnitten mag werden / gedenck auch wo

The edge of the lowest third should be concave and quarter-round, descending to the column-shaft. But the plinth below the column should have a straight edge and project one-seventh the diameter of the column at its bottom, but one-sixth at its upper edge. Divide the height of the plinth with three points into three equal parts and mark off the upper third with a horizontal line. Give this upper third a concave edge, and the lower two-thirds a straight edge.

Before you draw the postament and capital of this column you must go one step further. First draw a ground plan to show how this column is to be twisted. Once you have drawn the column described above in profile, add a vertical line down its center and mark it *a* on the bottom and *b* on the top. This line *ab* is to spiral like a snail shell. For its ground plan draw a circle of the same diameter as the column with a center *a*. Then draw a vertical line through the center *a* from top to bottom. Now divide the upper half of this line into two equal halves with a point *c*. Divide the lower half in the same way, and mark its center *d*. Draw a circle around center *d* whose periphery touches point *c* and the bottom of the large circle. Now divide line *ac* in half with a point *e*, and draw a circle around it whose periphery touches *a* and *c*. Once this is done, number the peripheries of these three circles with sixty subdivisions, beginning from point *a*: 1, 2, 3, 4, 5, etc. In the smallest circle you should reach number 6 at point *c*; then, continuing on the middle-size circle, count 7, 8, 9, etc., up to 18, along half its periphery. Start with number 19 on the large circle and continue all around its periphery to number 42, below number 18. This will be at the vertical line *cead*. Then start with number 43 on the other half of the middle-size circle, and continue until you reach number 54 at point *c*. Then begin with number 55 in the smallest circle, continuing until you reach number 60 at point *a*. You can guide these numbers along whichever side you prefer. These points in the ground plan indicate how the column or rod must be twisted.

Now that you have completed the ground plan, divide the column in profile along its height into sixty points. This must be done in a particular way. Draw a horizontal line below the column-shaft, above its plinth, and extend it to twice the column's diameter. Mark its tip *f*. From this point *f* draw a straight ray to the top of the column-shaft below the echinus. Then place one leg of a compass on point *f*, and with the other draw an arc upward from a point *h* close to the column on the horizontal line to meet point *g* on the ray that extends from *f* to the top of the column-shaft. Divide this arc into sixty equal parts by means of points, and then draw rays from *f* through all these points to the shaft. Then draw horizontal lines from where the rays meet the shaft across the column and mark each with the numbers corresponding to those on the ground plan. These shall begin at the bottom and at the horizontal line on the bottom of the arc *gh*. You will note how the space between them increases as they ascend.

Then draw a second line *ab* on the profile of a column with all its horizontal lines and numbers. Take a compass and place one of its legs on the straight line in the ground plan, which has been constructed to indicate the curvature of the column, and with the other leg measure the distance to each of the consecutive numbers. Transfer these distances to the correspondingly numbered lines which traverse the vertical line *ab* of the column. Do this for both sides of the ground plan and indicate all these distances on the horizontal lines crossing line *ab*. You will then have indicated the curvature of the column. Then take a compass and transfer the thickness of the column from the profile of the straight column to all the horizontal distances of the twisted column and draw a circle around each. These will indicate the thickness of the column. You will realize that you can cut out a sphere at any point along the column's horizontal divisions.

du ein kugel hin setzt/ vnd sie hin vnd her ruckest wie du wilt/so mag sie albeg gerad gegen dir mit eim ebnen plano in der mit von einander geschnidten werden. So nun ein runde seulen hin vnd her gebo gen wirdt/so bleybē albeg solich kuglen in jr zügedencken/ die man mit forgedachten schnidten teylen mag/auß allen mittel puncten so vil man der nemen wil. Nun gedenck vnd nym dir fär/es sey ein yet licher punct/in der gewunden art der seulen ein centrum einer kugel/vnnd reyß darauß auf der selben zwerch lini/darauf der punct der art stett ein cirkelryß/so dick in dem selbenn ort die gerad seulenn ist vnd thü das durch all puncten der art der gewunden seulen. So findt sich der seulen dicke durch all jr krüme/so dann dise cirkel all gemacht sind/als dann far mit einer lini aussen an den zirkelryssen he rumb/darauß fint sich der seulen bossen. So du aber dürch all cirkelryß/die den schnyd in der kugel be deutē/durch das centrum oder punctē der art ein gerade zwerchlini zeuchst/als sie dann vor gezogen ist/die nun in der krumen seulen ein cirkellini bedeut vnd ist/vnnd dann die selben örter zů bedenn sey ten nach der leng durch die gantz gewunden seulen bey allen zirkellinien zůsamen zeuchst/so sichst du wie sich die linien im gewind von der verwendung wegen der seulen/ an eyn teyl orten schmal machē vnd zůsamen ziehen. Aber so in der geraden seulen die zwerchlini all rund ebnen bedeuten vnd gerad auf einander stend/so beleyben doch die selbenn linien in der windung der krumen seulenn nicht mer blat auf einander/sunder schieben/hencken/vñ keren sich hin vñ her/vbersich vndersich vnd nach der seyten/vnnd werden schlemet ablang rundlecht linien darauß. Dise hab ich nach dem schlechtesten nachfolget aufgeryssen.

Wherever you place one of these spheres and move it to and fro in whatever manner, it can always be cut through its center on a horizontal plane. Thus if a round column is curved or twisted it can always be imagined that it is made up of such spheres which can be divided at their centers in the above manner. You can think of each point of a twisted column as the center of a sphere, and you can draw a horizontal line through its center. The diameter of each sphere will be equal to the thickness of the column at that point. If you do this for each point of a twisted column you will find its diameter at every level of its curvature. Once you have drawn all these circles, connect their peripheries with a line and you will see the contour of the column. But if you draw horizontal lines through all the center points of the circles, which represent the cross sections of the spheres, and connect these with a line, you will see the threading of the column, and how the circles are concentrated and narrow in some places. Whereas in a round column the horizontal lines represent only round surfaces and the lines are placed evenly one on top of the other, in the case of twisted columns these lines no longer lie one flat on top of the next; instead, they are displaced, or moved to and fro above or below the next horizontal line, or to one side of it. They have become transformed into oblique or curved shapes. This is shown in its simplest form in the following diagrams.

The preparatory drawing is in the University Library in Erlangen. It measures 291 x 371 mm and is on paper with the watermark Crowned Coat of Arms with Fleur de Lis and an attached B, a paper Dürer used after 1521. Rupprich 1969, p. 344. A fragment of a twisted column appears on a sheet of sketches, preparatory for the construction of the tower on p. 237. See Strauss 1974, pp. 2264-65. Another preparatory drawing for the construction of a twisted column is in the Nuremberg Stadtbibliothek and bears the date 1510 (Illustrated in Steck 1948, pl. XV.)

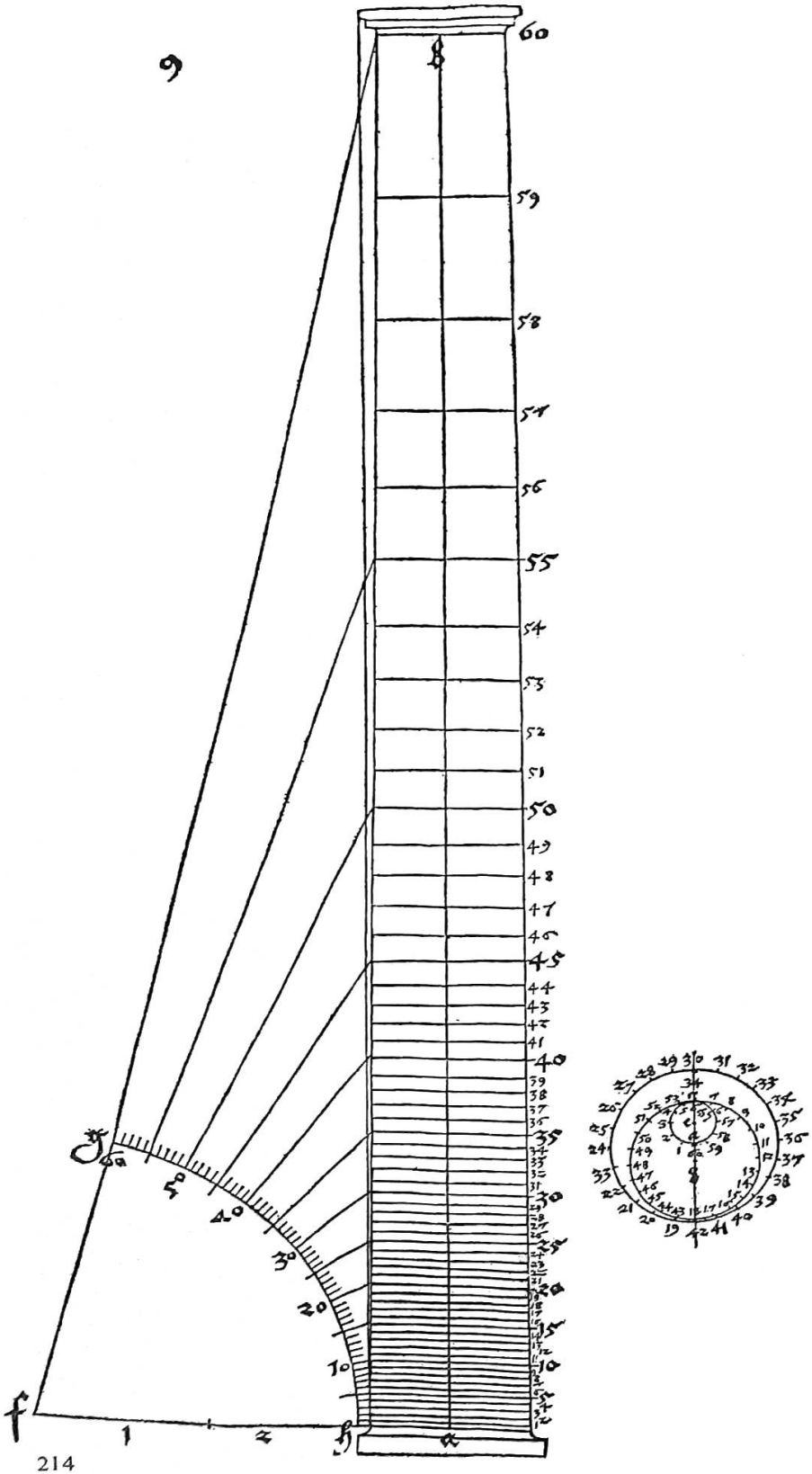


fig. 9

Construction and Ground Plan of a Twisted Column

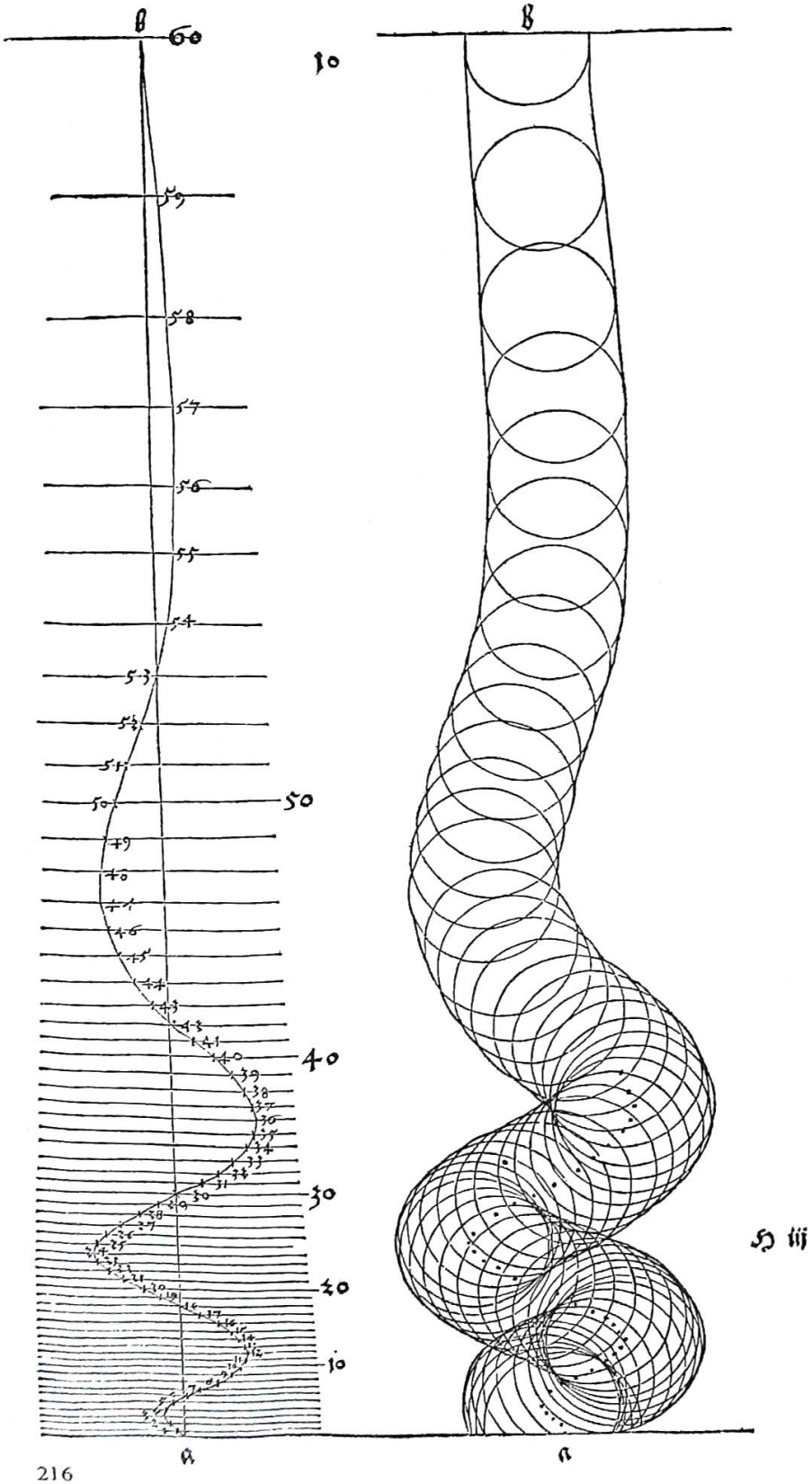
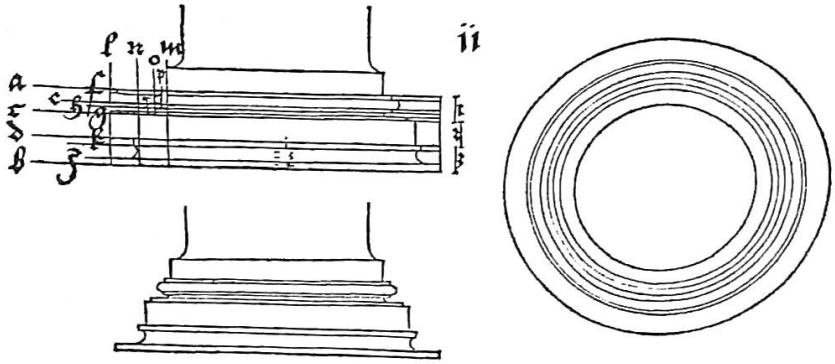


fig. 10

Construction and Contour of a Twisted Column

DIser krumen seulen mach ein solichen fueß. Erstlich mach ein ablange fierung / drey mal so lang als sie hoch ist/vnd drey mal so hochals die fasen vnden an der seulen hochist. Darnach mach die teylung mit zwerch linien also darein/vnd bezeichē die liniē mit bustabē. Die oberst lang seyten der fierung sey. a. die vnderst. b.

Darnach teyl. a. b. mit zweyē liniē. c. d. in drey feld. Aber teil. a. c. mit einer lini entzwey/Darnach teyl a. e. mit. 4. puncten in. 5. feld/dz oberst schneyd ab mit einer lini. f. Darnach teyl. e. c. mit. 3. puncten in. 4. felt/das vnderst schneyd ab mit einer lini. g. Darnach teyl. e. g. mit dreyen puncten in. 4. felt/vnnd schneid das oberst felt ab mit einer lini. h. Darnach teyl. d. b. mit. 5. puncten in. 6. felt/vnd schneyd die vndersten zwey ab mit einer lini. i. vnd dz oberst mit einer lini. k. So nūn die zwerch linien zū den zirdē die darein gehōren gemacht sind/so mach darnach die aufrechten linien daran all ding enden sollen/ thū das auf einer seiten so hast du die ander auch/die aufrecht seyten der lenglechten fierung sey. l. vnd die lini die van der seulen fasen herab durch die fierung streycht sey. m. Nūn teyl. l. m. mit einer lini. n. in zwey teyl/dise lini rürt zwischē. c. d. im mittel dem fueß die breyt fasen. Darnach teyl mit einer lini. o n. m. in zwey teyl/so wirdt zwischē. e. f. ein runde wellen od ring gezogē/der endet sich an d lini. o. Aber zwischen. o. m. mach zwey teyl mit einer lini. p. zwischen. a. f. daran endet das feslein ob dem ring/des gleychen endet auch daran das feslein vnder dem ring zwischē. e. h. darnach teyl. n. o. in zwey teyl mit einer lini. g. daran ent das feslein zwischen. g. c. vnder dem holkelein zwischen. h. g. das da endet an der lini. m. Darnach lad das feslein zwischenn. d. k. so weyt für die lini. n. so dick sie ist/aber die vnder fasen rürt die lini. l. vñ die holkelen rürt zwischen den fasen die lini. n. oder so du oben mit dem feslein herauß gefaren bist / als dann mach von dem selben eck ein flache holkelenn biß auf die vnder fasen / so get die ober fasen ab/wie ich das vnden hab aufgerissen / doch das yetz gemelt nit.



ITem zū der vorgesetzten krummen seulen reyß ein captel zweyerley weiß auf. Erstlich mach das captel in seiner leybung in ein rechte fierung oben auß der seulen dicke genumē / wie foren gemelt/vnd die gefirt blatten mach in der weyten vnd dickē/vnd an ir stat wie for/dann die vberschiessung diser blatten soll weyt außgeladen sein van der seulen krūm wegen / auf das/das captel ratlich sehe. Darnach mach die ober fasen vnder der blatten mit der außladung vnnd breyten/wie im negsten forderē captel beschryben ist/vnnd reyß ein zwerch lini mitten zwischen der fasen vñ vndē des captels ende/vñ schneid dz vnder dreyteyl in dissem oberē halbteyl ab mit einer zwerch lini/darnach reyß ein ort lini von endt der oberen fasen / biß vnden an des captels end / vnnd setz ein cirkel mit dem ein fueß auf die ort lini / vnnd reyß obenn zwischen der grösseren weyten / von der fasen end ein cirkellini hinein gegenn dem captel / also das der halb cirkel vnden die negst zwerchlini rür / so schneyt die rund lini die scherpf vnden der holkelen ab/ wie weyt sie herauß get/darauß wirdt ein groß

CONSTRUCTION OF THE BASE OF THE TWISTED COLUMN

The base of the twisted column should be made in the following manner. First draw a rectangle measuring three times its height in length, and three times as high as the straight-edged plinth below the column-shaft. Divide the base with horizontal lines and mark them with the letters of the alphabet. Let the top line of the rectangle be *a* and the bottom one *b*.

Divide *ab* with two lines *c* and *d* into three parts, but subdivide *ac* with a line into halves. Then divide *ae* with four points into five parts, and trim off the top one with a line *f*. Divide *ec* with three points into four parts, and trim off the bottom one with a line *g*. Divide *eg* with three points into four parts, and trim off the upper one with a line *h*. Then divide *db* with five points into six parts, and trim off the bottom one with a line *i* and the topmost one with a line *k*. Now that the ornamental lines which are required for the decoration have been drawn, add the vertical lines which will serve to limit each part. Once you have done this on one side, you will be able to see what is required on the other side. The line limiting the base is denoted by *l*, and the line dropped from the straight-edged plinth under the column-shaft is marked *m*. Now divide *lm* into two parts by a line *n*. This line limits the thick straight-edged middle section between *c* and *d*. Then divide *nm* into two halves with a line *o*. The section between *e* and *f* will have a convex edge, limited by line *o*. Insert a short line *p* between *c* and *m* to divide *om* in half. Line *p* will be limited at its ends by lines *a* and *f*. It will indicate the small straight-edged ledge above the ring-shaped convex section. It will also indicate the limit of the small straight-edged section *g* and *c*, below the concave-edged section between *h* and *g*. The latter is limited by line *m*. The small straight-edged section between *d* and *k* should project beyond line *n* a distance equal to its thickness, but the lowest straight-edged section is limited by line *l*, whereas the concave-edged section right above it is limited by line *n* which is equivalent to the projection of the thick straight-edged middle section described above. Finally, form a shallow concave edge from that corner down to the lowest slab. Except for the last step, I have drawn the above instructions in the following diagram.

fig. 11

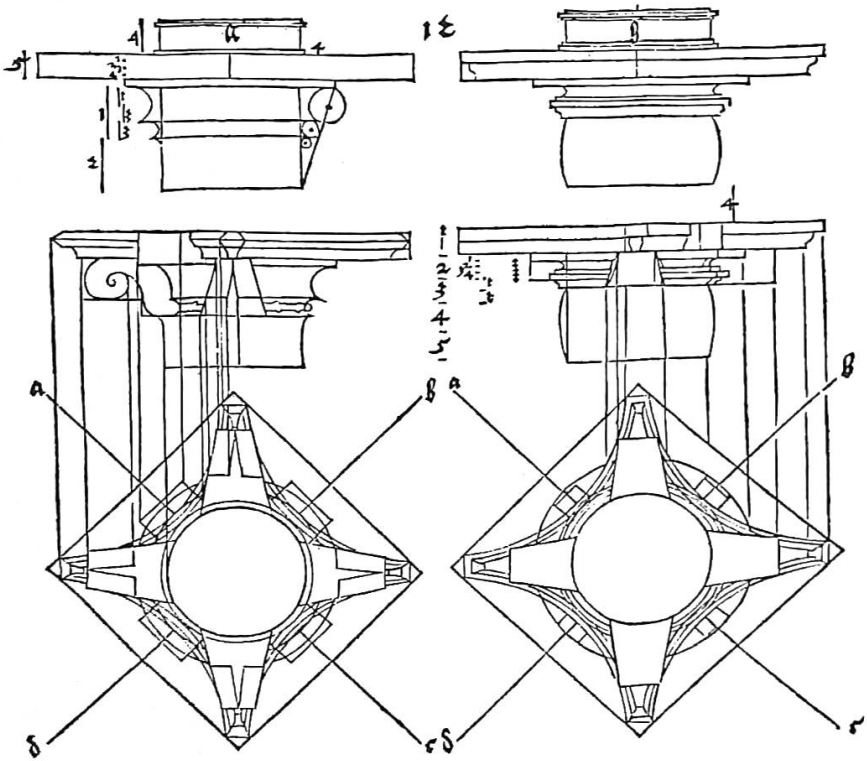
CONSTRUCTION OF TWO TYPES OF CAPITALS FOR THE TWISTED COLUMN

Now construct two types of capitals for the twisted column described above. First draw a rectangle corresponding to the bulk of the capital and based on the thickness of the column, as explained before. The width and thickness of the square slab should also be done in the manner explained before. Because of the curvature of the column the slab should protrude so that the capital will be impressive. Make the straight-edged member under the slab to correspond in width and to protrude in the same way as prescribed for the preceding capital. Then draw a horizontal line midpoint between the straight-edged member and the bottom of the capital. Cut off the lower third of the upper half by means of another horizontal line. Draw an oblique line from the tip of the upper straight-edged member to the lower corner of the capital. Place one leg of a compass on this oblique line and draw a circle having a diameter equal to the upper two-thirds [of the upper half] so that the semicircle that is closer to the capital becomes a wide concave edge of this part [the upper two-thirds].

se holkelen. Darnach reyß ein cirkellini zwischen den engeren zweyen zwerch linien die sie albede anrür/des gleychen die seyten des captels vnd den ortstrich/darauß wirdt ein kleine holkelen/vnd sint sich jr vndere scherpf wie weit sie sich auß lett. Darnach mach ein kleine holkelē von der auß geladē scherpf piß an die blat fasen oder seytenn des captels. So du das captel ziren wild/so mach vnder den öreren der blatten die zierd in jrer fierung so dick die groß holkelen ist/vnd lad sie ein wenig weyter auß dann des halben captels dick/vnd in die kleineren holkelen magst du ein ast machē dauan sich das laub ober sich zeucht/in der blatten holen magst du ein rosen/oder ein ander zird machē. Zům anderē mal ender das captel also/die blatten vnnd fasen darunder/laß bleyben wie vor/aber den negsten sechs teyl vnder der blatten schneyd ab mit einer zwerch lini/vnd teyl jn in zwey gleyche teyl/auß dem öberen halbteyl mach von der öberen fasen hindersich ein tieffe holkelenn die deß captels dicken rür. Darnach teyl das vnder halbteyl auch mit einer zwerch lini in zwey teyl/darauß mach zwo fasenn/die vnderst vbertreff halb so weyt als die negst vnder d' blatten/aber dz ander fesslein auf der vnderstē fasen/ruck so weyt hindersich als hoch sie ist. Darnach teyl den dryten sechs teyl mit einer zwerch lini entzwey/vnd in dz ober teyl brauch ein schlangē lini zů d' zird die an dret vnder d' vnderstē fasen/in d' weytē des oberē fesleins dz daraufleit/vñ machs also/das oben die lini den auspug/vñ vnden den einbug gewiñ/der selb einbug ende mitten zwischen jrem ober teyl/vnnd des captel leibung. Darnach zeuch ein außbogne lini/ober den leib deß captels auß dem ytz worden/winckellein biß vndē wider an das captel/aber nit weyter auß geladen dan das negst eck darob. Darnach mach die zird vnder den vier öreten der blaten in jrer fierūg anderhalben sechsteyl dick/vnd lad sie des halben captels dick auß. Auch mach ein fierung zů der zird in der hölen der blaten groß oder kleyn. Solichs zeyg jch darumb an durch fierung zůmachen/vonn der wegen die in stein vñ in holtz erbetten. Itē der blatten dick zir also/teyl jr fasen in drey teyl/dz oberst teyl laß ein fasen bleyben/auß den zweyen vnderen teylen zeuch ein schlangen lini/also das jr hölen vnden auß ge/vnd heb die schlangē lini so fert hinder der fasen an/so breyt die fasen ist. So du die blatten mit dem cirkel wilt auß nemen/dem thů also. Reyß durch der blatten fierung zwo kreutz lini/also das vier firung geteylt werden/vnnd zeuch die selben linien so weyt für die firung so weyt du der bedarfst. Darnach reyß die grund in jren firungen zů beden captelen/vñ nym mit einem cirkel an eine die grost runden/vnd setz die mit dem ein fueß des cirkels auf der kreůtz lini in den forgemelten runden ryß/vnd den anderen fueß setz auf der kreůtzlini hinauß in einen puncten. a. vnd reyß mit dem ersten fueß zů beden seyten rund durch die seyten d' fierung/also thů jm auch mit den anderē seyten der fierung/vñ setz in die puncte der kreůtz linien. a. b. c. d. Darnach reyß auch die zird der blatten dickē im grund mit dem cirkel auß disen puncten. a. b. c. d. wie tief sie hinein gend. Item den schamel den du auf das captel setzest/den mach als dick als das captel/aber nůn eins vierteyls hoch von dem captel/den zier oben vnnd vnden mit kleinē leisten. Item das bild das du auf die seulen stellen wild/soll zweymal so hoch sein als das captel vnd der schamel ist. Soliche captel mit den grunden hab jch vnden aufgerissen.

Then draw a circle next to the lower third of the upper half of the capital so that it touches the top and bottom horizontal lines of this section, as well as the oblique line. This will result in a narrow concave edge for this section of the capital. Then draw a small [quarter-round] concave edge from the preceding edge to the flat side of the capital. If you wish to decorate this capital, the ornaments below the corners of the slab should be limited in size to the thickness of the portion of the capital with the wide concave edge. It should protrude a little more than half the thickness of the capital. In the section with the narrow concave edge you can place a branch with foliage above it. You can decorate the edge of the slab with roses or some other ornament.

Construct the second capital as follows: Leave the slab and the straight-edged section below it as before. Cut off the next sixth with a horizontal line and subdivide it into two equal parts. Give the upper subdivision a concave edge which recedes toward the flat side of the capital. Divide the lower subdivision into two with another horizontal line. The edge of these two should be straight, but the lower portion should protrude the same distance as the section below the top slab. The upper portion, however, should be recessed a distance equal to its thickness. Divide the third sixth in two by means of a horizontal line. For the upper portion use a serpentine line as decoration. It should begin its turns below the lowest straight-edged ledge and its width should be the same as the upper narrow straight-edged ledge. The upper line should bulge upward, whereas the lower line should be indented inward. Then draw a convex line along the edge of the capital. It should not protrude farther than the next corner above it. Add ornaments below the four corners of the slab. These should be no thicker than one-and-a-half-sixths of the capital and should protrude half of the thickness of the capital. Also add a rectangular ornament on the edge of the slab. It can be large or small. I suggest rectangles because they can be made in wood or in stone. You can also ornament the edge of the slab as follows. Divide its straight edge into three parts. Keep the uppermost straight-edged, but decorate the two lower ones with a serpentine line so that its openings are on the bottom. This serpentine line should begin immediately at the edge and should extend across the entire width of the ledge. If you want to prepare a ground plan of the slab, draw two crossed lines on its quadrangular form so that it will be divided into four quadrangles. Draw these lines as far beyond the quadrangle as you wish, and fill in the ground plans of the two capitals [which were described above]. Now place one leg of a compass on the point where the lines cross in the middle and the other leg on a point *a* outside the ground plan. Draw an arc with the first leg through the sides of the quadrangle. Then do the same on the other sides from the points marked *a, b, c,* and *d.* Now draw the decoration on the edge of the slab from these same points shown in the depth of its recess. The platform that is placed on top of the capital should be as thick as the capital itself, but only a quarter of its height. Embellish it with narrow fillets above and below. The sculpture that is to be placed on top of the column should be twice as high as the capital and the platform. I have drawn these capitals in the diagram that follows.



SO nun die krum seulen mit jrer zů gehörung fertig ist / als dañ mach ein possament darunder gantz gefirt. Erstlich mach ein aufrechte ablange fierung so breyt als der seulen fas vnden ist / vnd zweymal so hoch / vnd setz darunder ein gefirten stein eins vierteyls hoch von der aufrechten fierung / vñ auf ytlicher seyten der gantzen fierung breyt ausgeladen / von diser aufrechten fierung schneid vnden mit einer zwerch lini ab ein vierteyl / vnd reyß von der selben höch herab auf den vnderē stein ein ort lini eins halbteils weyt ausgeladen von der aufrechten fierung. Darauß mach ein stiegen mit vier staffelen vnd lad die staffelen oben aus jres Diameters weyt / vñ mach jn oben ein fasen eins vierteyls breyt von der staffelen höhe / vnd darunder reyß hinein ein holkelen. Darnach schneyd oben d̄ fierung jren achteyl ab mit einer zwerchlini / vñ lad den abschnit obē so weyt auß als hoch er ist / vñ reyß oben vonn der außladung ein ort strich herab vnnd hinein an die fierung zů der negsten zwerch lini. Darnach teyl mit einer zwerch lini disen abschnit in der mitt von einander. In disem oberen halbteyl schneyd mit einer zwerch lini oben ein sechs teyl ab / darauß mach ein fasen / der eck vbertret vnden die ortlini. Darnach reyß in dem vnderen teyl ein außbogē cirkeltrum vber die ortlini / also das jr anfang auß der ortlini ange / vnd ende wider auf der ortlini an der vnderen zwerchlini. Darnach teyl das vnder halbteyl mit einer zwerch lini in zwey teyl / das ober teyl / teyl in vier teyl / auß dem oberenn vierteyl mach ein fasen die mit jrem vnderem eck vber der ortlini dret / darunder zeuch ein holkelen tyef hinein / also das sie am herauß zihenn wider die vnder zwerch lini rür. Darnach teyl das vberblibenn vnderst teyl in vier teyl / auß dem obersten vnd vndersten teyl mach zwey feslein so weyt außgeladen so hoch sie sind. Aber auß den mitleren zweyen teylen / mach ein wellen mer dann des halben cirkels weyt vber die

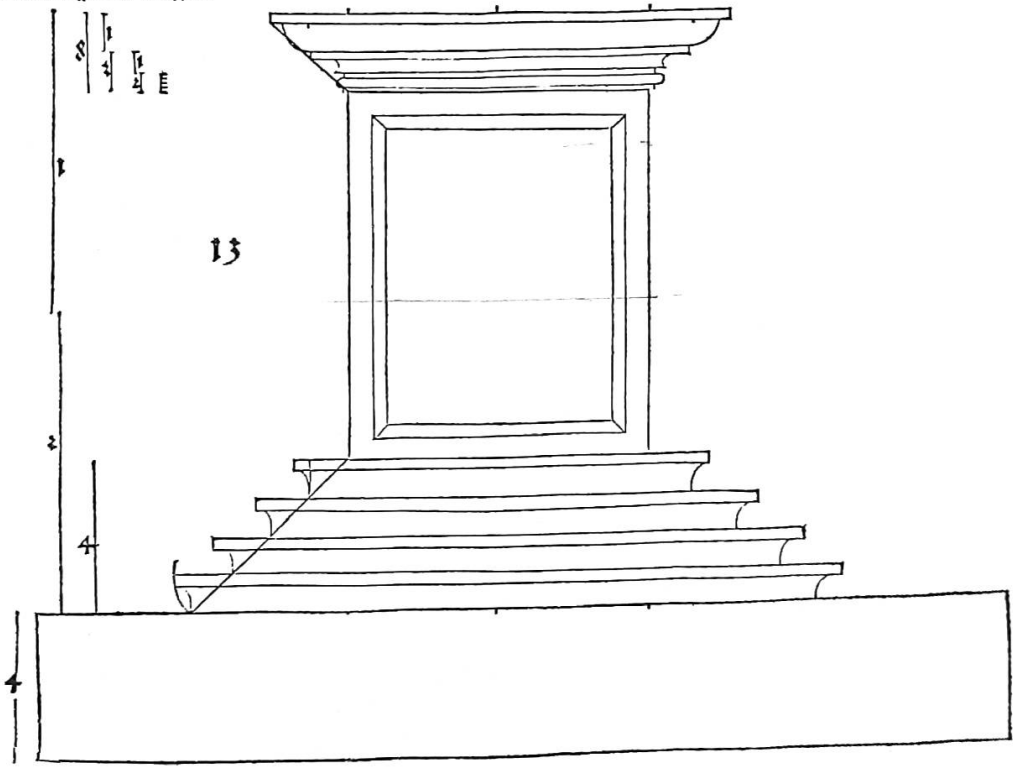
fig. 12

CONSTRUCTION OF A POSTAMENT FOR THE TWISTED COLUMN

Now that the twisted column with all its components has been completed, make a quadrangular postament below it. First draw a vertical rectangle equal in width to the lowest straight-edged section of the column and twice as high. Place below it a quadrangular stone measuring in height one-quarter of the vertical rectangle and protruding at each side. With a horizontal line trim off one-quarter of the height of the vertical rectangle near its base. Then draw an oblique line from the tip of this horizontal line down toward the lowest stone. The latter should protrude by half the length of the vertical rectangle. This will enable you to construct a flight of four steps, each to protrude on top twice their diameter, and each with a straight-edged ledge on top measuring a quarter of the height of each step. Below these straight edges draw concave edges for each step.

Now trim off an eighth of the vertical rectangle at the top by means of a horizontal line so that it protrudes a distance equal to its height. Draw an oblique line beginning at the upper tip of this protrusion down toward the rectangle to the next horizontal line. Divide this section with a horizontal line into two equal parts. Cut off one-sixth of the upper half by means of a horizontal line and give it straight edges. Its lower corner should project beyond the oblique line. The lower half should have convex edges. This arc should protrude beyond the oblique line, so that its beginning is outside the oblique line but its end is on the oblique line where it touches the lower horizontal line. Then divide the lower half in two with a horizontal line and subdivide its upper portion into four sections. The uppermost quarter should have straight edges which protrude beyond the oblique line with its low corners. The next ledge should have deeply carved concave edges and its lower corner should again touch the oblique line. Divide the remaining lowest portion into four sections also. The top and bottom sections are to have straight edges, protruding as far as they are high. Combine the two middle ones with a convex edge protruding more than the width of a semicircle.

fasen auß geladen. Item das oberst gröst cirkeltrum mag man mit einem lauberg ziren/auch die an deren ding am possament wie einer selbs will/vnd die vier seyten der fierung mag man mit historien vnd epitafien ziren/doch soll man vor den vier seyten der fierung leysten machē/die fasen diser leysten mach breyt eyn zwelfteyl von des possamenst breytten. Aber den absatz den die leysten hinein soll habē mach halb so breyt. Item die vier eck der stiegen leger vier mener für ein zird als hüter. Aber oben auf die vier eck des possamētes mach vier merketzlein/die recht größ zů diser seulen soll also genumenn wer den so ein man auf dem grossen gefierten stein vor dem possament stet sol sein haubt in die mit des pos samentz reychen. Diß possamēt hab jch hernach auf gerissen/der grund ist leychtlich darzů zů reyssen/ darumb hie vnderlassen.



SO du aber wild magst du die stiegen an dem vorgemeltē possament aussen lassen vñ anderst ziren mit leistenwerck dann for/dem thů also/mach disen aufger ssen stein zweyer fierung hoch/dz vnder gesims mach einer halben fierung hoch vñ lad das vnden auf yetlicher seytē so weyt auß vñ zeuch von vndē diser auß ladūg ein ortstrich vberstch biß zů ende des gesims an den stein darbey sol die zird gezogen werden/dise höhe teyl in drey teyl/vñ auß dem vndersten dryteyl mach ein gefierten stein mit einer blatē fasen/aber auß den öberen zweyen teylen mach die ander zierd/auß dem vnderē halbteyl mach im vndersten dritteyl ein fasen/vñ auß den oberē zweyen teylen ein holkelē/aber im oberen forgemelten halbteyl mach auß dem vnderē halbteyl in seinem vnderen dritteyl auch ein fa sen vnd holkelen darob/wie vor von dem vnderen teyl geredt ist/vñ im obersten teyl mach zwo schmal fasen vnd in der mit ein stab so groß die zwo fasen sind.

The uppermost arc can be decorated with leafwork. The other parts of the postament can be ornamented as you like. You might decorate the four sides of the quadrangle with historical scenes or epitaphs. The quadrangle should be given a frame as well, a twelfth of the width of postament, with facets of one-half that width. You can place four men as guards at the four corners of the steps, and on the top corners of the postament you can place four long-tailed monkeys.

To determine the correct size of this column, consider that if a man stands on the large quadrangular stone in front of the postament, his head should reach the middle of the postament. I have drawn this postament below. Because its ground plan is easily drawn, I have omitted it.

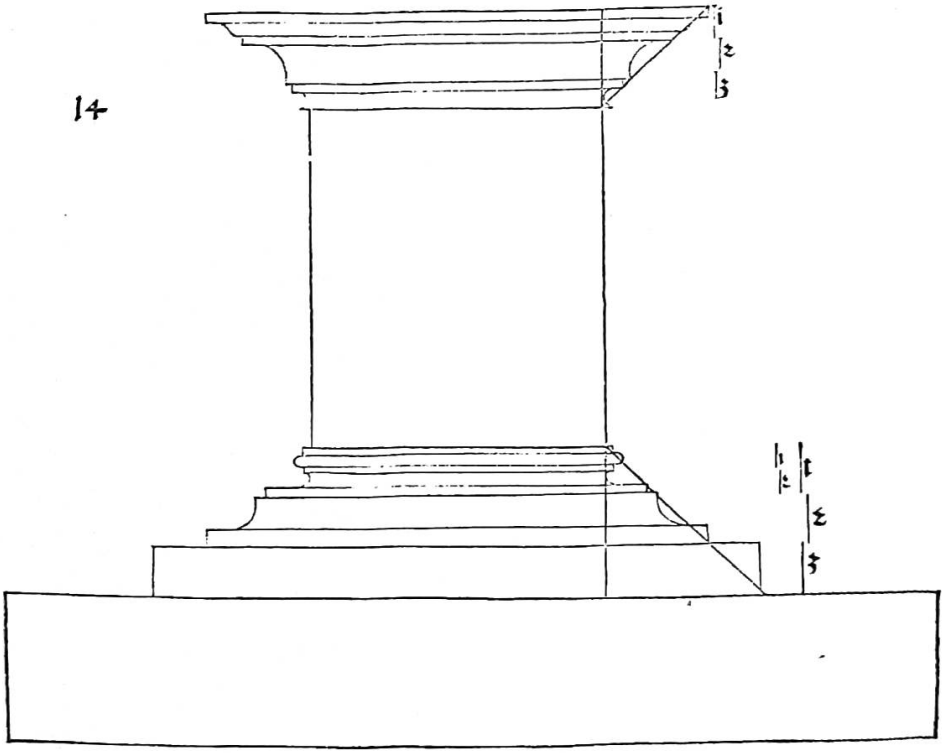
fig. 13

ALTERNATE METHOD OF DECORATING THE STEPS OF THE POSTAMENT

If you prefer, you can omit the flight of steps of the preceding postament and use a different arrangement. Draw the stone to a height of two quadrangles and the lower portion equal in height to half the quadrangle. This lower portion should protrude this same distance on each side. From the tip of this protruding section, draw an oblique line upward to the lower end of the main part. It will serve to determine the ornamentation. Now divide the upper portion into three parts. The lowest third will have straight edges, but the other two-thirds will be different. Draw straight edges for the lowest third of the middle third, and combine the upper two-thirds with a concave edge. Divide the uppermost third into three portions also. The lowest portion should also have straight edges, and the next ledge concave edges. The uppermost portion should consist of two straight-edged ledges and a middle layer with convex edges the same width as the straight-edged ledges above and below it.

Das ober gesims mach eines drytteyls schmeler dann das vnder vnd lad das seyner dicken weyt auß dises teyl in drey teyl auß dem öberstenn drytteyl/mach zwey feslein das ober breyter dann das vnder/ aber in der mit zeuch ein schlangen lini die so breyt sey als die zwo fasen das die holkelen oben vnd der außbug vnden sey/aber auß den vnderen zweyen dritteylen mach zwo holkelen vñ das die vnder oben ein kleins fesle hab. Wie jch das hernach hab aufgerissen.

14



ES begybt sich oft/so man in schlachten ein felt erobert das man dann ein gedechtnus oder seulen an der stadt da man die feynd erlegt hat aufricht zů einer gedechnuß/was das für leut sind gewesenn die man vberwunden hat/sind das mechtig leut gewest/mag man von jrem zeug den man erobert hat ein soliche seulen machen vnd aufrichten.

Leg zům ersten ein gefird steinberg auf einen bůhel der alle ding was man darauf setz tragen můge/ ein seyten acht vñ zweyntzig schuch lang vnd ob dem erdrich neun schuch/vnd leg auf yetlichs eck ein bůchssen kugel anderthalbē schuch hoch/vnd mach mitten auf disem steinwerck vier staffelen dreyer schuch hoch/vñ die vnderst staffel mach ein schuch vñ ein vierteyl hoch/darnach teyl die anderē drey ordenlich ab/also das die oberst die niderst werde/vnd das sich die mittelen zwo staffelen ordenlich ein teylen/wie dz foren im ersten bůchlein hinden in den lininien ist angezeygt/an der vndersten staffel mach

The upper shelving should measure a third less in height than the bottom one. It should protrude a distance equal to its height. Divide it into three parts and subdivide the upper third into two straight-edged ledges of which the upper one is to be wider. Decorate the center subdivision with a serpentine line of the same width as the upper and lower straight-edged ledges, but give this midsection concave edges. Give the lower two-thirds concave edges as well, but add a narrow straight-edged collar at the top of the lower one. I have drawn this below.

fig. 14

MONUMENT TO COMMEMORATE A VICTORY

It happens frequently that after a victorious battle a memorial or a column is erected at the place where the enemy was vanquished in order to commemorate the event and to inform posterity about what the enemy was like. If the enemy was a mighty one, some of the booty might be used for the construction of the column.

First build a quadrangular mound of stone which can support whatever you wish to build on it. It should measure twenty-eight feet on one side and rise nine feet above the ground. Place a cannon ball having a diameter of one and a half feet at each corner. Then add four steps centered on this base and rising three feet in height. The lowest step should measure one and a quarter feet in height and the others should be in proportion, so that the uppermost one will be the smallest, and the middle two will be in harmony, as explained in Book I. The length of the lowest step should measure

ein seyten vier vnd zweyntzig schuch lang/aber die oberst staffel mach eyn vnd zweyntzig schuch lang vnd setz auf yetlichs eck ein bulfer dunnen drythalb schuch hoch/vnnd im bauch zweyer schuch breyt/ aber die eck der staffelen schneyd mit einem ortstrich vergleychlich ab. Darnach setz mitten auf die stiegen ein aufrechten ablangen stein zwelf schuch hoch vnd acht schuch breyt/das gesims lade oben auß drey vierteyl eins schuchs/vñ machs als dick so weyt das auß geladen ist. Darnach mach auß des gesims obersten vierteyl ein fasen/vnd machs zwischen der oberen fasen vnd ende des gesims in dem vndersten vierteyl auch ein fasen so weyt auß geladenn so hoch sie ist die wirt kleyner dann die öber. Darnach zeuch zwischen den zweyen fasen ein schlangen lini/also das die holkelen oben vnnd der außbug vnden sey. Aber die zird vndē an dem stein lad auf yetlicher seyten zweyer schuch breyt auß/vñ mach die vnder blat fasen eins schuchs hoch. Darnach reyß ein zwerchlini durch den aufrechten stein eines schuchs hoch ob der gefiertē blatē fasen/vñ mach auß dem vndersten dritteyl ein fasen die fürdret den stein eins schuchs weyt/vnd auß den öberen zweyen teylen mach ein holkelen die da ende im negsten dritteyl bey dem stein zwischē der fasen end vnd des steins. Darnach setz ein werfmörser mit seiner laden mitten auf disen stein die vnder augē acht schuch breyt sey/vñ mach den mörscher mit sambt seinem gestül hoch zehen schuch/vnnd mach jn forn vmb das maul breyt fünf schuch von der zierd vnd sterck wegen/aber im leyb mach jn vier schuch vnd eyn vierteyl/aber die ring vñ zierd sollē vberlauffen vnd im bulfersack mach jn breyt drey schuch vnd eyn vierteyl. Darnach stell mitten auf disen mörser ein grosse starcke buchsen eyn vñ zweyntzig schuch lang hinden dreyer schuch aber forn zweyer schuch breyt/das eysen das sie scheust soll eins schuchs hoch sein/vnd das maul an der büchsen soll starck sein dann die zierd soll forn vnd hinden den leyb der büchsen in rechter ordnung vnnd stercke vbertreffen/ wie dz die künstlichen buchsen giesser wol wissen zümachē. Darnach steck oben in die büchsen ein glocken mit jrem ör dreyer schuch weyt vnd zweyer hoch/vnd leg zwo bafesen kreütz weyß darauf/vnd setz vier harnisch mit den rucken an einander auf die bafesen/also das auf den vier ortenn jr beingwand vber die bafesen hangen das alles mach vier schuch hoch/aber jre federbusch magstu vber jre helmlet/ vnd auff die seiten ziehen so hoch vnd weit du wilt/vnd ein bafesen mach lang. 6. schuch wie das hernach ist auffgerissen/aber so dise ding groß im werck gemacht werdē/soll man ein yetlich ding sunder ziren

twenty-four feet, but the uppermost step should be twenty-one feet long. On each corner of this step place a powder keg measuring two and a half feet in height and two feet wide at its bulge. Cut off the corners of the steps at an angle. Then place an oblong stone block centered on these steps. It should measure twelve feet in height and eight feet in width. Its upper ledge should protrude a quarter of a foot and be equally thick. The upper quarter of this ledge should have a straight edge. The lowest quarter should also be straight-edged but should protrude only a distance equal to its thickness—that is, it will be shorter than the one above. Then draw a serpentine line to decorate the two remaining quarters. The lower ledges should protrude two feet on each side, the bottom one rising one foot and having straight edges. Then draw a horizontal line one foot above this ledge. The lowest third of this portion should protrude by one foot and have straight edges. The upper two-thirds are combined by means of a concave edge. They should protrude by one-third the length of the bottom section.

Now place a mortar on the stone block. It should measure eight feet in width at the bottom and extend ten feet in height. Its barrel on top should have a diameter of five feet, counting the ornamentation and its wall thickness. But the barrel proper should measure only four and a quarter feet in diameter. The ornamentation and the rings will therefore protrude beyond this. The powder compartment should be three and a quarter feet wide. Now place a large, strong cannon barrel on top of the mortar. This barrel should measure twenty-one feet in length, three feet in diameter at the bottom, and two feet wide at its top. The ammunition shall measure one foot in height. The mouth of the barrel shall be strong, and the ornaments at both ends shall be proportionally thicker. This is known to skillful casters of cannon. Then place a bell on top of the cannon, measuring three feet in diameter and two feet in height. Surmount this with two pairs of andirons, put down crosswise, and four suits of armor placed back to back, so that their leg armor hangs over the andirons. All this will total four feet in height, but the plumes can extend above and to the side as far as you like. Each andiron should be six feet in length. All this is shown in the following diagram, but because these things are large, each should be ornamented individually.

The preparatory drawing remains in Bamberg. It was formerly in the collection of Joseph Heller and is now in the Staatsbibliothek. It measures 268 x 218 mm. Thausing (1884, vol. 2, p. 311) thought that this and the following monuments were drawn by Dürer in a jocular vein. Staigmüller (1891, p. 30) disagrees with that view because Dürer's avowed intention was to provide a serious Manual for the use of young painters. *(See Appendix, p. 452.*

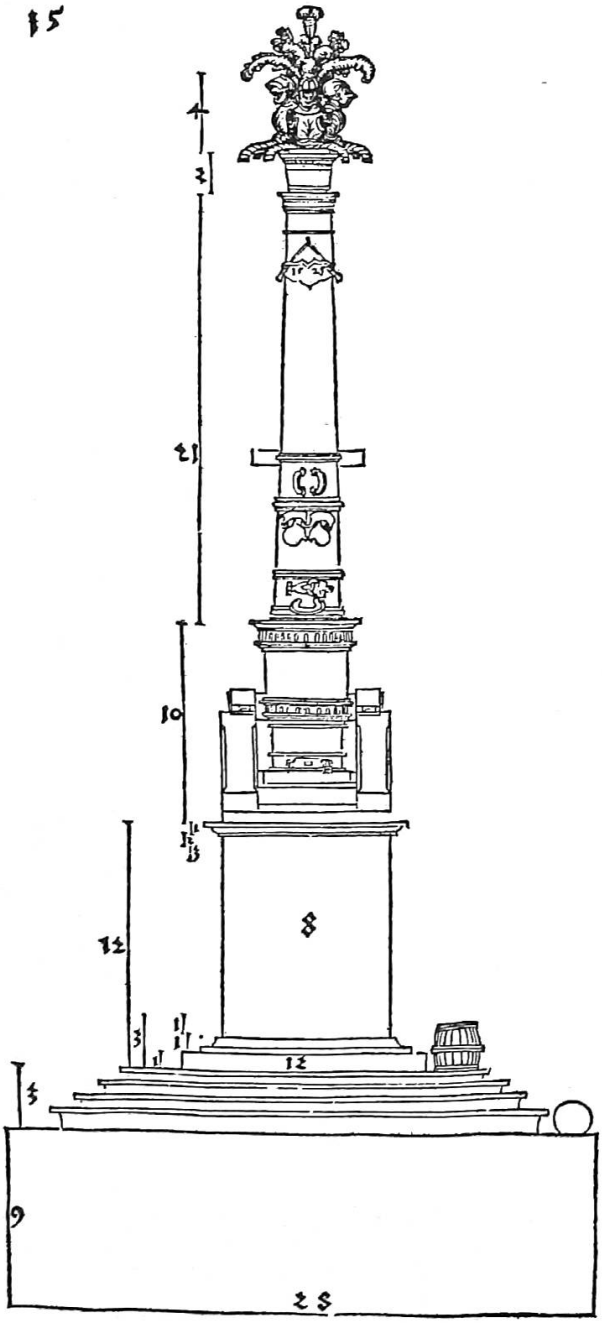


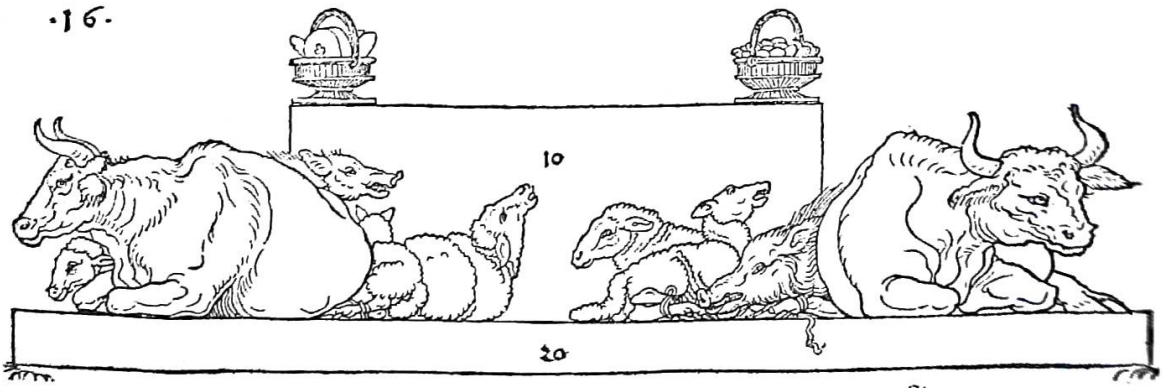
fig. 15

Monument to Commemorate a Victory

WElicher ein victoria auf richten wolt darumb das er die aufrürischen bauren vberwunden het der möcht sich eins solichen gezeugs darzů gebrauchen/wie ich hernach leren wil. Erstlich setz ein gefierten stein zehen schuch ein seyten lang vnnd vier schuch hoch der ste noch auf einer gefierten blatten zweyntzig schuch ein seyten lang vnnd eyns hoch/vnnd auf einen bühel auf die vier örter leg gebunden küe/schaff/ schwein vnnd allerley. Aber auf den öberen gefierten stein setz vier körb auf die vier ort mit kes/butter/ayer/zwiffel vnd kreuter oder was dir zůfelt. Darnach leg noch mitten auf disen stein ein anderen gefierten stein ein seiten siben schuch lang vnnd eynes schuchs hoch/mitten auf disen stein setz ein haber kasten vier schuch hoch vnden ein seiten sechs schuch vñ ein halben lang aber oben bey dem schlos sechs schuch lang/vñ zů oberst auf d' deck. 4. schuch lang darauf stürtz ein kessel vierdhalbē schuch weit/aber im bodē nůn drey schuch/mitten auf des kessels boden setz ein kesnapf eyns halbē schuchs hoch/oben zweyer schuch weyt/aber am boden nit mer dañ anderhalbē den deck zů mit einem dicken teller dz wol vberschies/mittē auf dz teller setz ein butterfas drey schuch hoch/vndē am bodē anderhalben schuchs breyt/ aber oben nůr eines schuchs weyt/doch die schnaupen darauß man geust soll fürtreffen/mitten auf dis butterfas/setz ein wolgeschickten milich krug drythalbē schuchs hoch/im bauch eyns schuchs weyt/aber obē eins halben/aber den fues mach vndenn weyter/vnnd im milich krug richt auf vier scharren damit man das kot zůsamen raspt die zeuch vbersich fünf schuch vñ eyn halben/ daruñ pind ein garbē fünf schuch hoch/also das die scharren ein halben fürtreffen/vnd henck daran der baweren werckzeug hawen/schauflen/hacken/mistgabel/trischenflegel vnd der gleychen/darnach setz zů öberst auf die scharren ein hüner körble vnd stürtz darauf ein schmaltzhafen/vñ setz ein trauretten bauren darauf der mit einem schwert durchstochen sey. Wie ich das hernach hab aufgerissen.

Item welicher einem truncken boltz auf sein begrebnuß ein gedechtnus wolt aufrichten der möcht sich einer solichen nachfolgeten aufgerisnen maynung gebrauchen. Erstlich sein grab daran ein epitauium machen dz den wollust mit gespöt lobet/vñ auf das grab ein pier tunnen aufrecht stellen/vñ oben mit einem bretspil zůdecken/darauf zwo schüssel vber einand' stürtzē/darin wirt fresserey seyn/darnach auf der öberen schüssel boden gestelt ein weyt nidertrechdigen pierkrug mit zweyen hand habē/dz deck mit einem teller zů vñ stürtz darauf ein hochs vmgekertes bierglas/vñ setz auf des glas boden ein körblein mit brot/kes vñ butterē. Der gleychen von anderen dingē möcht man garmanicherley nach eines yetlichen leben sein begrebnus zieren/solichs hab ich von abenteuer wegen wöllen anzeygen vnnd zůsambt den anderen seulen aufgerissen.

·16·



J

MONUMENT TO COMMEMORATE A VICTORY OVER THE REBELLIOUS PEASANTS

If someone wishes to erect a victory monument after vanquishing rebellious peasants, he might use paraphernalia according to the following instructions: Place a quadrangular stone block measuring ten feet in width and four feet in height on a quadrangular stone slab which measures twenty feet in length and one foot in height. On the four corners of the ledge place tied-up cows, sheep, pigs, etc. But on the four corners of the stone block place four baskets, filled with butter, eggs, onions, and herbs, or whatever you like. In the center of this stone block place a second one, measuring seven feet in length and one foot in height. On top of this second block place a strong chest four feet high, measuring six and a half feet wide at the bottom and four feet wide at the top. Then place a kettle upside down on top of the chest. The kettle's diameter should be four and a half feet at the rim and three feet at its bottom. Surmount the kettle with a cheese bowl which is half a foot high and two and a half feet in diameter at the bottom. Cover this bowl with a thick plate that protrudes beyond its rim. On the plate, place a keg of butter which is three feet high and has a diameter of a foot and a half at the bottom, and of only a foot at the top. Its spout should protrude beyond this. On the top of the butter keg, place a well-formed milk jug, two and a half feet high, and with a diameter which is one foot at its bulge, half a foot at its top, and is wider at its bottom. Into this jug put four rods branching into forks on top and extending five and a half feet in height, so that the rods will protrude by half a foot, and then hang peasant's tools on it—like hoes, pitchforks, flails, etc. The rods are to be surmounted by a chicken basket, topped by a lard tub upon which sits a sad [melancholy] peasant with a sword stuck into his back, as I have drawn below.

MEMORIAL TO A DRUNKARD

If someone wanted to erect a memorial to a drunkard he might use the following suggestion: First, make the drunkard's casket, inscribed with an epitaph that mockingly praises his easy living. Place a beer barrel on top of it, covered by a board game, topped in turn by two bowls which would hold a glutton's portion and are joined at their rims. On the bottom of the upper bowl put a low beer mug with two handles and cover it with a plate which serves as the base of a high beer glass turned upside down. The entire structure is to be surmounted by a basket filled with bread, butter, and cheese. In this manner, but with other paraphernalia, one can decorate memorials according to the way of life of the person being commemorated. For the sake of adventure [amusement], I wanted to explain this, and I have drawn it below as part of this section on columns.

fig. 16

The peasant rebellion reached a high point in 1524/25.

The word Abenteuer *is here translated as "adventure" or "amusement." This conforms to the translation into Latin by Christoph Scheurl in the edition of 1532. Scheurl uses the phrase* Haec delectationis causa. *Cf. Rupprich 1969, p. 345.*

The preparatory (?) *drawing for* fig. 16 *is in London, British Museum, Sloane 5228/156. Dodgson (1928, no. 245e) is in doubt whether it is a preparatory drawing or a copy of the woodcut. The pedimenti speak for authenticity, but the fact that this drawing is in the same sense as the woodcut militates against it.*

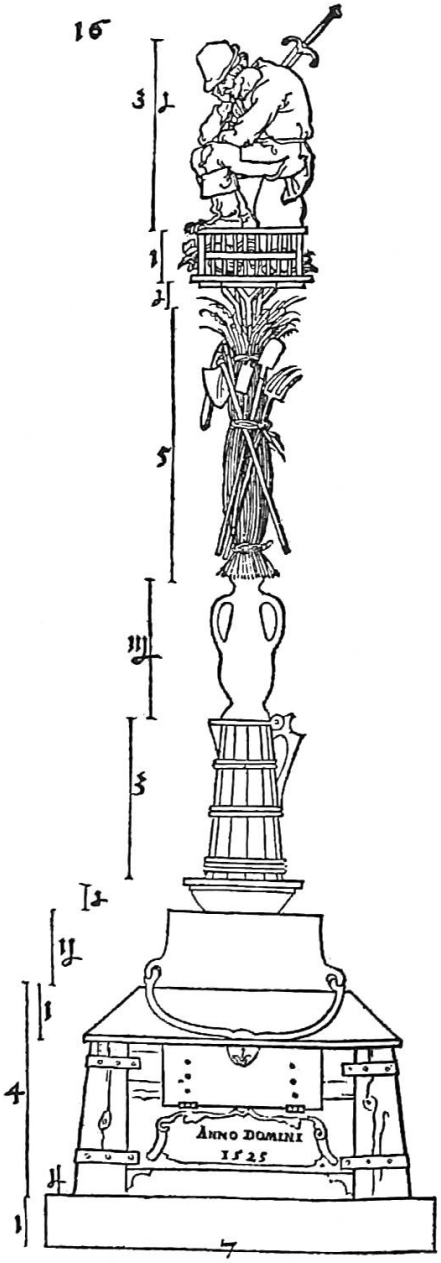
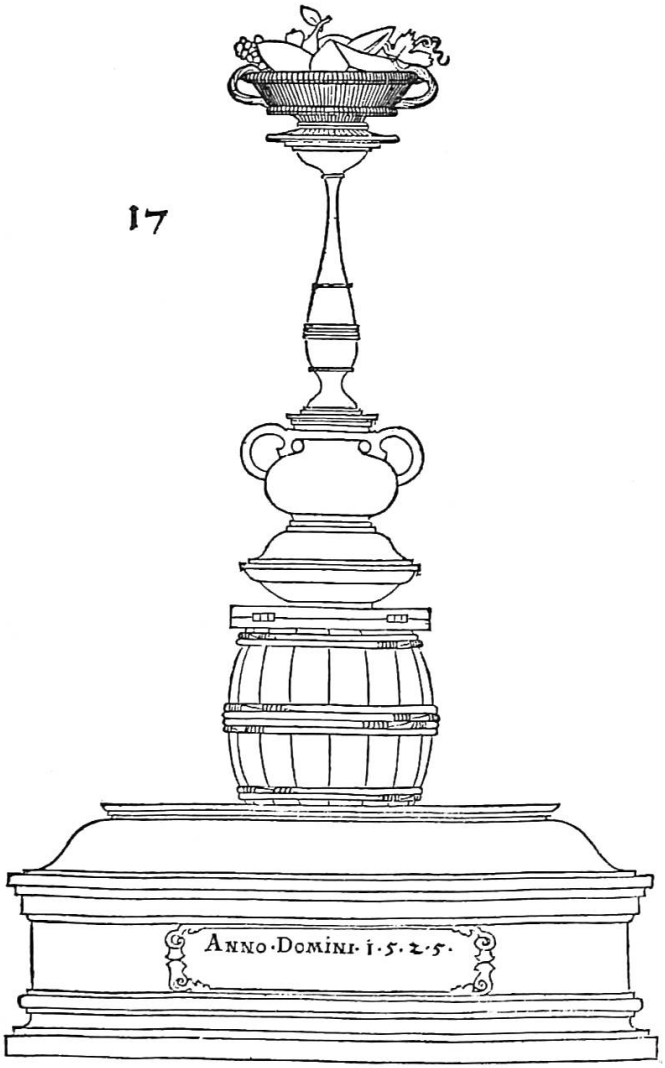

16
ANNO DOMINI
1525

fig.16 [sic]

Monument to Commemorate a Victory over the Rebellious Peasants

17



SO ich foren von den lengletten corperen ein wenig angezeigt hab/wil ich nun ein festen runden thuren leren machen allein das blos corpus on alle zierd/welicher aber einen solichenn thuren bawen wölle der ziere jn nach seinem gefallen /diser thuren soll gemacht werden in einer stat an dem aller gelegesten ort vnnd mitten auf einen marckt gestelt/auf das man vber die gantzen stat darauß sehe/vñ das sich die fremden in allen gassen nach dissem thuren wissen zürichtē/diser marckt soll auf das aller wenigst so weyt sein das ein seyten von seiner fierung fünf hundert schuch er lang

J ij

fig. 17

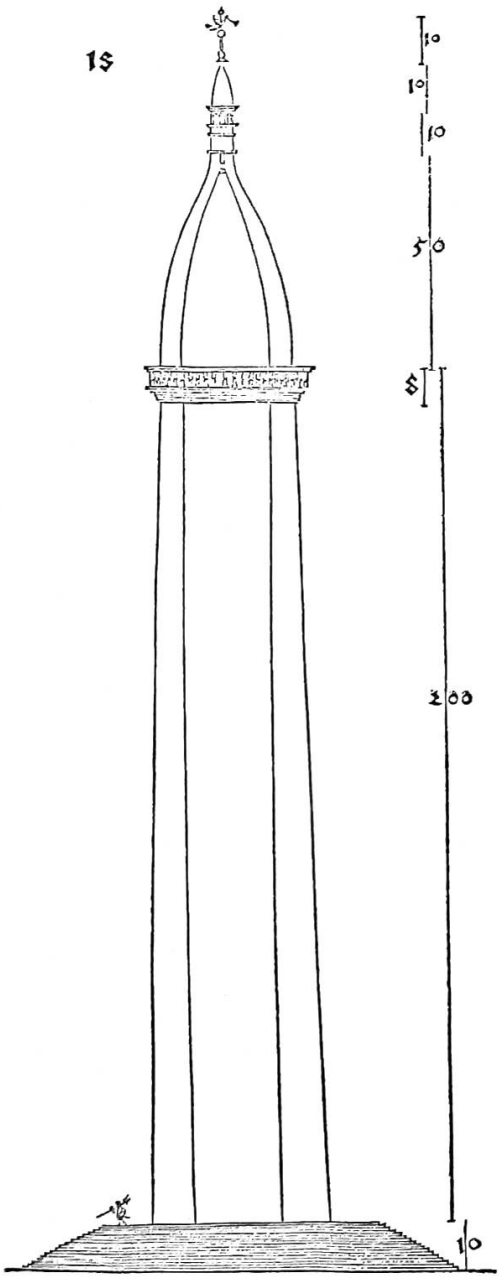
CONSTRUCTION OF A TOWER

After having decided the construction of oblong solids to some extent, I want to teach you how to construct a strong round tower. This will be restricted to the mere shape. Those who build it can then decorate the tower according to their desire. It will be erected in the most suitable spot of a city and placed in the middle of a market square, so that the entire city can be seen from it and it can serve as a guidepost to strangers, no matter in which street they may find themselves. The market square should be at least large enough so that one of its sides is five hundred feet long.

Auf disen platz stell in der mit ein runde stiegen zehen schuch hoch von achtzehen staffelen/ vñ ein yetliche staffel mach eyns schuchs breyt so wirt der dritt sanft/ vñ den Diameter oder ortstrich durch die vndersten staffel do di stiegen am breytestē ist mach hundert schuch lang so behelt der Diameter der öbersten staffel sechs hundert vnd eyn vnd vierzig schuch/die stiegen dient das man darauf sehen mag wz an dem gantzen marckt geschicht vñ was man darauf feyl hab. Darnach stell mitten auf diese stiegē den thuren vnd mach jn vnden vierzig schuch weyt mit samt der mauren die mach vnden dick zehen schuch so beleibt der thurē inwendig holl zweyntzig schuch durch den Diameter/die selbig weyten für inwendig gerad/inauf dz sie gantz aufrecht ste biß zům gang der gemacht soll werdē daselb mach die mauer fünf schuch dick so leint sich die mawer aussen vnd oben hinein/vnd wirt der thuren oben eyns vierteyls schmeler dann vnden/das stet jm wol an vnd tregt starck. Darnach mach den thuren von vnden auf biß vnder die dachung zweyhundert schuch hoch/so wirt er seiner vndersten weytē fünfer hoch vnd inwendig im thuren mach an der maueren zů ring herumb ein flache schnecken stiegen biß zům gang hinauf/der massen weñ es not thet das man sie auch reytten möcht/zů diser stiegen brauch die schnecken lini die im ersten büchlein in der. j7. figur anzeygt ist. Darnach mach ein schmalenn vmgang vmb den thuren/der mauren höhe gleych/der mit dem gesims vnd allem nit weyter herhab tret dañ acht schuch vnd lad jn drey schuch weyt auß/doch magst du das ober gesims weyter lassen fürtretten. Darnach setz auf die thuren maur ein gemauertē dachung/vñ zeuch den eusseren form durch die lini des ersten büchleins in der. 30. figur/aber innen hinauf zeůch die lini mit einem cirkel/so wirt die dach mawer oben dünner dann vnden/vnd dise dachung mach fünftzig schuch hoch biß vnder das glockhaus. Aber das glockenheuslein mach fünf schuch breyt vnd zehen hoch/vnd das ober halbteyl mach offen zwischē den gsimsen mit seulen versetzt/vñ die/dachung darauf mach auch zehen schuch hoch/vnd die gestalt des dachs wirt mit zweyen außbogen zirkellinien oben zůsamen gezogen. Darnach mach die stangen knopf vnd fannen auch zehen schuch hoch. Des thurners wonung soll in der dachung sein/das er auf sech/zeychen geb/vnd die ortricht. Diser thuren ist hernach aufgerissen.

In the middle of this square place a circular flight of stairs rising to a height of ten feet and totaling eighteen steps. Each step should be one foot wide. The diameter of the lowest step will be a hundred feet and that of the top step will be six hundred forty-one feet. From the top of these stairs one can see what is happening in the marketplace and what is being offered for sale. The tower is to be erected on the center of these steps. At the bottom it is to have a diameter of forty feet and a wall thickness of ten feet. This will allow for the inside to measure twenty feet in diameter. This inside diameter will be maintained up to its platform, where the thickness of the wall will be only five feet. As a result, the tower will become narrower near the top, that is, a quarter thinner on top than on bottom. This will look well and make it strong. The entire height, up to the roofing, will be two hundred feet. It will therefore measure five times its base in height. On the inside build a circular stairway along the walls and up to the platform. It should be large enough for one to ride up it on horseback, if necessary. For its construction use the method described in Book I, *fig. 17.* The platform will have a narrow walkway around the tower which will extend, including ledges and ornamentation, no more than eight feet in height and three feet in width. The uppermost ledge may protrude a little further. The roofing is to consist of masonry and should have the shape explained in *fig. 30* of Book I. Draw the inner wall by means of a compass so that it will become increasingly thinner as it nears the top. This roofing should have a height of fifty feet not including the belfry. The latter should measure five feet in width and ten in height. Its upper half should be open between the ledges and supported by columns. The roof on the very top should also measure ten feet in height, shaped by two convex arcs drawn with a compass and joined on top. The rod on top with its finial and flag should also have a height of ten feet. The living quarters of the keeper of the tower should be in the roof, so that he can signal from there and adjust the clock. This tower is shown in the following diagram.

For the preparatory drawings of this tower, see Appendix, pp. 453–54. Cf. Rupprich 1969, pp. 345–46.



J iij

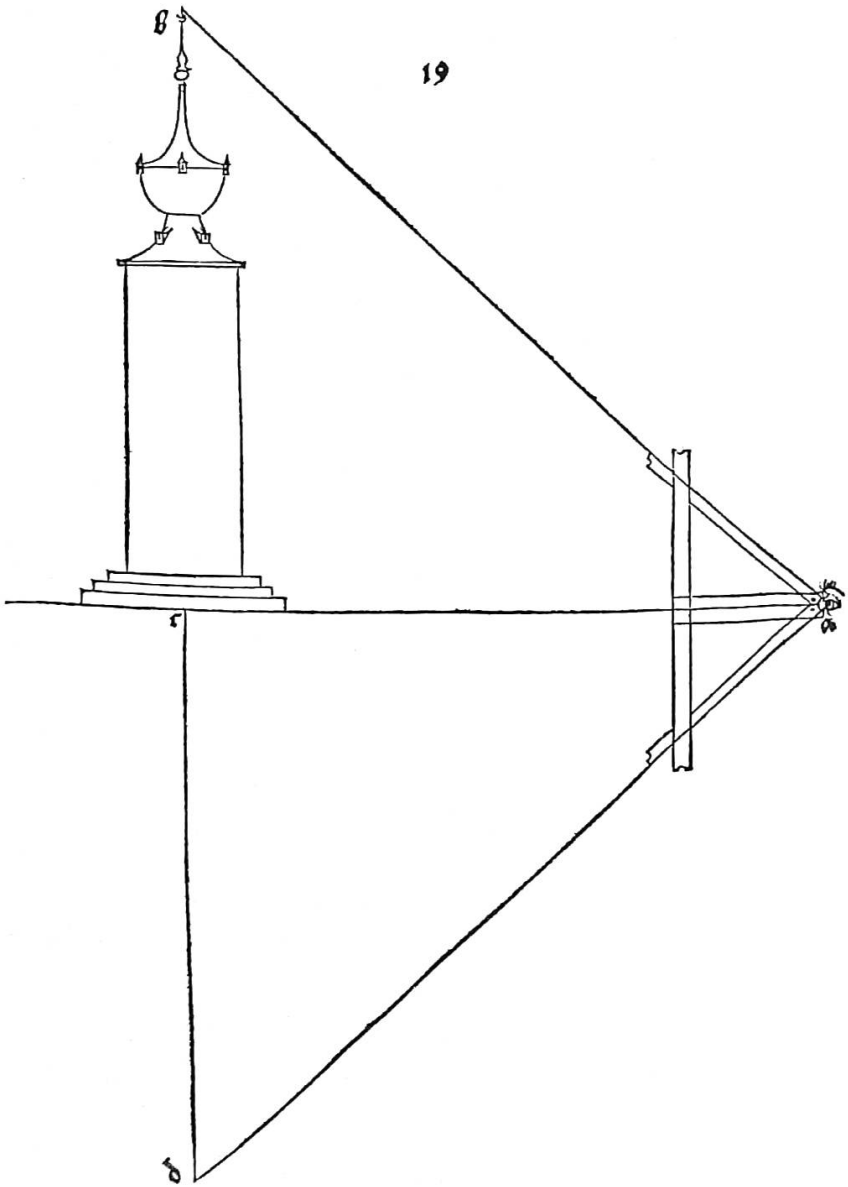
fig. 18

A High Round Tower

NV begibt ſich das einer zů zeyt geren wiſſen wolt wie hoch ein thuren were zů ſolichem abſehē/ vil inſtrumēt dienē als das Aſtrolabium vñ des ſelben quadramen baculus Jacob vñ der gleychen jch will aber hie einen ſchlechtē weg anzeygē. So du die höch eines thurns abſehē wild ſo bezeychē den oben.b. vnden.c. vñ dein aug ſey.a.das ſtell darfon ſo weyt du wild/aber in der höhe als vnden das.c. Darnach nym ein rechtz winckelmas vnd auf das ein ort mach ein ſchmals richtſcheytlein das an einem negelein vmb gee/vnd foren beweglich ſey/vnd leg das winckelmes auf die lini.a.c. alſo das die aufrecht ſeyten gegen dem thuren ſte vnd dein aug ſey hinden am ort da das beweglich richtſcheytlein ein zepft iſt/vnd richt das richtſcheytlein auf die höch. b. vnd ſo du die recht höch haſt punctir das winckelmes vnder dem richtſcheytlein vnd befeſtig das darnach/leg an der ſelben ſtat vn uerruckt dein winckelmes vnd richtſcheit auf die ſeyten nider zů deinem orizon/was dann die höhe des thurns iſt das leg auf des thurns ſeyten/vñ merck das mit einem puncten.d.ſo finden ſich zwen gleych dryangel der aufrecht des thurns höch.a.b.c.vñ der nider gelegt.a.c.d.ſo gewindt die höch.b.c.vnd die nidergelegt weyten.c.d.ein leng/diß felt nit aber du muſt fleyß thůn im meſſen/ſolichs hab jch hernach aufgeriſſen.

DETERMINATION OF THE HEIGHT OF A TOWER

It might happen that one wishes to know the height of a tower. For this purpose one can use an astrolabe, or Saint James' rod, but here I shall show a simple method. Mark the top of the tower to be measured *b* and the base *c*. Mark your eye [point of sight] *a*, as far from the tower as you like, but at the same level as *c*. Then take a right angle gauge and with a nail attach a ruler to its one side so that it can move freely around it. Place the gauge on line *ac* so that the vertical side is parallel to the tower and the eye behind it is at point *a* where the movable ruler is attached. Now point this ruler in the direction of *b*. Once you have determined the correct level, mark the angle gauge accordingly and fix the ruler to that spot. Then, without moving its position, put the gauge and the ruler on the ground and indicate the height of the tower with a point *d* at the side of the tower. You will then have formed two equal triangles—an upright one, *abc*, and one on the ground, *acd*. By this you have determined the height of the tower in the ground line *cd*. You cannot err if you are careful in your measurements. I have drawn this below.



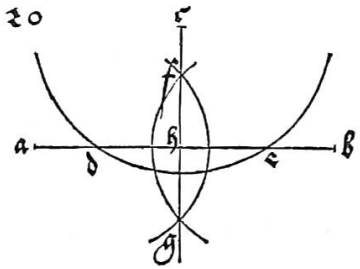
J iiij

fig. 19

Determination of the Height of a Tower

ES ist auch den steinmetzen /maleren / vnd schreyneren nutz das sie an die thürn heuser vnd gemeur ein gemeine sonnē or konnen aufrichten / des halben will ich nachfolget ein wenig darfan anzeygen/ so vil für den gemeinen man not ist/vnd die klein or von .12. stunden leren machen.

Erstlich leren auß einem puncten der ob einer geraden lini stet ein aufrechte lini ziehen/wie dz foren in dem büchlein der linien auch angezeyt ist /aber zů mererem verstand find das also. Reyß ein lini.a.b. darob setz ein puncten.c. vnd setz einen cirkel mit dem ein fues darein /vnnd mit dem anderen reyß ein cirkeldrum vber die geraden.a.b.vñ wo sie die durch schneydet da setz.d.e. Darnach setz den cirkel mit dem einen fues in den puncten.d.vnd den anderen thů angeferlich so weyt auf als du wild/ vnnd reyß mit ein cirkeltrum durch die lini.a. b. vbersich vnd vndersich/des gleychen thů im auß dem puncten.e. mit vnuerrucktem cirkel /wo dann diese zwen krum ryß an einander durch schneyden da setz oben ein. f. vnd vnden ein.g.darnach reyß.c.f.vnd.g.gerad zůsamen/vnnd wo.a.b.durchschnitten wirt da setz ein.h.so wirdt.c.h.g. ein aufrechte lini zů gleychen winckelen/diß ist erstlich not zů den horalogien auf das du wissest was ein aufrechte lini sey /wie das hernach ist aufgerissen.



WEyter mach ein vierteyl eines cirkels des centrum sey.a. vnd die ende.b. c. disen bogen teyl in neunzig teyl oder grad/zům erstē teyl in in drey teyl/darnach teyl yetlichē drey teyl auch in drey teyl der werden neun /darnach teyl yetlichen neun teyl in zwey so werdē .18.darnach teyl ein yetlichen achtzehen teyl in fünf teyl so werden im cirkeltrum neuntzig teyl/ vnd stell disen quadrantē.c.a.aufrecht/vñ.a.b.vberzwerch/vñ die grad sölleu von dē.b.vbersich gezelt werden gegē dem. c.wo du nůn in einer stat bist vud wild ein horalogium machen/ so such zů dem ersten durch ein instrument/oder in tafelen darzů gemacht/wie hoch der polus ob dem erdrich erhaben sey /also zů Nůremberg ist sein höch neun vnd vierzig grad/ so zel von dem.b.vbersich biß zů end des neun vnd vierzigsten grades do setz ein.d.vñ zeuch.a.d.gerad zůsamē/dise lini. a.d.nent man Lateinisch axem mundi/das ist die art daran die gantz welt vmb get. Darnach zeuch ein andere aufrechte lini wie du foren gelert bist auß dem puncten.d.auf die lini.a.b. zů rechten winckelen/in den selben puncten setz ein.e.dise lini nent man in Latein muralem/aber Teutsch mauerlini/darauß die aufrechten horalogia an die maueren gemacht werden. Darnach zeuch ein gerade lini auß dem puncten.e.an die lini.a.d.zů gleychen winckelen auß der vorgendē regel/wo dise lini die art oder stangē lini d' welt durch schneydet/da setz ein. f. dise lini nent man in Latein equinotialē/dz ist die lini die die art lini d' welt in der mitt zů gleychē wincklen von einander scheydet/all dise linien sind nůn recht gestelt auf Nůremberg/wie das hernach ist aufgerissen darauß man die horalogia machen kan/vnd diser quadrant soll so gros gemacht werden das du das horalogium darauß mahen mügest /dann du must sein stettigs gebrauchen vnd darauß arbeyten /der dryangel. a.e.d. mag von holtz oder metall gemacht werden darnach man die stil oder zeyger der oren ein leget/an der mauren söl.d.ein geheft werden/vnd.a.ledig gegen dem polus vnder der erden/so in Latein Antarticus genent wirt steen /auf der ebne soll.a. ein geheft werden /vnd.d. aufgericht in den polum articum/so. e. d. im plano oder auf der ebne ligt so weyset. d. a. die höch des equinocialis.

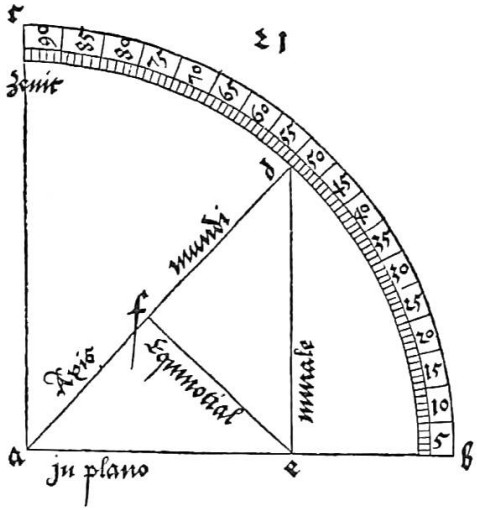
CONSTRUCTION OF A SUNDIAL

It is useful for stonemasons, painters, and carpenters to know how to construct a sundial on towers, buildings, and walls. Therefore I shall show in the following how to construct a simple one for everyday use, with a span of twelve hours.

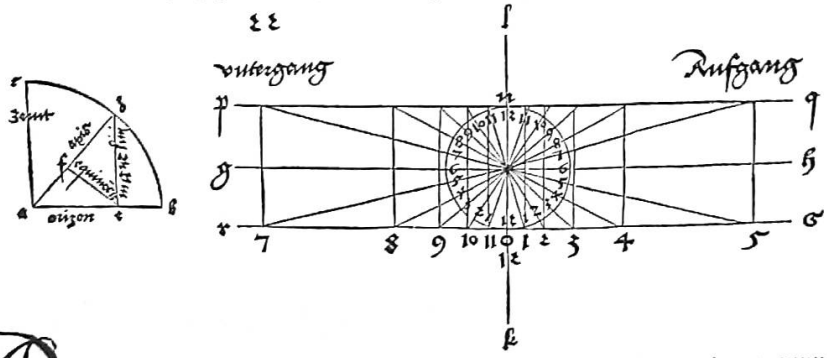
First I must show how to erect a vertical line on a given point, as I explained in the preceding book about lines. But to understand it better, proceed as follows: Draw a line *ab* and place a point *c* above it. Place a compass on point *c* and draw an arc through the straight line *ab*. Where the arc crosses the straight line, mark points *d* and *e*. Then place the compass on *d* and draw an arc as far as you like across line *ab*. Do the same for point *e* without changing the opening of the compass. At the points where these arcs cross, mark *f* on top and *g* on the bottom. Then connect *c, f,* and *g* with a straight line. Where this line crosses *ab* mark point *h*. Line *chg* will then be a vertical line at right angles. This is the first requirement for the construction of the sundial, because you must know what constitutes a vertical line, as shown below.

fig. 20

Then draw a quarter-circle with a center *a* and ends *b* and *c*. Divide this arc into ninety parts or degrees. First divide it into three parts; then divide each third into three more, then divide each ninth in half. This will result in eighteen parts. Divide each of these into five parts, resulting in ninety divisions of the arc. Place this quadrant in a vertical position so that *ab* will be horizontal. The degrees should be numbered upward from *deb* toward *c*. If you are in a city and wish to construct a sundial, you must first consult a table which shows the city's latitude. Nuremberg is at a latitude of forty-nine degrees. In this case, count from *b* upward to the forty-ninth degree and mark this point *d*. Then draw a line from *a* to *d*. This straight line is called in Latin *axem mundi*. It denotes the axis around which the entire world is turning. Then draw another vertical line, by the method shown above, from *d* down to the line *ab* and at right angles to it. Mark this point *e*. In Latin this line is called *muralem,* but in German *mauerlinie* [wall line]. This line determines the position of vertical sundials affixed to walls. Then draw a straight line from *e* to the line *ad* at equal angles, using the aforementioned method. Mark the point where the two lines meet *f*. This is called the equinoctial line. It is the line that divides the earth's axis in two at its center at equal angles [i.e., the equator]. In the following diagrams these lines are based on the latitude of Nuremberg. The quadrant should be large enough for the size of the sundial you intend to construct, because you will need it constantly for your determinations. The triangle *aed* can be made of wood or metal to which are attached the handles, or pointers. It will be attached to the wall at point *d,* whereas *a* should point toward the pole below the earth [i.e., the south pole], which in Latin is called *antarcticus,* and *d* should point to the *polum arcticum* [north pole]. Line *ed* will then be on a plane with the equinoctial line.



NVn fahe an das horalogium zůmachen/vñ reyß ein gerade lini.g.h. vnd reyß ein andre gerade aufrechte.k.l. zů gleychen wincklen mitten dardurch/vñ da sie an einander durchschneydē da setz ein.m.Darnach nym mit einem cirkel auß den quadranten die leng der lini equinoctialis.e.f.vnd setz in mitt den einen fueß in den puncten.m. vnd mit dem anderen reyß ein cirkellini/dise wirdt durch die zwo vorgerissnen geraden linien.g.h.vn.k.l.in vier geleyche teyl geteylt/vnd wo die cirkellini die lini.k.l.durchschneydet/da setz.n. o. durch diese zwen puncten reyß zwo gerad linien. p.q.vñ .r.s.die parallel seyen mit der lini.g.h.Darnach teyl yetlichs vierteyl in der cirkellini mit puncten in.6. geleyche felt so werdenn vier vnd zweynzig gleycher teyl in der cirkellini. Darnach zeuch gerad linien in der cirkellini durch die puncten die gegen einander vbersten durch das centrum.m.vnd gar hinauß zů den zweyen linien. p. q. vnd. r. s. vnd such auß den linien des quadranten albeg gar fleyssig wo ein yetlichs horalogium hin gehört zůmachen/aber das obgemelt ist hernach aufgerissen.



ALso dienet das obgemelt gegen dem equinoctial vnd mitag den stil mitten im centrum. m. mach aufrecht gegen dem equinotial/sein leng nym auß den centrū.m.biß in puncten.n.od.o. Die stil im oriental vnd occidental mach auch also /nym jr leng aus den halben diameter/res equinoctials cirkel. Darnach nym mit einem cirkel auß den vorgemachten driangel die leng.d.c.vnd

fig. 21

Now you can begin to construct the sundial. Draw a straight line *gh* and erect a vertical line *kl* on it through its center at right angles. Where these lines cross mark point *m*. Then measure the equinoctial line *ef* on the quadrant with a compass and draw a circle with a radius equal to that distance around point *m*. This circle will be divided into four quarters by lines *gh* and *kl*. At the points where the circle crosses line *lk* mark *n* and *o*, and through these two points draw horizontal lines *pq* and *rs* which will be parallel to *gh*. Now divide each quarter of the circle with points into six equal parts to a total of twenty-four. Then draw straight lines connecting the opposite points through center *m* and extend these lines beyond the circumference of the circle to the lines *pq* and *rs*. Then carefully determine from the lines of the quadrant where the sundial is to be placed. The foregoing is shown in the diagram below.

fig. 22

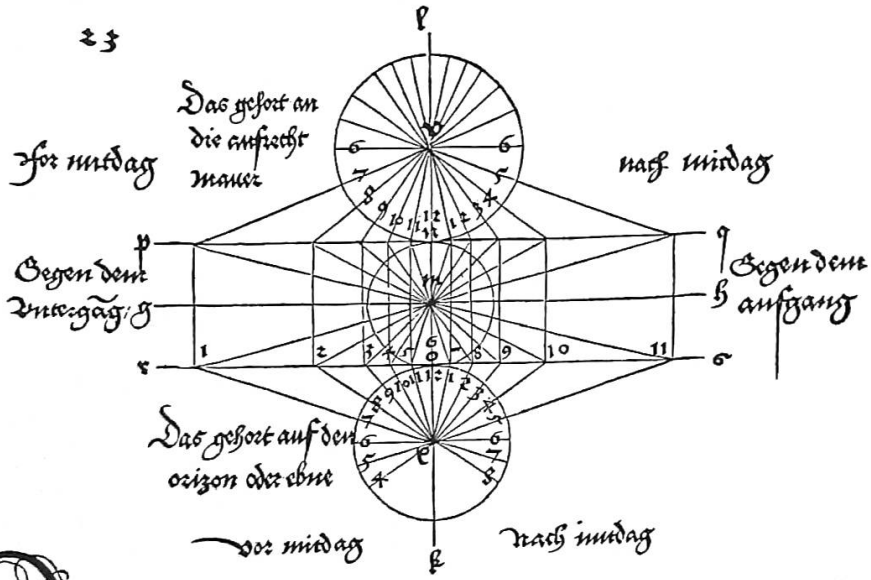
zenith
horizon
axis
equinoctial line
wall line

sunset

sunrise

The above is positioned according toward the equinoctial line and noon. The pointer is placed in the center *m*, rising vertically toward the equinoctial line. Its length should be equal to the distance from *m* to *n* or *o*. On the east side or west side the point should measure in length the same as the radius of the equinoctial circle. Then, by means of a compass, transfer the distance *de* from the above triangle to

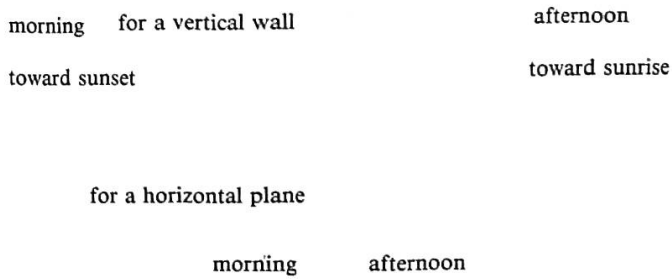
setz den einen fues in den puncten.n.vnd den anderen auf die lini.l.k.in die selb stat setz ein.o. in disem centrum laß den cirkel mit dem einen fues stil sten /vnd mit dem anderen reyß auß den puncten. n. ein cirkellini/ darnach zeuch auß disem centrū.o.gerad lini in die puncten der lini.p.q.Darnach nym mit einem cirkel auß den vorgemelten dryangel die leng.a.e.vnd setz jn mit dem ein fues in den puncten.o. vnd den anderen auf die lini.k.l.in den selben puncten setz ein. r. darauß zeuch gerad linien biß in die puncten. r. s. Darnach setz den cirkel mit dem einen fues in den puncten.r. vnd reyß mit dem anderen ein cirkellini durch den puncten.o.also ist der öber cirkel auß der vorgemelten leng.d.e.gemacht/vnd gehört an die aufrecht mauer zůstellen/aber der vnder cirkel der auß der leng.a.e.gemacht ist/gehört auf den orizon oder ebne zůstellen.Wie das hernach ist aufgerissen/darauß auch die seyten horalogia sind zů nemen.



ZV disen horalogien mag man manicherley ecketter stöck machen darauf allerley horalogia zůmachen sind /aber hie will jch ein gemeynen brauch durch ein cubum anzeygen den man an etlichen orten beschneiden sol /vnd darnach auf die selben felder die die sonn bescheynen mag horalogia stellen/ thů dem also /bezeychen den cubum auf einer seyten an seinen vier ecken mit.k. l.m.n.vnd setz ein puncten.c.mitten darein/daraus reyß ein cirkellini die die vier seyten der fierung an rür /vnd teyl die cirkellini mit zweyen geraden linien in vier gleyche teyl zů rechten winckln /also das die zwerchlini.a.c.b. den orizon bedeut/vnnd die aufrecht lini oben sey das zenit auf dem haubt/vnnd vnden das. e. sey der fues oder basis. Darnach teyl ein yetlichs vierteyl des cirkels in neuntzig teyl wie oben gelert ist/vnd zel von dem.b.vbersich gegen dem. d. so vil grad der polus hoch stet wo du bist/aber hie zů Nůremberg wie gemelt ist die eleuation neun vnd vierzig grad wie vor gemelt /vnd wo sich diser grad endet do setz einen puncten.f. Darnach reyß ein gerade lini.f.c.vñ gar an die zirkellini do hin setz ein.g.dise lini deuttet axem mundi daran die welt vmb get /nach diser lini sollen die stangē die den schatten an den maurē geben gericht werden/ aber auf den verwentē seytē/vñ auf der ebne mag man die stangē nach dem equinoctial oder zenit richten/die stile der vier horalogia im cirkel des equinoctials sollen yetlicher in seinem felt zů gleychen winckelen aufrecht sten. Darnach reyß durch das centrum. r.ein gerade kreůtz lini von einem ende des cirkels zům anderen /also das die lini der axt vnd dise vier gleyche winckel machen vnd setzen an jre ende. h. i. dise lini zeyget an den equinoctial zů beden seyten

a line beginning at *n* and extending to a point on line *lk* which you will mark *v*. Using this point as its center, draw a circle around it without changing the opening of the compass. Now draw straight lines from *v* to *p* and to *q*. Then take the distance *ae* in the above triangle and transfer it by means of a compass from point *o* to a new one on line *kl* which you will mark *x*. From this point draw straight lines to *r* and *s*. Then place one leg of the compass on point *x* and with the other draw a circle through point *o*. Accordingly, the upper circle is based on length *de* and is to be placed on a vertical wall, whereas the lower circle is based on the length *ae* and is to be placed on a horizontal plane. This is shown in the following diagram together with an indication of the sundial's position.

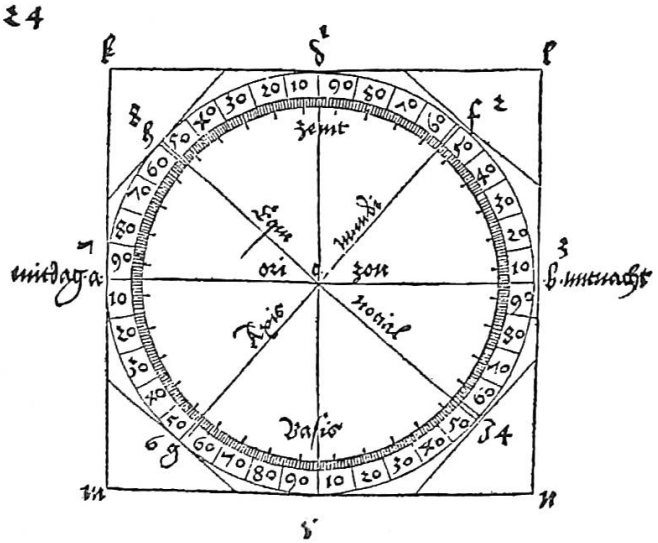
fig. 23



SOLID SUNDIALS

These sundials can be put on variously shaped blocks and can be of several designs. But I shall now explain one for simple use in the shape of a cube which is trimmed in some places. On the newly gained surfaces [resulting from the trimming of the corners] one can place sundials so that they are exposed to the sun. Proceed as follows: Mark the corners of one side of a cube *k, l, m, n,* and place a point *c* in its center. Draw a circle around *c* that touches all sides of the square and divide this circle with two lines into four equal parts at right angles, so that the horizontal line *acd* will represent the horizon, the vertical line will denote the zenith at the top, and point *e* on the bottom will be its base. Divide each quarter of this circle into ninety parts by the method explained before, and begin to count, starting at *b* and going upward toward *d* as many degrees as the latitude of your location. As I have mentioned already, here in Nuremberg this elevation is forty-nine degrees. Mark that point *f*. Then draw a straight line *fc* and extend it to the periphery of the circle. Mark that point *g*. This line is the *axem mundi* along which the world turns. The pointer of the sundial which throws the shadow shall be placed in this direction on the wall. But on the opposite side, when placed horizontally, this rod, or pointer shall be placed according to the equinoctial line or the zenith. Each pointer of the four dials within the circle of the equinox will be in a vertical position in its quarter at the same angle. Now draw two lines crosswise through the center of the circle *c* to the periphery, so that the lines denoting the axes and these new ones will all have equal angles. At the end of the new line place points *h* and *i*. This line indicates the equinox at points *h* and *i*.

durch die puncten. h. i. so nün dise lini des equinoctials kreutzweyß zů gleychē wincklen vber die lini der axt mundi recht stet / so fil dann die axt mit jrem ende. f. hinauf steygt / also vil steigt die kreutzlini deß equinoctials mit jem puncten. h. hinab / vnd der gegenteyl des polus durch das. g. gemerckt / des gleychen der gegenn teyl des equinoctials bey dem. i. verstanden gend gleych mit / dann was am polus zů get das get am equinoctial ab / so wirdt in allen vierteylen neun vnnd vierzig grad beleyben / das ist die höhe des polus zů Nüremberg / vnnd die eyn vnnd vierzig vbrigen grad biß zů dem zenit ist die weyten von dem equinoctial biß zů vnserem orizon / dardurch wirdt der cubus auf der gefierten seyten. k. l. m. n. in acht eck geteylt / die parallel linien kanstu recht formirenn so du die linienn. f. g. axis mundi / vnnd. h. i. equinoctialis gar hinauß zeuchst zů beden seyten durch den cubum / vnd suchst durch die ersten regel oben die krütz lini auf allen vier seyten. h. f. i. g. wie sie da verzeychnet sind / in disen linienn stich dem cubus die vier scharpfen seyten ab darauß werdenn acht gefierte felder / mitten durch sie alle soll die mitag lini gezogen werden / vnd die zwo neben seyten gewinen acht eck / aber vngleych diß geörtert corpus / setz mit dem aufgerisnen ort gegen dem aufgang der sonnen / vnd sein vnderteyl gegen dem vndergang / vnd das. a. stel gegen mittag / aber das. b. gegen mitnacht. Darnach richt die horalogia auf alle gefierte felder da die sunn hin reycht / auch an die zwo nebē seitē gegen dem auf vnd nidergang / wie das alles hernach ist aufgerissen.

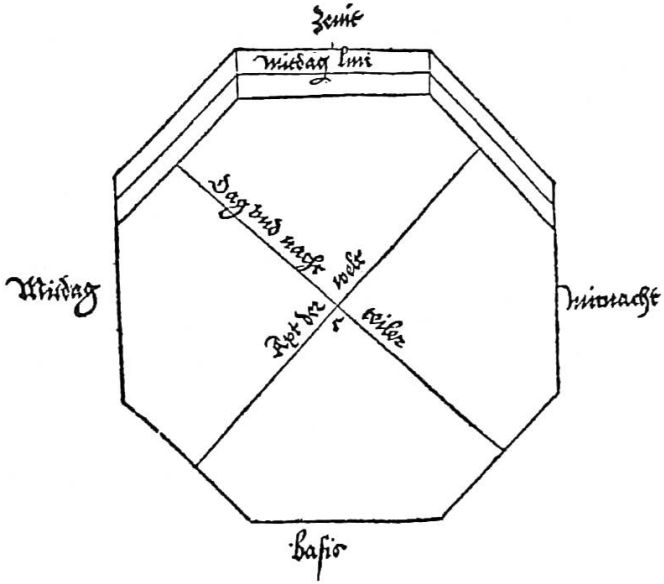


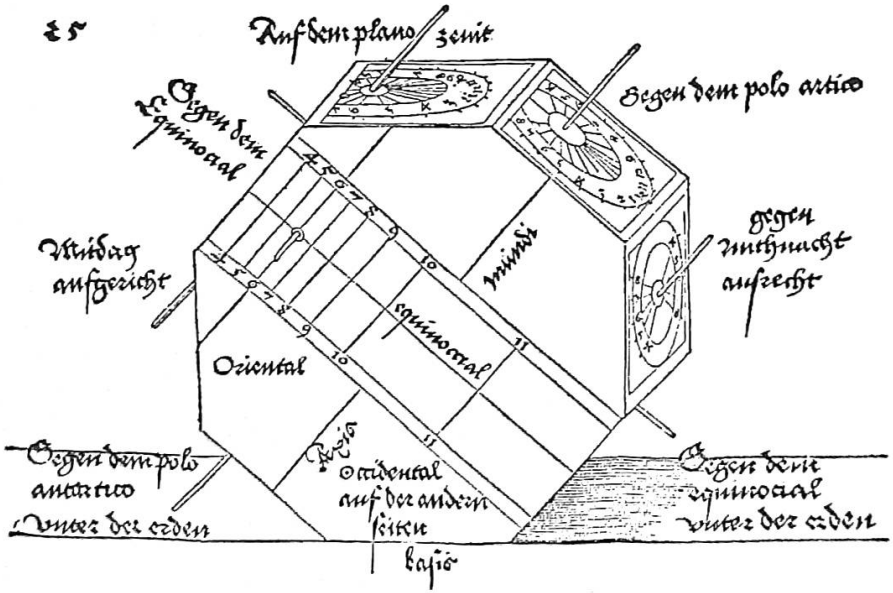
Now that the equinoctial line is placed crosswise, at equal angles, over the line denoting the *axem mundi,* the axis ending in *f* will ascend in equal measure to the descent of the equinoctial line *h.* In the same way, the opposite pole of the latitude, marked *g,* and the opposite end of the equinoctial line, marked *i,* will move in correspondence. What is added at the pole is reduced at the equinox. Thus the latitude of Nuremberg, that is forty-nine degrees, will be reflected in all four quarters, and the balance of forty-one degrees to the zenith is the width from the equator to our horizon. In this manner, the cube is divided on its square sides *k, l, m,* and *n* into eight corners. You can form the parallel lines properly by extending lines *fg,* the *axis mundi,* and *hi,* the equinoctial line, on both sides through the cube. By using the first rule you will find the crossed lines on top on all four sides *h, f, i, g,* as shown in the diagram. Along these lines cut off the corners of the cube, which will produce eight quadrangular planes. Through the center of all of these draw the noon line. The two adjacent sides will become octagonal, although irregular. The indicated side of this [truncated] cube should face sunrise; its bottom will then face sunset. Point *a* should face noon and *b* should face midnight. Accordingly, position the sundial so that the sun can reach four quadrangular planes and the two adjacent sides toward sunrise and sunset, as shown in the following diagrams.

fig. 24

noon midnight

Dürer does not explain how to position the dials on the adjacent sides of fig. 25, *nor how to make proper use of the method pictured by* fig. 27. (*cf. Staigmüller 1891, p. 31*).


zenit
mitdag lini
Dag vnd nacht welt
Mitdag
mitnacht
Axt der teiler
basis


25
Auf dem plano zenit
Gegen dem polo artico
Gegen dem Equinocial
gegen mitnacht aufrecht
Mitdag aufgericht
mindi
equinoctial
Oriental
Axis
Occidental auf der andern seiten
Gegen dem polo antartico
Vnter der erden
Gegen dem equinocial
Vnter der erden
basis

zenith
noon line

day and night

axis of the world

division

noon

midnight

base

fig. 25

toward the equinox

horizontal plane

zenith

toward the north pole

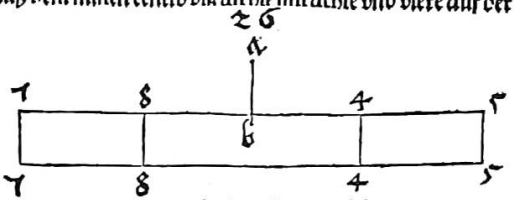
vertical plane toward midnight

toward the equinox
on the bottom of the earth

toward the south pole
on the bottom of the earth

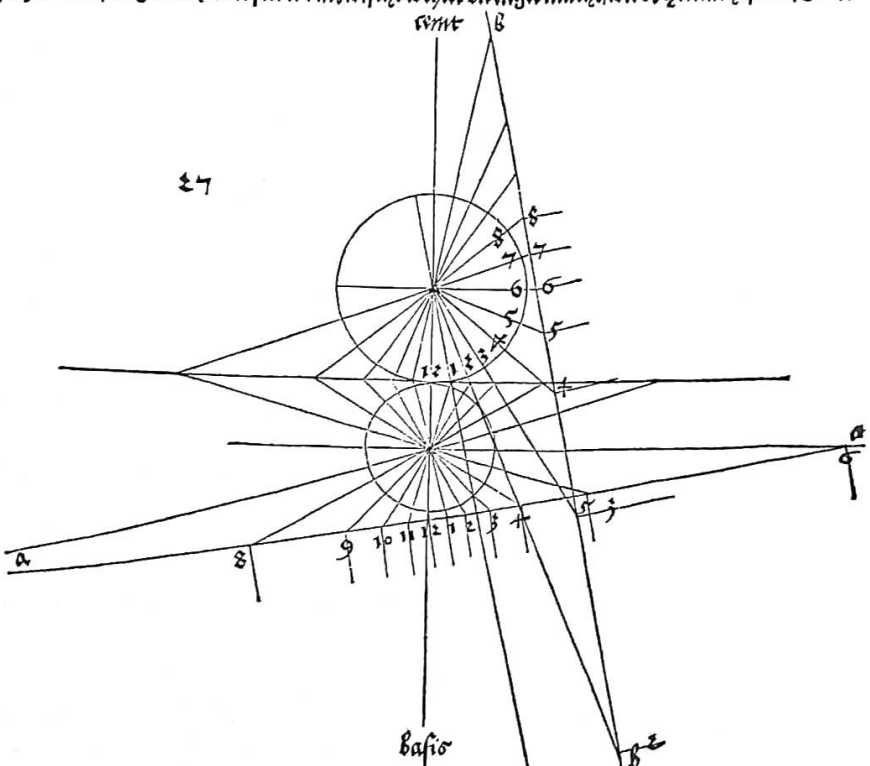
occidental
on the other side
base

DAs nachfolget horalogium mach gegen dem equinoctial vnder der erden gegen mitternacht/ des still leng nym auß dem mitlen centro biß an die lini achte vnd viere auf der mitlerer lini.



.a.b.ist die leng des stils.
a.ist der punct dorin der stil aufgericht sten soll.

ITem an ein yetliche mauren horalogia zů machen sie sey wie sie wölle /die selben ausschleg zů finden auf alle seyten/oder dz hangen sey im zenit hindersich oder fürsich/das such durch zwen grad verruckt riß. aa. bb. den ersten zů der zwerchen den anderen zů der aufrechten lini/ daran sich die radij lenger kürtzer die felder darzwischē weyter vñ enger machē/wie dz hernach ist aufgerissen



Vnd wiewol noch gar manigerley horalogia sind in den man alle stund sehen kan was das aufsteygend zeychen sey/wie der tag ab vñ zů nymbt/in welichem zeychen die sun sey/die stund der Planeten vnd der gleychen hab ich doch allein die gemeyn stund wöllen anzeygen / vnd das auf das kurtzest die weyß diß anzeygen der stund nit das foderst fürnemen/sunder allein ein zůfal ist. .K

The following sundial is positioned toward the equinoctial line under the earth, toward midnight [i.e., south]. The length of the pointer is determined by the distance from the center to line eight or four on the middle line.

fig. 26

ab is the length of the pointer
a is the point at which the pointer is attached.

If you wish to place a sundial on any wall, no matter where, and to find the proper position on any side, whether the zenith is behind it or in front of it, you can determine this position by making two drawings, one two degrees apart from the other. This is denoted by lines *aa* and *bb,* the first horizontal, the second vertical, along which the radii become longer or shorter and the areas between them narrower or wider, as shown in the diagram.

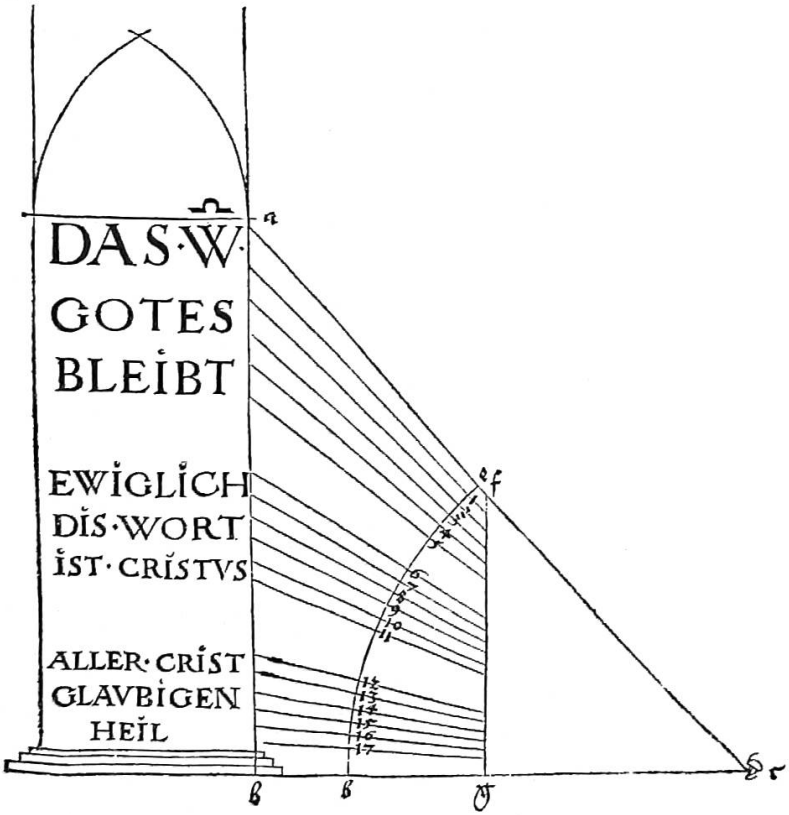
zenith

fig. 27

base

Although there are a great many other types of sundials which indicate all the hours, the rising signs, the change in the length of days, the constellations, and the planetary hours, etc., I want to show here only those which indicate the common hours, and to demonstrate the fastest method for their construction.

ES begibt sich oft das man schrift an die seulen/thürn/oder an hohen mauren macht/darumb welicher an ein thuren schreyben will das man die oberst zeyl der bustaben als wol gesech zů lesen als die vnderst/der mach sie oben gröser dañ vnden/durch ein solichen weg/stell dein gesicht so weyt von dem thum/vnd in der höch wie du wild/diß sey ein punct. c. vñ nym für dich den weg des dryangels.a.b.c. der. 16. figur des lini büchleins/vñ las das.a.b.sein die thüren höhe oder want darauf du schreyben wild. Nun teyl in das cirkeldrum.b.e.mit puncten gleych weyten der zeylen darein du schreyben wild/vnnd als dann far auß des gesichts puncten.c.mit geraden linien durch all puncten des cirkeldrums.b.e.biß an die aufrecht thurē höhe oder want.a.b. Darnach far mit parlinien auß disen puncten auf des thums want ober zwerch. Zwischē die selben linien must du dein schrift setzen/da wirdt dir anzeygt wie vill die öberen bustaben grösser werden dann die vnderen/vnnd so du aber ein kurtze lini nach der langen.a.b.gleychmesig wild teylen/so reyß all linien gerad in den punctē c.vnd schneid sie mit einer aufrechten parlini.f.g.gegen dem puncten.c.ab.so wird.f.g.gleych geteylt wie.a.b. mit der sie ein parallel ist. Diß ist zůbrauchen im für oder hindersetzē zů ergrössen oder kleiner machen. Also sind all lini nach anderen zů teylen in gleychen oder vngleychen dingen/vnd in den teylen die man nit nennē kan/vñ soliche teylung hat nit allein stat in den pustabē/sonder in allen anderē dingen/vñ in sonders so man einen hohen thuren in allen gaden mit bildwercken zirē will/also dz die oberen bild gleych den vnderen scheynen kan durch disen weg geschehen/wie das hernach aufgerissen ist.



DETERMINATION OF THE SIZE OF LETTERING ON HIGH BUILDINGS

It may happen that columns, towers, or high walls need to have lettering placed on them. In order to be able to read the top line of what is written as well as the bottom one, it is necessary that the former be written in larger letters than the one below. To accomplish this proceed as follows: Place the point of sight as far from the tower and at as high a level as you wish, and mark it point *c*. Using the triangle *abc* of Book I, *fig. 16,* let *ab* be the height of the tower or of what you wish to write on it. Then divide the arc *be* with points which are spaced as far apart as are the lines of the inscription, and draw rays from the point of sight *c* through all the points of the arc *be* to the side of the tower *ab*. Now draw horizontal lines from these points along the side of the tower across its width. You will have to position the inscription between these lines. This will show you that the upper lines of the inscription will have to be larger than the lower ones. If you then wish to divide a shorter line proportionally to the side *ab,* extend all the rays toward the point of sight *c,* but cut them off with a vertical parallel line *fg*. In this manner the line *fg* will be divided in the same way as the line *ab* which is parallel to it. This can be used and adjusted for larger or smaller applications. This method of division can be used for other purposes, not only for inscriptions, for example, if you wish to decorate a high tower with artwork [paintings or sculptures], so that the upper images seem to be of the same size as the lower ones. The method is shown in the following diagram.

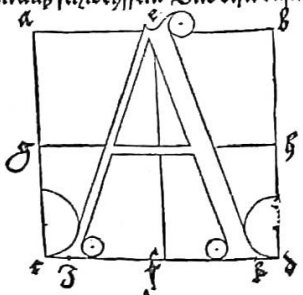
[fig. 28]

So dañ die bauleüt auch maler vnd ander etwan schrift an die hohen gemeüer pflegen zů machen/so thůt not das sie recht bustaben leren machen/darumb will ich hie ein wenig dafon anzeygen/erstlich ein Lateinisch. a b c. für schreyben/darnach ein tertur/die zwo schrift man gewonlich zů solichen dingen braucht.

Zů dem ersten vñ Lateinischē bustabē mach zů einē yetlichen ein rechte fierung darein er verfast werd aber so du den bustaben darein zeuchst so mach sein grösseren zug breyt ein zehenteyl von der fierung/seyten leng/vnd den dünneren zug mach eyns dritteyls breyt von dem breyten/das merck durch all bustaben durch das gantz:a b c.

Erstlich mach das.a. also/bezeychen die eck seiner fierung mit.a.b.c.d. das thů zů allen bustaben/vñ zerteyl dise fierung mit zweyen kreůtz linien die aufrecht.e.f. die zwerch.g.h. Darnach setz vnden in der fierung bey.c.d.zwen puntten.i.k. eyn zehen teyl hinein/vnd zeůch den dünnen strich des bustaben von dem.i.vbersich an die fierung von dañ zeůch den breyten strich wider herab/also das jre beder breyten aussen die zwen puncten.i.k. an rüren/so beleybt mitten ein dryangel/aber der punct.e.kumpt oben mitten in den bustaben. Darnach zeůch das.a. vnder dem zwerch strich.g.i.zůsamē/den strich mach eynes dritteyls breyt von der grösseren breyten. Darnach laß an dem breyten strich oben ein rund cirkeldrum hindersich vber die fierung auß streychen/vnd nym den bustaben oben mit einer schlangenliui ab/also das die hölen gegen dem dünnen strich sie/vnd schweyf des bustaben strich vnden auf beden seyten auß/also das sie der fierung eck.c.d. rüren/das thů mit einem cirkeldrum des halben Diameter eyn siben teyl von der fierung seyten hab/aber innen hinein laß den auß drit von der grösseren breyten des strichs zwey dritteyl weyt fürdretten/das nym zů bedem teyl mit einem cirkeldrum auß des Diameter des breyten strichs breyt sey.

Item dises.a.magst du auch oben mit der fierung blat ab nemen vnd den bustaben auf beden seyten aůßschweyffen wie vnden/doch das der lenger teyl foren werde/aber oben můsen die strich ein wenig neher zůsamen geruckt werden. Diser dreyer meynung must du dich gebrauchen/welche dir am basten gefelt/vnd merck zů gleycher weyß wie diser bustab.a. oben vnd vnden außgeschweyft wirdt/also solst du auch außschweyffen die bustaben der strich ortschelchtz gezogen werden/als da ist. v.x.y. aber doch ein wenig geendert/wie du hernach hören wirst. Item das.a.magst du noch anderst machen/nemlich oben scharpf/so leinen sich die strich oben neher zůsamen. Darnach ruck den zwerch zug ein wenig mer herab/vñ mach jn noch so breyt als for/du magst auch den strich oben stunpf abschneyden oder forneu auß schweyffen. Vnd diser bustab ist hernach aufgerissen.



K ij

Now, since architects, painters, and others have occasion to place some inscription on a high wall, it is necessary that they know how to form the letters of the alphabet in a correct manner. Accordingly, I shall explain here briefly how to proceed, first with a Latin alphabet and then with a text font, the two kinds of letters we commonly use for such work.

Draw squares in which each letter will be contained. When you place each letter into its square, its thicker limbs are to measure a tenth of the width of the quare, but its thin limbs are to be only a third as wide. Keep this in mind for all letters of the alphabet.

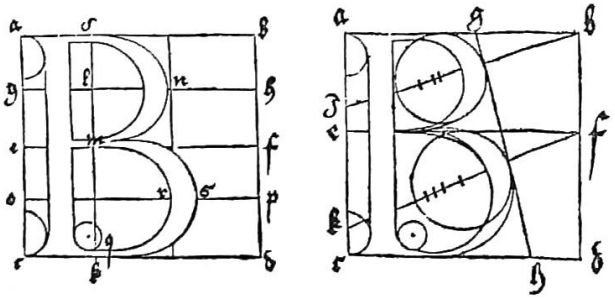
We will begin with an A. Proceed as follows: Mark the corners of its square [frame] *abcd*—do this for all the letters of the alphabet—and then divide the square by two bisecting lines, marking the vertical one *ef* and the horizontal one *gh*. Now place two points *i* and *k* on the bottom line *cd,* one-tenth of the width of the square from points *c* and *d* respectively. Draw the thin limb of the letter upward from *i* to the square, and then draw the thick limb downward so that their outside edges touch points *i* and *k* respectively. This will result in a triangle's remaining in the middle, but point *e* will be the midpoint of the upper end of the letter. Then connect the [limbs of the] A below the horizontal line *gi* [*sic;* it should read *gh*]. This limb should be a third the width of the heavier one. Now trim off the heavier limb on top, outside the square, with an arc, and finish off the letter with a serpentine line having its concave section above the thinner limb. At the bottom extend both limbs acutely toward the outside so that their tips touch the corners of the square at *c* and *d*. Do this by drawing semicircles with a radius equal to one-seventh of the square's side. On the inside, let the bottom of each limb come to a point at a distance of two-thirds of the width of the heavier limb. The limbs [will follow a curve] shaped by an arc of a circle having a diameter equal to the thickness of the heavier limb.

You can also trim off the top of this A flatly, in line with the square, and extend the bottom of the limbs on both sides, as shown below. But the longer limb must be in front and the two limbs must be brought a little closer together at the top. You can use any of the three methods, whichever you like best, but remember that you must use the same kind of pointed ends for all the other letters of the alphabet which are made up of oblique lines, such as V, R, and Y, although with some modifications, as will be explained later. You can also draw the A in another [third] way, that is, with its top ending in an acute angle. In that case, the lines are joined more closely at the apex. Accordingly, move the horizontal limb a little further down and make it as thick as you like. You can also cut off the lines on top bluntly, or have them come to a point in front. I have drawn this letter below.

The Letter A

Vnter mach das. b. in seiner fierung.a.b.c.d. also/Erstlich teyl die fierung mit einer zwerchtl ni.e.f. in zwey teyl.darnach teyl.a.b.vnd.e.f. mit einer lini.g.h.auch in zwey teyl.daruach setz den ersten aufrechten breyten strich des bustaben so weyt in die fierung von der lini.a.c.so breyt der strich ist. Darnach zeuch ein aufrechte lini.i.k. hinter des bustaben strich gegen der mit eyn zehenteyl weyt von der fierung seyten leng/vnd wo sie durch schneydet die lini. g.h. da setz ein. l. Darnach zeuch die dunnen zwerchstrich von dem aufrechten strich des bustabē da von die zwen runden beuch gezogen werden biß an die aufrechten.i.k. oben vnder der lini.a.b.vnd ob der lini.e.f.vnd ob der lini.c.d. Darnach setz ein cirkel mit dem einen fues in den puncten. l. vnd reyß mit dem anderen innen von den zwerch strichē ein halben cirkel/also dz bede ende der cirkellini an der aufrechtē lini. i. k. vnder.a.b. vñ ob.e.f. die kurtzē zwerch strich rürē. Darnach teyl des pustabē schmalen zwerch zug ob.e.f.an der lini.i.k.mit einem puncten.m.in der mitt von einander. Darnach setz auf der lini.g.h.die breyte des bustaben strich mit einem puncten. n. hinder die cirkellini. Darnach zeuch auß dem puncten. m. ob.e. f. ein kurtze zwerch lini gegen dem.f.so weyt du der bedarfst. Darnach reyß ein halben cirkel der dise obgemelte lini das.n.vñ oben die zwerch lini.a.b.rüre/darnach reyß durch den punctē.n. ein aufrechte lini/dise all rüren innen die holen des bauchs/wie sie oben aussen den bauch rüren. Darnach zeuch den zwerch zug ob.c.d.so lang gegē dē.d.als du des bedarfst/da hin setz ein.q. Darnach teyl.m.q.mit einer zwerchen.o.p.in zwey teyl/vñ wo sie die lini.n.vō einand schneydet/da setz ein.r. Darnach reiß ein halbe cirkellini die da rür die zwerchen/e.f. den punctē.r.vnd dz.q. Darnach setz die preyten des pustaben zug mit einem puncten.s. hinder das.r.ob der lini. o. p. vnd reyß ein halben cirkel der da rür die lini.m. den puncten. s. vnd die lini.c.d. also beleyben im pustaben drey winckel/aber in den vndersten winckel reiß ein runde außhölung mit einem cirkel des halben Diameter zwey driteyl von des pustaben breytē strich hab. Aber die eusser ausschweyffung oben vnd vnden an dem geraden zug des bustaben mach mit einem cirkel des halber Diameter des bustabens strich breyten hab.

Oder mach das. b. also teyl die seyten der fierung. a. b. in neun teyl/vnd schneyd die oberen vier teyl mit einer zwerch lini.e.f.ab. Darnach mach den aufrechten zug wie vor beschriben ist/aber den oberen bauch mach zwischen.a.b.vnd.e.f.vnd den vnderen zeuch zwischen.e.f.vnd.c.d. Darnach teyl. a.b. in neun felt/vñ schneyd die vier felt gegen dem.b.mit einem puncten.g.ab. Darnach teyl.c.d.in fünf felt/vnd das negst bey dem.d.schneyd mit einem puncten. h. ab. Darnach zeuch ein lini.g.h.dise lini muß aussen den oberen vnd vnderen bauch anrüren/aber dise beuch müsen einer sünderen weyß gezogen werden vnd der cirkel zů den runden zůgen auf den ort linien versetzt/die selben zwen ortstrich mach also/teyl.a.e. in vier felt das negst bey dem.e.punctir mit einem. i. Darnach punctir das negst fünfteyl von.e.c.ob dem.c.mit einem puncten. k. Darnach zeuch.i.b.vnd.k.f.gerad zůsamen/auf disen linien ruck den cirkel vnd reyß die zwen den oberen vnd vnderen bauch so werdē sie oben dicker dañ vnden/wie das die feder gibt/darumb werden dise beuch nit cirkel rund/dann du must den cirkel auf der ortlini versetzē/vñ denacht mit dem handzug darzů helffen. Wie ich das hernach hab auf gerissen.



CONSTRUCTION OF THE LETTER B

Further, construct the letter B within its quadrangle *abcd* as follows. First divide the quadrangle by means of a horizontal line *ef* into two parts, and then divide the rectangle *abef* by means of line *gh* into two parts also. After this, draw first the wide vertical limb of the letter into the quadrangle at a distance from the line *ac* equal to its width. Then erect a vertical line *ik* behind [to the right of] the vertical limb of the letter at a distance of one-tenth the side of the quadrangle. Where this line crosses line *gh,* mark point *l*. Then draw the narrow horizontal lines [which connect the vertical limb of the letter] to where the two convex curves will be placed, that is, along the vertical line *ik* at the top below line *ab,* [in the middle] above the line *ef,* and [on the bottom] above line *cd.* Place one leg of a compass on point *l,* and with the other leg draw a semicircle from the narrow horizontal lines so that the semicircle connects these short horizontal lines along the vertical line *ik* below the line *ab* and above the line *ef.* Now divide the small horizontal limb of the letter above line *ef* in its center at line *ik* with a point marked *m*. Mark the width of the curved portion of the letter at line *gh* with a point *n*. Draw a short horizontal line, as far as needed above line *ef* from point *m* toward point *f*. Then draw a semicircle from this short horizontal line, touching point *n* to the line *ab* on top. Now draw a vertical line through point *n*. Extend the small horizontal line above *cd* as far as needed toward *d* and mark it point *q*. Divide line *mq* with a horizontal line *op* in two parts, and where it crosses line *n,* place point *r*. Now draw a semicircle that connects the short line above *cf* with point *q* and touches point *r*. Indicate the width of this curved part of the letter with a point *s* behind point *r* on the line *op,* and draw a semicircle, touching points *m* and *s* down to line *cd*. You will then have created three angles within the letter. Round out the bottom one by drawing a small circle with a radius equal to two-thirds the width of the limb of the letter. The curve of the bottom serif should be formed by a circle having a radius of half the limb's width.

AN ALTERNATIVE METHOD OF CONSTRUCTING THE LETTER B

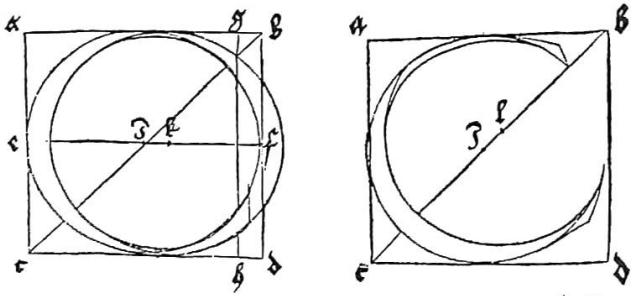
You can also construct the letter B by dividing side *ab* [*sic,* should read *ac*] of the quadrangle into nine parts and cutting off the upper four parts with a horizontal line *cf*. Then draw the vertical limb as described above, but add the upper bulge between *ab* and *ef* and the lower bulge between *ef* and *cd*. Then divide the line *ab* into nine parts and mark point *g* four parts away from *b*. Then divide line *cd* into five parts and mark the point *h* one part away from *d*. Now draw a line *gh* which should touch the outside of the upper and lower bulges of the letter B. These bulges must be drawn in a particular manner by placing the compass on the oblique lines in order to draw the arcs. These two oblique lines should be constructed as follows: Divide the line *ae* into four parts and mark point *i* one part away from *e*. Then mark *k* at that point which is five parts away from *e* toward *c*. Connect *i* with *b* and *k* with *f* with straight lines. You must place the compass on these two lines to draw the upper and lower bulges which will by this method become wider on top than on the bottom, as if drawn with a quill. And these bulges will never become perfect parts of circles because you must draw them by moving the compass to different positions along the oblique lines and then make some freehand adjustments. This is shown below.

The letter B

B B

DArnach mach das. c. also in sein fierung /zeuch ein zwerch lini.e. f. mitten durch die fierung/ vnd setz ein puntten.i.mitten auf die lini.e.f. darauß reyß ein cirkelriß der die vier seyten der fierung.a.b.c.d.an rür.darnach setz den vnferuckten cirkel auf der lini.e.f. so weyt hinder das.i. so breyt des bustaben grösser strich ist in einem puncten.k.vnd reyß auch einen cirkelriß mit herumb der streich t vber die lini.b.d.vnd gibt forn dem bustaben in der rundung sein rechte dickē. Darnach reyß ein aufrechte lini.g.h.ein zehenteyl von.b.d.herfür diser strich schneydet ab oben vñ vnden disen bustaben.c. wie das die alten gebraucht habē. aber hie will ich das vnder im mittel zwischen.g.h.vnnd.b.d. abschneyden. Darnach zeuch innerhalb des bustaben von der hand oben vnd vnden da die zwen cirkel durch einander lauffen die runden des dünneren strichs am bustaben folkomen /vñ zeuch auch an den selben orten die rundung ob vnd vnderhalb des bustaben an die seyten der fierung.a.b.vnnd.c.d. aber vnden da d̄ bustab.g.h. furdrit/da zeuch die gestalt des bustabē vnder der cirkellini ein wenig ein gebogner / vnd das er doch pey der spitz mit seinem end die cirkellini weyter rür / des gleychen nym das öber teyl inwendig auch ein wenig holer auß dann das der cirkelriß gibt/also geben die zwo cirkellini schter alle gestalt des bustaben.

Zum anderen mal mach das. c. also reyß in der fierung ein Diameter.c.b. vnd setz ein cirkel mit dem ein fues in den puncten.i.vnd reyß mit dem anderen fues den eusseren cirkel ryß wie vor/vñ laß in oben enden an dem Diameter.c.b.vnd vnden laß die cirkellini ein wenig weyter streychen dann vor. Darnach setz den vnuerruckten cirkel mit dem ein fues ob dem. i. so breyt des bustaben zug ist auf den Diameter / vnd reyß mit dem anderen fues den inneren cirkel / so gibt sich der zug nach der federen vnden breyter dann oben. Darnach zeuch das ander mit der hand / vnd die abschnit der end am bustaben kine oben fürsich / vud vnden vndersich. Wie ich denn hernach hab auf gerissen.



K iij

The letter B

CONSTRUCTION OF THE LETTER C

Now draw the letter C by first drawing a quadrangle with a horizontal line *ef* straight through its middle, and place a point *i* in the center of this line *ef*. Then draw a circle having point *i* as its center, which touches the four sides *abcd* of the quadrangle. Without changing the opening of the compass, put it on a point *k* which is as far behind point *i* as the greatest width of the letter, and draw another circle that extends beyond line *bd*. This will give the desired width to the letter. Now draw a vertical line *gh* one-tenth to the left of the line *bd*, and it will serve to trim off the unwanted portion of the letter C, as was done before. But here I prefer to cut off the lower end between *gh* and *bd*. After this, draw in the thin curved portions of the letter along lines *ab* and *cd* by hand, at the point where the two circles cross on the top and bottom. But at the bottom, where the letter extends beyond *gh*, make the curve a little more abrupt, although its tip should still touch the periphery of the circle. Then do the same at the top. Thus the two circles will give the letter its basic shape.

AN ALTERNATIVE METHOD OF CONSTRUCTING THE LETTER C

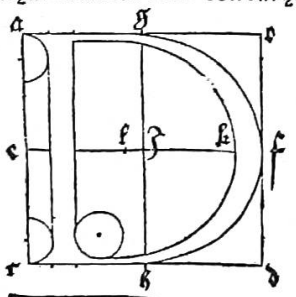
In this second method of constructing the letter C, draw a diagonal *cb* in the quadrangle and place one leg of the compass on point *i*. With the other leg draw an outer circle, as before, so that it ends on top at line *cb*, but on bottom it extends a little further than before. Without changing the opening of the compass, draw the inner circle around a point located a distance above *i*, equal to the desired width of the letter. In this way the width of the letter will be thinner on top than on the bottom, as if drawn with a quill. You will have to draw the rest by hand, and you will cut off the bottom and top, as shown below.

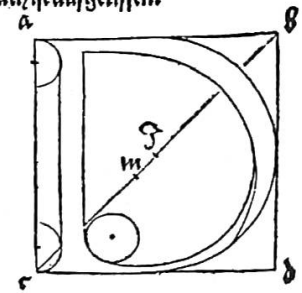
The letter C

C C

DAs. d. mach also teyl sein fierung. a. b. c. d. mit einer aufrechten. g. h. vnd einer zwerch lini. e. f. in vier kleine fierung/vñ wo sie an einander durch schneydē/da setz ein. i. Darnach zeuch den ersten breyten strich des bustaben von der lini. a. b. herab biß auf die lini. c. d. vnd so weyt hinder der lini. a. c. als des bustaben zug breyt ist/vnd schweyf den strich oben vnd vnden auß biß in die eck a. e. wie forẽn in dem. b. beschriben ist/des gebrauch dich bey allen geraden strichen der nachfolgeten bustaben. Darnach zeuch von dem aufrechten strich des bustaben die zwen dünnen zwerchstrich darfon der rund zug des bustaben soll herumb gezogen werden/vnder der lini. a. b. vnd ob. c. d. biß an die aufrecht. g. h. Darnach reyß mit einem cirkel. g. f. h. zusamen. Darnach setz die grösseren breyten des bustaben zug auf der lini. e. f. mit einem. k. für das. f. Darnach thü den cirkel von des zugs breyten enger zů/vnd setz den einen fueß in den puncten. k. vñ den anderen in die lini. e. f. in einen puncten da hin setz ein. l. darin laß den cirkel stilsten vñ mit dem anderen fues reyß auß dem puncten. k. inwendig rund herum biß oben vnd vnden an die dünnen zwen strich des bustaben/vñ laß den oberen winckel scharpf aber den vnderen höle mit einem cirkel drum auß von der größ/damit der bustab forẽn/oben vñ vnden außgeschweyft ist.

Dem. d. mach sein krumen zug noch anderst dann vor/nemlich das er der federen nach gezogē werd oben breyter dann vnden/darzů zeuch ein diameter. c. b. vñ reyß den eusseren runden zůg wie vor/aber zů dem inneren setz ein puncten. m. so weyt vnder dem. i. als breyt des bustaben zug ist auf den Diameter. c. b. vnd reyß mit vnuerruckten cirkel die inner lini/aber da der zug dünn soll werden/das must du von der hand zihen vnden vnd oben. Wie das hernach ist aufgerissen.





D D

The letter C

CONSTRUCTION OF THE LETTER D

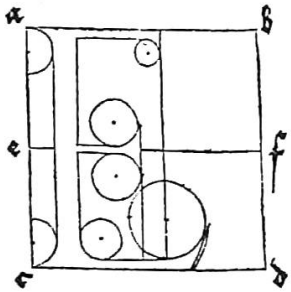
Make the letter D by dividing its quadrangle *abcd* with a vertical line *gh* and a horizontal line *ef* into four smaller squares. Where the two lines cross, mark point *i*. Then draw the wide vertical limb of the letter down from line *ab* to line *cd*, and to the right of line *ac* a distance equal to the desired thickness of the limb. End the top and bottom in points in the corners *a* and *c*, as described in the construction of the letter B. Use this same method for the straight limbs of all the other letters of the alphabet. Then draw the two thin horizontal lines near the top of the letter where the curved section of the letter will begin below line *ab* and extend down to above line *cd*, limited by the vertical line *gh*. Connect points *gfh* with an arc, and mark off the greatest width of the limb with a point *k* on line *ef* to the left of *f*. Reduce the radius of the outer curve of the letter and place the compass, opened to that width, with one leg on *k* and the other on a new point *l* on line *ef*. Now draw the arc of the inner curve with one leg of the compass on point *l* through *k* to connect to the narrow lines on top and bottom. The upper angle should be sharp, but the lower one should be rounded out by means of an arc similar to those used for the upper and lower serifs on the outer edge of the vertical limb.

ALTERNATIVE METHOD OF CONSTRUCTING THE D

The curved section of the D can be made in another way, so that it resembles a penstroke, thicker on top and thinner on the bottom. For this purpose, draw a diagonal line *cb*, and then draw the outer curve, as above. For the inner curve, place a point *m* on the diagonal *cb* at a distance below *i* equal to the desired width of the limb. Without changing the opening of the compass, draw the inner curve; but where the breadth is to be narrow, on the top and on the bottom, you must draw it in by hand, as shown below.

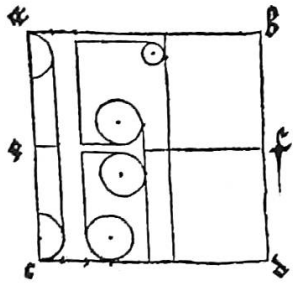
The letter D

DAs. e. schreyb also in sein fierung / reyß ein zwerch lini. e. f. mitten durch. a. b. c. d. Darnach zeuch des bustaben ersten breyten aufrechten strich / forn zů gleycher weyß wie im. d. beschrieben. Darnach zeuch des bustaben obersten dünnen zwerch strich vnder der lini. a. b. das sein ent sechs zehenteyl minder eins dryteyls / von einē zehē teyl erreich / vñ die ausschweyffung dises strichs mach vnder sich am ende eyn zehen teyl von. a. b. breyt / vnd des cirkelriß Diameter damit die auß nemung geschicht / mach eyn zehen teyl breyt von. a. b. Darnach mach den mitleren dünnen zwerch zug mittē auf der lini. e. f. dz er ein zehenteyl von der leng. a. b. kürtzer sey dañ der ober zug / vñ mach jn am ende zwey mal so breyt als den oberen / vñ schweyf jn oben vñ vnden auß mit einem cirkelriß des Diameter hab eyn sechs teyl von. e. f. aber den vndersten dünnen zwerch strich ob der lini. c. d. mach das er fürdret mit seinem vndersten eck den obersten zwerchzug eyn zehenteyl von der leng. c. d. vnd den spitz schweyf noch weyter hinauß zwen dritteyl von eynem zehēteyl / vñ zeuch jn obersich eyn sechsteyl von der leng. c. d. vnd schweyf jn mit einem cirkel auß / des halben Diameter eyn sechsteyl von. c. d. hab.
Item den vndersten winckel im bustaben höle auß mit einem cirkelryß von der gros / damit der mitler zwerch strich auß geschweyfft ist / die anderen winckel laß scharpf beleyben. Wie das hernach ist aufgerissen.



E

ITem das. f. mach zů gleycher weyß wie das. e. allein den vndersten zwerch strich laß aussen vnd schweyf den bustaben vnden auf einer seyten auß / wie vor auf der anderen. Wie ich das hernach hab aufgerissen



F

K iiij

CONSTRUCTION OF THE LETTER E

The letter E is also constructed within a quadrangle. In the middle of this quadrangle *abcd* draw a horizontal line *ef*. Then draw the vertical limb of the letter in the same manner as that described for the letter D. Now draw the uppermost thin horizontal limb of the letter below the line *ab*, so that it ends at a point a third of a tenth less than six-tenths of the width of the quadrangle, and so that it comes to a point a tenth part of the length of line *ab* below it. The diameter of the circle which determines the curve of the tip should also equal a tenth of line *ab*. After this, draw the thin horizontal middle limb on line *ef* so that it will be one-tenth of the width *ab* shorter than the limb on top. Its end, however, should be twice as wide as the top limb, and this end should extend on the bottom and the top, coming to points rounded out by arcs of circles having diameters equal to one-sixth of *ef*. The lowest line of the thin horizontal limb above line *cd*, should project at its lower corner beyond its upper horizontal line a distance equal to one-tenth the length of line *cd*. The pointed end should extend another two-thirds of a tenth part of this length [i.e., *cd*] to the right, and then a sixth part of the length of *cd* upward. Its curve should be determined by an arc of a circle having a diameter equal to one-sixth of *cd*. However, the lowest [inner] angle of the letter should have a concave arc of the same diameter used for the curves of the middle member. The other [inner] angles should be sharp, as shown below.

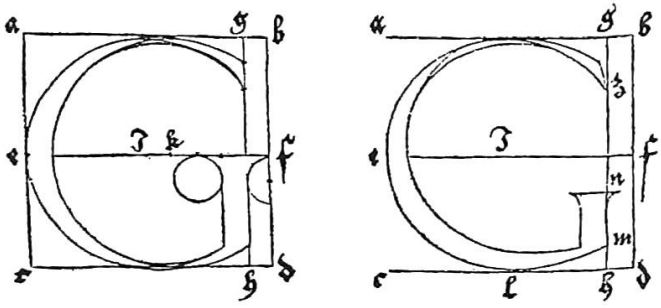
The letter E

CONSTRUCTION OF THE LETTER F

The letter F is constructed in the same way as the letter E, except that the lowest horizontal section is omitted and that the lower end has a serif like the preceding letters, as shown below.

The letter F

Item das. g. mach zů gleycher weyß wie fornen das. c. beschriben ist / allein vor der lini. g. h. zeuch den breiten strich des bustaben von der rundirung gerad vbersich biß an die lini. e. f. vnd schweyff jn oben auß wie du vor gelert bist / aber vnden laß die eck vnd winckel beleyben. Oder mach das. g. also in die forgeteyltē fierung / reyß ein Diameter. c. b. vnd setz den cirkel mit dem ein fues in den puncten. i. vnd mit dem anderen reyß ein cirkeldrum auß dem. e. biß mitten auf. c. d. da hin setz ein. l. also reyß auch von dem. e. vbersich an die lini. a. b. biß an die aufrechten. g. da hin setz ein. z. Darnach setz auf die lini. g. h. ein puncten in eyn zehenteyl von der leng. g. h. vñ zeuch mit der hand. l. m. rund zůsamen. Darnach zeuch auß dem. z. vbersich ein ortlini so lang des bustabē strich breyt ist / vnd neyg die lini mitten zwischen die cirkellini vnd der aufrechten. g. h. von disem ende zeuch mit der hand ein runde lini biß an die lini. a. b. da die cirkellini an rürt. Darnach schneyd. g. h. vnden mit einem puncten. n. ein dritteyl ab / also hoch zeuch den breyten aurfechten zug von dem. m. vbersich / vnd mach die ausschweyffung oben noch so breyt als der zug ist. Darnach setz den cirkel mit dem ein fues so weyt ob dem. i. als breyt des bustaben breyter zug ist / in den Diametr. c. b. vnd reyß mit der weyten. e. i. mit dem anderen fues ein cirkellini die die eusser cirkellini oben rür / vnd ende vnden ob dem. l. Darnach zeuch die lini von der hand zů dem breyten aufrechten zug bey der höhe des. m. vnd zeuch auch oben von der hand die kleiner breyten des bustaben zugs. Wie dz hernach ist auf gerissen.



G G

Item das. h. mach in seiner fierung von zweyen der grösserenn breyten aufrechten zůgen so hoch die fierug ist / also das jre eussere ausschweyffung die vier eck der fierung. a. c. vnd. b. d. anrüren / vñ wie du die breyten aufrechten zůg der bustaben oben vñ vnden anf beden seyten auß schweyffen solt / bist du foren bericht / dañ ein yetlicher bustab ist in einem yetlichen breyten aufrechten strich oben vnd vnden in seiner ausschweyffung / dreymal so breyt als in der mitt / wo anderst kein dünner strich daran felt / so das gethan ist als dañ mach den dünnen zwerch zug zwischen den aufrechten mitten auf der lini. e. f. Wi. das vnden ist aufgerissen.

CONSTRUCTION OF THE LETTER G

The letter G is constructed in the same manner as the letter C above, except that you must draw the wide limb of this letter in front of the line *gh,* beginning at the curve at the bottom and ending on line *ef.* Add a serif, as explained before, and retain the angle and the corner at the bottom.

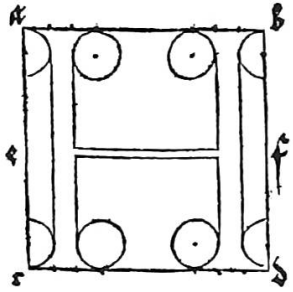
ALTERNATE METHOD OF CONSTRUCTING THE LETTER G

Or you can construct the letter G within the aforementioned quadrangle by drawing a diagonal line *cb* and placing one leg of a compass on point *i,* and with the other leg drawing an arc from *e* to the middle of *cd* and marking this latter point *l.* In the same manner, extend the arc from *e* to the line *ab* and continue to the vertical line *gh.* Mark the last point *z.* Then mark a point on line *gh* a tenth of the distance of its length and connect points *l* and *m* by hand by means of a curve. Then draw a line upward from point *z* equal to the thickness of the letter and slanting between the vertical line *gh* and the curve of the limb. From this end of the letter draw a curve by hand to line *ab* where it meets the arc, which was drawn with the compass. Then mark off one-third at the bottom of line *gh* by a point *n.* This denotes the upper limit of the broad limb that extends down to point *m.* The serif on top of this limb should be twice its width. Place one leg of the compass on line *cb* at a distance above point *i* equal to the width of the limb, and, opening the compass to the distance of *ei,* draw a curve with the other leg that will touch the outer circle of the letter on top and will end above point *l* on the bottom. Now connect this curve by hand to the vertical section on the right at the level of point *m.* Draw the narrow width of the curve by hand on the top, as well, as shown below.

The letter G

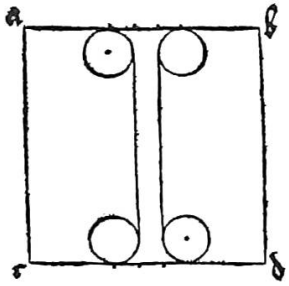
CONSTRUCTION OF THE LETTER H

Construct the letter H by erecting within its quadrangle the two large limbs on each side, reaching from the bottom to the top of the quadrangle. The tip of the serifs should touch the four corners of the quadrangle at *ac* and *bd.* The serifs are to extend on both sides of each limb on the top and on the bottom, in the manner described above, to a width three times that of the thickness of the limbs. After this, draw the thin horizontal limb between the vertical members along line *ef,* as shown in the following diagram.



H

DAs.i. mach mit einem breyten zug mitten in sein fierung/das es oben vnd vnden annür/vnd schweyf den oben vnd vnden auß. Wie das hernach ist aufgerissen.



I

DEß.k. den ersten zug thu form herab in der fierung gleych mesig dem forderen zug im.h. Darnach zeuch den anderen dünnen zug von dem preyten aufrechten zug/also das er die zwerch lini mitten in der fierung. e. f. vnden annür vber vnt vbersich vnd hindersich an.a. b. vnd parallel gegen dem rechten Diameter / aber die ausschweyffung an disem zug mach oben an der zwerhen.a.b. auf yetlicher seyten eyn zehenteyl preyt von d leng.a.b.vñ die forder ausschweyffung/thů mit einem cirkelryß des Diameter nit preyter sey dañ der dünn strich preyt ist/aber des anderen cirkels Diameter/da mit du die anderē seyten ausschweyfst/mach zwey mal so preit/als da ist die cirkellini damit die forigen geradē preyten aufrechtē strich ausschweyfft sind. Darnach zeuch von disem dünnen zug den vnderen preyten zug vndersich herab/dz er auch parallel mit d fierung Diameter sey/ vñ sein anfang nym auß dem spitz winckel/dcñ da macht d dün zug an dem aufrechtē preitē/vñ zeuch jn mit seiner ausschweyffung biß in das eck.d.do:h also/ setz zwen puncten auf der lini. c.d. herfür alweg eyn zehenteyl von.c.d.darzwischen breyt/vnd zeuch den forgedachten breyten zug mit plintrissen in dz forder felt/aber darnach must du disen zug ausschweiffen/dem thů also /setz ein puncten.g.auf die lini.e.f.so weyt von dem.f.herfür so breyt der dünner strich des bustaben ist /darein setz ein cirkel mit dem einfues vñ den anderen in den puncten.d.vnd reyß darauß fürhin durch den preytē blintstrich /so gibt dir dise lini die vnder rundung des zipfels aber die öber ausschweyffung mach also / teyl. f. d. mit einem puncten.h.in der mitt von einander/ vnd setz einen cirkel mit dem einen fues darein /vnd mit dem anderen reyß auß dem. d. ein cirkellini hinfür biß an den breyten strich.

The letter H

CONSTRUCTION OF THE LETTER I

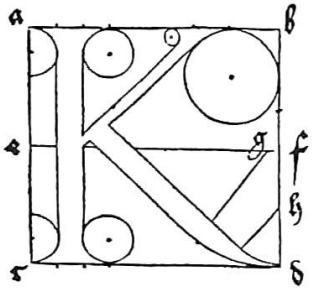
Construct the letter I by erecting a wide limb in the center of a quadrangle. It is to touch the top and bottom lines of the quadrangle, and the serifs should extend to both sides above and below, as shown in the diagram.

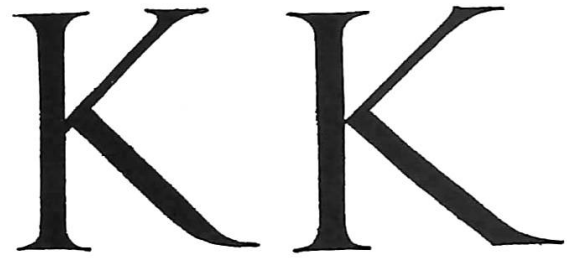
The letter I

CONSTRUCTION OF THE LETTER K

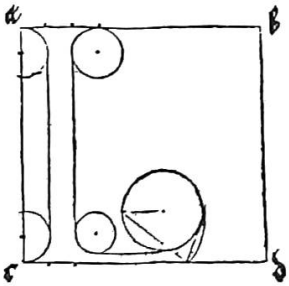
Construct the first limb of the letter K in the same manner as the first limb of the letter H. Then draw the second, thinner limb that rises from the first limb at a point on line *ef* in the middle of the quadrangle to horizontal line *ab,* parallel to the diagonal. Its serif should extend on each side for a distance of one-tenth the length of the line *ab.* The curve under the left serif should be formed by the arc of a circle having a diameter of no more than the thickness of this thin limb, but the diameter of the arc of the right serif should be twice that of the one used to construct the arc under the serif of the broad vertical limb. Then draw the lower wide limb downward from this thin limb, so that it will also be parallel to the diagonal of the quadrangle. It should emanate from the acute angle formed by the narrow limb and the vertical wide limb, and it should extend and come to a point in the corner *d.* Now, on the line *cd,* place two points as far apart from each other as a tenth of the length of *cd,* and extend the wide limb with blind lines into this forward area. For its further extension into a point place a point *g* on line *ef* at a distance from *bd* equal to the width of the narrow limb of the letter. Put one leg of a compass on this point and the other on point *d* and draw an arc through the broad blind line. This will indicate the lower curve of the tip of the limb. For the upper curvature, divide line *fd* with a point *h* in the middle. Placing one leg of a compass on *h* and the other on point *d,* draw an arc to the broad limb.

Oder mach dz .k. also/erstlich laß den auffrechten zug vñ den oberen dünnen ortzug beleybē wie sie vor sind/allein dem dünnen zug laß oben innen ein eck an der lini.a.b.aber aussen gegen dem.b. schweyf jn auß wie vor. Darnach zeuch den breyten ortstrich auß dem eck den da schleust der auffrecht breyt zug vnd die zwerchlini.e.f.herab auf die zwerch.c.d.also das zwischen dem.d.vñ ende des zuges/des zugs breyten ler bleyb/vnd das inner eck laß bleyben/aber gegen dem.d.schweyf jn ein wenig auß. Wie dz hernach ist aufgerissen.





VN das. l. mach auß zweyerley vorgemelten bustaben zusamen gesetzt/nemlich mach den auffrechten breyten zug/wie foren das.i.beschriben ist/daran setz vnden den fues von dem vorgemachten.e. also ist das nachfolget. L.aufgerissen.



DAs. m. mach zweyerley weyß in sein fierung. a. b. c. d. erstlich zeuch des bustaben schmalen auffrechten strich hinder. a. c. eyn zehenteyl von der leng. a. b. Darnach mach den anderen breyten zug eyn zehen teyl von der leng.a.b. für der seyten.b. d. also das sy oben vnd vnden in der fierung an rüren. Darnach teyl zwischen den zweyen zügen des bustaben auf der lini.c. d. mit einem puncten. e. in der mitte von einander/vnd reyß ein breyten zug auß dem forderen öberen eck des dünnen zuges vnden in den punctē. e. Darnach zeuch den dünnen zug von dem.e.wider vbersich biß in das forder eck des breyten auffrechten zuges/vñ die inneren oberen eck/der zug deß bustabē schweyf nit auß/aber auß wendig/des gleychen vnden die zwen auffrechten züg schweyf auf beden seyten auß wie du in den forderen bustabē bericht bist. Merck auch so man dise bustaben mit der federen schreibt das man sie in einem zug sol machen/aber vmb deinet willen dich zů vnderrichten ist diser bustab hernach wie ob stet aufgerissen.

ALTERNATE METHOD OF CONSTRUCTING THE LETTER K

You can also construct the letter K in another way. Leave the vertical limb and the narrow upper one as before, except that the serif of the latter should extend only on the right side into the corner but not to the opposite side. Then draw the wide oblique line from the corner formed by the upright limb and the horizontal line *ef* downward to the horizontal line *cd* so that between *d* and the bottom of the limb remains a distance equal to the limb's width. Leave the left bottom corner of this limb as is, but extend it into a point on the right toward *d,* as shown below.

The letter K

CONSTRUCTION OF THE LETTER L

Now construct the letter L by combining the instructions given above for two other letters—take the wide vertical limb from the construction of the letter I, and then complement it at the bottom with the corresponding limb of the letter E. This is shown below.

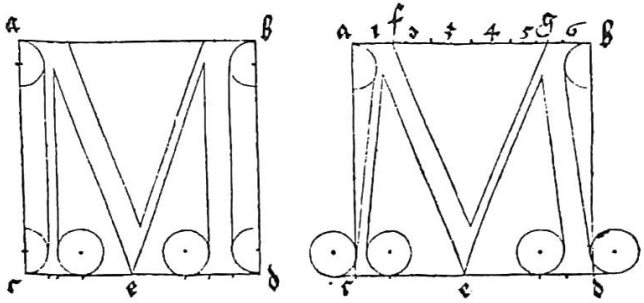
The letter L

CONSTRUCTION OF THE LETTER M

There are two methods to construct the letter M, both within the quadrangle *abcd.* First draw a narrow vertical limb behind the line *ac* at a distance of one-tenth the length *ab.* Then draw the second vertical limb, but wider at a distance of a tenth of the length of the line *ab* in front of the line *bd.* Both vertical lines should touch the quadrangle on the top and the bottom. Then divide the line *cd* in the center, between the two limbs, with a point *e,* and draw a wide limb from the upper left corner of the narrow vertical limb down to point *e.* After that, draw the thin limb upward from point *e* to the upper forward corner of the wide vertical limb. The serifs on the top of the vertical limbs should extend only outward, in the same way as has been described for the preceding letters. Keep in mind that if these letters are drawn with a quill, their limbs are drawn in rapid succession, but for the sake of instructing you, I have drawn this letter below according to the above instructions.

Die ander meynung/teyl die seyten der fierung.a.b.in sechs gleiche feld/vñ schneyd die eusseren zwey feld auf beden seyten mit zweyen puncten.f.g.ab von dannen/zeuch den inneren breyten zug mit dem spitz zů dem puncten.e.wie vor/vnd von dañ zeuch den dünnen zug wider vbersich/also das zwischen f.g.ein ler feld beleib/so leynt sich der bustab weyter auß.Darnach laß die zwen seyten strich den forderen dünnen vnd hinderen breyten oben sten wie vor/aber vnden ruck sie bede in die zwey eck.c.d. Darnach mach die ausschweyffung wie du in dem öberen.m.bericht bist/aber die ausschweyffung vberdrit vnden die fierung pey dem.d.

Oder mach das.m.oben von scharpfen ecken/so leinen sich die seyten strich neher zůsamen/oder schneyd die strich oben stumpf ab/welichs dir dañ am basten gefelt das brauch. Wie du das hernach aufgerissen sihest.



Item das.n.mach in sein fierung/also zům ersten/zeuch die zwen dünnen aufrechten zůg das sie oben vnd vnden die fierůng růren/vnd das re ausschweyffung an dem forderen zug vnden vnd an dem hinderen oben die eck.c.d.reychen. Darnach zeuch mit einem breytē zůg die zwen dünnen zůg vber ort zůsamen auß dem winckel.a. biß in den puncten. e. darmit der dünn zug hinden gemerckt ist/da laß ein scharpf eck bleyben/aber oben schweyf den breyten zug vor dem eck. a. hinauß eyn fünfteyl von der lenge.a.b.disc ausschweyffung soll ein fünfzehē teyl von der lenge.a.b.vndersich gekrůmpt werden.mit zweyerley cirkellinien gemacht/oben mit einer kleinen/vnden mit einer grösseren/zů des kleneren cirkeles Diameter/nym von der leng.a.b.eyn fünfteyl/vñ setz das centrum ausserhalb der fierung/also das disc das ende der ausschweyffung/vñ das eck.a.peyde reyche.Darnach thů den cirkel ein wenig weyter auf/vnd verruck das centrum biß das die cirkellini růre das ende der ausschweyffung/vnd den preyten ortstrich des pustaben mitten zwischen der seyten.a.c. vnd des forderen dünnen zuges.

Oder mach das.n.das sein öbre fordre auschweyffung innerhalb der fierung beleyb/oder mach ein scharpf eck darauß.Wie das hernach ist aufgerissen.

ALTERNATE METHOD OF CONSTRUCTING THE LETTER M

For the second method of constructing the letter M, divide side *ab* of the quadrangle into six equal parts and cut off the two outer parts on both sides with two points *f* and *g*. Draw the inner wide limb so that its tip ends on point *e*, as before, and then draw the thinner limb upward, so that between *f* and *g* will be an empty area. Then draw the flanking limbs, the narrower one on the left, the wider one on the right, leaving them on top as before, but on the bottom, move them into the corners *c* and *d*. Then extend the ends into points as in the preceding method of constructing the letter M, but this extension protrudes beyond point *d* at the bottom.

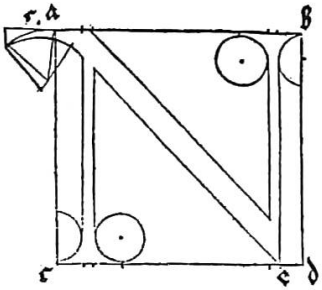
Or you can have sharp corners at the top. It will bring the limbs closer together; or else trim off the limbs flat on the top, whatever you prefer, as shown below.

The letter M

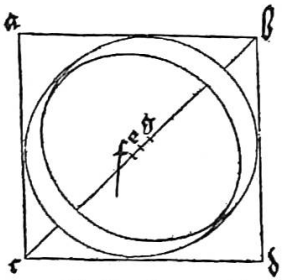
CONSTRUCTION OF THE LETTER N

The N is constructed within its quadrangle as follows. First draw the two thin vertical limbs so that they touch the quadrangle on the top and on the bottom. Their serifs at bottom left and upper right should extend into the corners *c* and *d*. Then connect the two narrow vertical limbs by an oblique broad limb, and at the angle *a* extend it into a point at *e* toward the upper left, so that it ends in an acute angle. It should protrude beyond the corner *a* by a fifth of the length of line *ab*, and should curve downward a fifteenth of the length *ab*. The arcs should be made by means of a small circle on top and a larger one on the bottom. The diameter of the small circle should be equal to a fifth of *ab* and should have its center outside the quadrangle, but so that its arc touches the tip of the extension, as well as corner *a*. Then open up the compass a little more and move the center point so that the periphery of the circle will touch the tip of the extension, as well as the wide oblique limb in the middle between side *ac* and the thin limb on the left.

You can also construct the N so that its left serif remains within the quadrangle, or you can have it end in an acute angle, as shown below.



DAs. o. mach in sein fierung also/reyß in seiner fierung ein Diameter.c.b. vnd teyl den mit ei-nem puncten.e.in der mitt von einander/vnd setz des pustaben preiten zugs grössen mit zwey-en puncten.f.g.mitten auf den Diameter zů beden seyten neben das.i. die laß zwen centrum sein/vnd reyß auß yetlichem ein cirkellini die zwo seyten der fierung annůren/vñ wo dann die zwo cir-kellini durcheinander lauffen/da hin zeuch von der hand die dünner preyten des pustaben zug in rech-ter form. Wie das hernach ist aufgerissen.



DAs. p. mach in seyn fierung/also/teyl die fierung.a.b.c.d.mit einer zwerchlini.e.f.in der mitt von einander. Darnach teyl.a.b. vnd.e.f.mit einer zwerchlini.g.h. auch in der mitt von ein-ander. Darnach zeuch den ersten aufrechten preyten zug/des.p.gleych mesig wie foren dz.k.

The letter N

CONSTRUCTION OF THE LETTER O

Make the letter O within its quadrangle as follows. Draw a diagonal *cb* inside the quadrangle and divide it in the middle by a point *e*. Then indicate the thickness of the letter by points *f* and *g* in the middle of the diagonal, on both sides of point *e*. Let these two points be the centers of two circles which you will draw around them so that they each touch two sides of the quadrangle. At the points where they cross, you must draw the thin portions of the letter in the correct form by hand, as shown below.

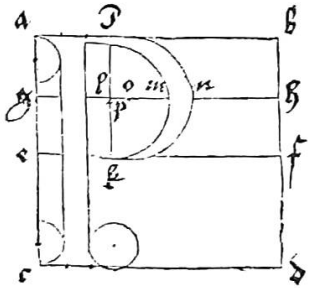
The letter O

CONSTRUCTION OF THE LETTER P

Construct the letter P within its quadrangle as follows. Divide the quadrangle *abcd* with a horizontal line *ef* in the middle. Then divide *ab* and *ef* with a horizontal line *gh* in the middle also. Then erect the first wide vertical limb of the letter P in the same manner as was shown for the letter K.

A preparatory drawing of the construction of the letter O is among Dürer's manuscripts in London (British Museum, Sloane 5229, fol. 134r; Rupprich 1969, vol. III, p. 348). *See Appendix, p. 455.*

einen hat. Darnach zeuch zwischen.a.b.vnd.e.f.ein aufrechte lini.i.k.so weyt hinder dem preyten zug so preyt des pustabē zug ist/vñ merck dz albeg/das in der fierung darin der pustab stet/heyst das eck.a. forien vnd das.b.hinden/weyter/wo.i.k.die lini.g.h.durch schneydet da setz ein.l. Darnach zeuch die zwen dünnen zwerch zůg oben vnder.a.b.vnd ob.c.f. von dem preytem aufrechten zug biß an die lini i.k.vnd setz einen cirkel mit dem einen fues in den puncten.l.vnnd den anderen vnden an den dünnen zwerch zug/vnd reyß von dann hindersich rund durch die lini.g.h.biß zů dem vnderen dünnē zwerch zug des.p.vnd wo.g.h.durch schneyden wirtda setz ein.m. Darnach setz der pustaben zugs grössere preyten mit einem puncten.n.hinder das.m.auf der lini.g.h.vñ thů den cirkel so weyt auf das du auf recht mit reychest die lini.a.b.vnd den puncten.n. Darnach laß den cirkel mit dem einen fues in dem puncten.n.sten/vnd den anderen setz auf die lini.g.h.hinfür in einen puncten.o.darein laß den einen fues des cirkels sten vnd reyß mit dem anderen einen runden ryß der da rür die lini.a.b.vnd.e.f.vnd den puncten.n. Oder mach den hacken des pustaben also/setz den cirkel mit dem einen fues vnder der zwerchen.g.h.auf die lini.i.k.mitten zwischen der zwerchen.e.f.vnd vnden des öberen dünnē zwerch zugs des pustaben in einen puncten.p.vnd reyß mit dem anderen fues wider durch das.m.rund herumb wie vor/so wirt der hacken des pustaben vnden spitzig/disen spitzen laß vnden enden mitten zwi schen.i.k.vnd des preyten aufrechten zugs des pustaben.
Oder mach das.p.im krummen zug durch die versetzung des cirkels auf dem Diameter/also das der zug oben preyt werd der federen nach. Wie hernach im anderen alfabet ist aufgerissen.



DAs.q.mach in sein fierung zů gleycher weyß wie das.o.forien gemacht ist/aber ein schwantz zeuch daran also/reyß in der fierung einen Diameter.a.d.darunder heb an dem runden zug des pustaben den langen schwantz hinauß zů zihen durch das eck.d.also das mitten in der preyten des schwantz sey/vnd da der schwantz an hebt mach jn ein wenig dünner dann in dem eck.d. da er sein rechte preyten soll haben. Darnach zeuch jn von dem eck.d.des gantzē Diameters lang hin auß/vnd vndersich/also das er ein krume gewin so er schlems get/das er mit seinem ende nit tiefer vn der die vnderst lini der fierung kum dann eyn dutteyl von der fierung höhe/vñ ye lenger ye dünner hin auß gezogen werde/vnd auf die letze ein gantz dünner strich darauß werde.
Oder mach dem.q.den schwantz kürtzer/nemlich also/nym mit einem cirkel die leng.c.d.vnnd reyß den schwantz von dem runden ryß herauß/die erst lini durch den puncten.d.so lang da ist.c.d.vnnd das sich der schwantz vbersich krům biß wider zů der höhe.c.d.vnd merck den puncten mit einem.h. Darnach versetz den cirkel/vnd mit dem anderen fues reyß wider von dem runden zug des pustaben vnder dem.d.herum biß wider in den puncten.h.also das der schwantz im anfang sein groste preyten hab wie das nachfolget in der ersten figur doppell ist aufgerissen.

Then draw a vertical line *ik* between *ab* and *ef* at a distance equal to the width of the limb behind the vertical limb, and remember that in each case the forward corner of the quadrangle within which the letter is constructed is marked *a*, and the one on the right is marked *b*. Where line *ik* crosses line *gh*, mark point *l*. Then draw the two narrow horizontal limbs at the top below line *ab* and above *ef* from the wide vertical limb to the line *ik*. Place one leg of a compass on *l*, and with the other draw an arc from the upper narrow horizontal limb through *gh* down to the lower narrow horizontal limb of the letter P. At the point where this arc crosses line *gh*, mark point *m*. Mark off the width of the limb behind *m* on line *gh* with a point *n*. Put one leg of the compass on point *n* and the other on a point *o* on line *gh*. Then draw an arc having point *o* for its center, so that it touches lines *ab* and *ef*, as well as point *n*. Or you can draw the hook of the letter as follows. Place one leg of the compass below the horizontal line *gh* on line *ik*, midway between the horizontal line *ef* and the lower line of the upper narrow horizontal limb of the letter. Mark this point *p* and draw an arc with the other leg of the compass through *m* downward, as before. In this instance, the tip of the curved portion of the letter will end in an acute angle. The pointed end should terminate on the bottom midway between line *ik* and the wide vertical limb of the letter.

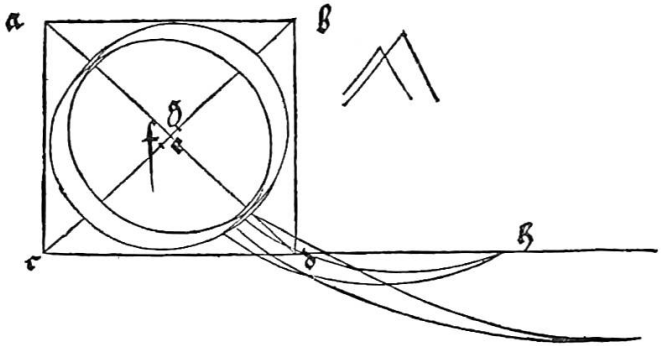
Or draw the curved member of the letter P by moving the compass along the diameter, so that the curve will become wide on top, as if drawn with a quill. This is demonstrated in the following letters of the alphabet.

The letter P

CONSTRUCTION OF THE LETTER Q

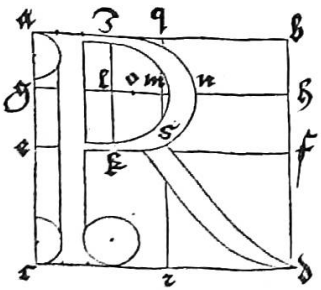
Construct the letter Q within its quadrangle in the same way as the letter O above. Then draw the diagonal line *ad* inside the quadrangle. Below it, attach the long tail to the curve of the letter which will pass through the corner *d*, so that this corner is at the center of the tail's width. Where the tail is attached to the main part of the letter it should be a little narrower than when it passes the corner *d*. At *d* it should reach its proper width. From *d* the tail should extend a distance equal to the diameter and slant downward, yet with an upward curve. The tip of the tail should end at a point not more than a third of the quadrangle's height below the level of the bottom line of the quadrangle. The longer the tail, the narrower it should be, so that it will in the end become a thin line.

Or you can draw a shorter tail for the letter Q as follows. Open the compass to the length *cd* and draw an arc which will serve as the tail through point *d* to a length equaling that of line *cd*. The tail should curve upward to the level of line *cd*. Mark this point *h*. Then move the compass and draw an arc with the other leg, beginning at the round member of the letter, extending below *d* and ending at point *h*, so that the tail is widest at its inception, as shown in two versions in the following diagram.



Vter das. r. mach also in sein fierung geleych wie das. p. zům ersten beschribē ist. Darnach zeuch ein aufrechte lini. q. r. mittē durch die fierung/wo sie dañ den eusseren runden zug durch schneydet da setz ein. s. von dem selben punctē zeuch ein preyten zug herab gegen dem winckel. d. schier gemeß dem zug den foren der bustab. k. hat doch soll er ein wenig einwertz gekrůmpt sein. Darumb must du disen zug von der hand ziehen/vnd sein ausschweyffung wolgestalt piß in den winckel. d. füren.

Oder mach dz. r. also/das sein krumer zug der feder nach oben preyt sey vñ vnden schmal/darzů soll der cirkel auf einem Diameter versetzt werden/vñ der krum zug soll den auffrechten nit anrůren/wie im. p. beschriben ist/auch soll der ort zug der von dem krumen get ein wenig eyngebogner gezogē werden. Wie ich das hernach hab aufgerissen.



The letter Q

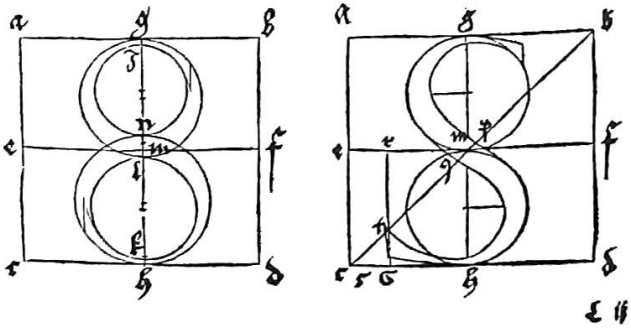
CONSTRUCTION OF THE LETTER R

To construct the letter R proceed as for the letter P, described above. Then draw a vertical line *qr* in the middle of the quadrangle, and where it traverses the outer curved limb of the letter, mark point *s*. From this point draw a wide limb downward into the angle *d* as you did with the lower limb of the letter K which was described above. But this line should here be slightly curved toward the middle. For this reason you will have to draw this limb by hand and shape its curve so that it will be well formed, ending in angle *d*.

Or you can construct the R so that its curved limb is broader on top and narrower on the bottom, as if drawn with a quill. You can do this by changing the positions of a compass on a diagonal line. In this version, the curved limb should not touch the vertical limb of the letter, as was shown for the letter P. Also the oblique limb should be slightly curved inward, as shown below.

The letter R

Item das. f. mach also in sein fierung.a.b.c.d. Erstlich reyß die mitler zwerch lini. e. f. vnd ein aufrechte.g. h. vnd wo die in der mit an einander durch schneyden da setz ein. m. Darnach nym des pustaben zug grose preyten vñ setz die auf die lini. g. h. also das der punct.m. vnden ein dritteyl von diser preyte abschneyd. Darnach setz die dünner preyte des pustabē zug mit zweyen puncten oben vnder dem.g.mit einem.i.vnd ob dem.h.mit einem.k.vñ merck die preyten des pustabē oben mit einem. n. vnden mit einem.l. Darnach setz ein cirkel mit dem einen fues auf die lini.g.h.mitten zwischen. i.n. vñ reyß mit dem anderen fues ein cirkellini durch.i.n. Darnach setz den cirkel aber mit dem ein fues auf die lini.g.h. mitten zwischen. g.l. vnd reyß mit dem anderen fues ein cirkellini durch.g.l. Darnach setz aber den cirkel mit dem einen fues auf der lini. g. h. mitten zwischen.n. h. vnd reyß mit dem anderen ein cirkellini durch. n. k. Aber setz den cirkel mit dem einen fues auf der lini.g.h.mitten zwischen.l.k.vnd reyß mit dem anderen fues ein cirkellini durch.l.k. Darnach schneyd den oberen zug des pustaben aufrecht ab / also das diser schnid am ende des pustaben gröste preyten / vnd eynes dritteyls mer hab/vnd das der spitz so tief herab ge das er dem Centrum zů. i. n. auf der seyten gleych ste/darumb soll diser spitz von der cirkellini.i.n.hindersich gezogen werden biß in das erst dritteyl zwischen der klein vnd grösseren cirkellini. Darnach schneyd den pustaben formen vnden ab mit einer aufrechten lini mitten zwischen den zweyen runden rissen / vnd das diser abschnid eins vierteyls preyter sey dann der ober hinder.vnd das sein spitz des Centrums höhe zů.n.h. gleych ste.
Das. f. mach noch einer anderen weyß/setz mitten in die fierung.a.b.c. d. auf die zwerch lini.e.f.ein puncten.m. Darnach stell ein cirkel mit dem einen fues mitten zwischen.g. m. vnd mit dem anderen reyß ein cirkellini.g.m. gegen.a.e. Darnach setz den cirkel mitten zwischen. m. h. vnd mit dem anderen fues reyß ein cirkellini.m.h. gegen. f. d. dise zwo krume linien rüren foren oben vnd hinden/vnden die eusseren krüm des. f. Darnach zeuch ein Diameter.c.b.durch das.m.mitten darauf setz die preyten des grösseren zugs mit zweyen puncten. p. q. auß denen zeuch zwo gerad linien vbersich vñ vnder sich an pede cirkelryß. Darnach zeuch zwo parallel auß peden puncten.p.q.vbersich vnnd vndersich/ innerhalb peder cirkellini biß zů der höhe vnd niderer beder Centrum der cirkellini. Darnach punctir vnder dem.g.vnd ob dem.h.mit zweyen puncten die dünner preyten des pustaben/von dann reyß mit der hand den form des. f. innen/oben vnd vnden formlich/vñ zeuch den zug des. f. oben hinauß gegen dem.b.vnd schneyd den zug ab das der vnder spitz den cirkelryß rür / vñ das vbersich der abschnid eyn zehenteyl von der leng.a.b.hab/vnd das der cirkelryß den abschnid fürtref.Darnach setz ein aufrechte lini.r.f. hinder.e.c. eyn fünfteyl von d'lenge.c.d.wo dise den Diameter durch schneydet da setz ein.k. in den selben winckel zeuch das ende des pustaben / vmb mach den abschnit vmb eyn dritteyl preyter dann den oberen/ darumb must du ein wenig für das. t. hinauß faren. Wie ich das also hernach hab aufgerissen.



CONSTRUCTION OF THE LETTER S

Construct the letter S within its quadrangle *abcd* as follows: First divide the quadrangle in the middle by a horizontal line *ef* and a vertical line *gh*. Where these two lines cross in the center, mark point *m*. Then mark off the thickness of the broadest section of the letter on line *gh*, so that point *m* denotes the lowest third of this thickness. Then indicate the thin sections of the letter with two points: below *g* this will be point *i*, and above *h*, point *k*. Mark off the breadth of the letter near the top with a point *n* and the bottom with a point *l*. Now place one leg of a compass on line *gh* midway between *g* and *l* and draw a circle with the other leg through *g* and *l*. Then place the one leg once more on line *gh*, midway between *n* and *h*, and with the other leg draw a circle through *n* and *k*. Now place one leg of the compass once more on line *gh*, midway between *l* and *k*, and with the other leg draw a circle through *l* and *k*. After this has been done, cut off the upper limb of the letter vertically so that at this point the limiting line is equal to one and a third of the greatest width of the letter. Its point should be on a level with the midpoint between *i* and *n* and should descend down to the first third of the inner and outer circles. Then cut off the curve of the letter on the bottom with a vertical line between the two circles. This severing line should be a quarter longer than the upper one, and its point should be at a level with the midpoint between *n* and *h*.

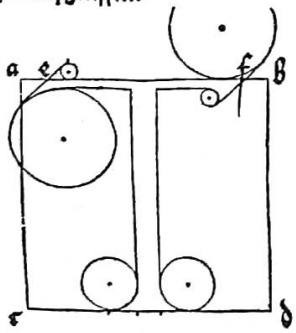
ALTERNATE CONSTRUCTION OF THE LETTER S

The letter S can be constructed in another way. Place a point *m* in the middle of a horizontal line *ef* that divides the quadrangle *abcd* into two equal parts. Then put one leg of a compass on the midpoint between *g* and *m*, and with the other draw an arc that touches points *g* and *m* toward *ac*. Then put one leg of the compass on the midpoint between *m* and *h*, and with the other draw an arc that touches points *m* and *n* toward *fd*. These two curves constitute the outside curvature of the letter S at the top left and the bottom right. Now draw a diagonal *cb* through the center point *m*, and mark off the greatest width of the letter by two points *p* and *q* in the middle. Connect these two points with straight lines to the arcs above and below. Then draw two lines parallel to the preceding straight lines within both arcs to the level of their centers. Mark off two points below *g* and above *h* indicating the narrower width of the letter, and then draw the proper form of the S on top and bottom by hand. You must extend the top toward *b* and then cut it off so that its lower point will touch the circle, whereas the upper limiting line is equal to a tenth of *ab*. After this, erect a vertical line *rs* to the right of *ec* at a distance of a fifth of *cd*, and where this line crosses the diagonal, mark point *k*. In this very corner you must draw the [lower] tip of the letter S. Its limiting line should be a third longer than the one at the top. It will therefore have to protrude a little beyond *k*, as shown in the following diagram.

The letter S

S S

DAs. t. stell aufrecht mitten in sein fierung/vñ schweyf das vnden auf peden seyten auß/wie da forn dz. i. igemacht ist/darnach setz zwen puncte yetlichen eyn zehenteyl von der leng. a. b. hinder das. a. ein. e. vnd für das. b. ein. f. also lang mach den zwerch strich des pustaben vnder der lini. a. b. aber pede seyten des zwerch zugs söllen außgeschweyft werden/vnd durch ortstrich abgeschnitten/vnd oben sollen die selben scherpf vber die lini. a. b. gezogen werden/vnd oben hinder sich hangen/vnd dise abschnid der ortstrich mach ein fünfteyl von der leng. a. b. lang. Darnach mach die ausschweyffung durch zweyerley cirkel/in dem engē winckln brauch dich eines Diameters der zwey dütteyl hab von des pustaben grösten preyten. Aber zů dem weyten winckel mach den Diameter so preyt da ist die seyten der fierung/auf einem teyl neben dem preyten zug des pustaben.
Oder mach das. t. also in sein fierung/mach den puncten. e. wie for hinder das. a. vnnd schneyd den zwerch strich des pustabē mit einem ortstrich ab wie for/vñ das die ausschweyffung nün halb so preyt sey als for/vnd dz oben ein schlecht eck peleyb/des gleychen auf der anderen seyten auch/aber den puncten. f. solst du vmbs halbteyl neher zům. b. setzen. vnd den abschnid mit seiner ausschweyffung aufrechter vnd preyter machen dann den forderen/sunst las all ding beleyben wie for. Wie ich das hernach hab aufgerissen.



T T

DAs. v. mach also in sein fierung/teyl. c. d. mit einem. e. mitten von einander. Darnach setz ein puncten. f. eyn zehenteyl von der leng. a. b. hinder das. a. also weyt setz auch ein. g. für das. b. Darnach zeuch den preyten zug des pustaben von dem. f. herab mit seinem spitz in das. e. vñ von dann zeuch den dünnen zug vbersich biß an das. g. vnnd schweyf die zůg oben auß/wie das. a. forn beschriben vnden außgeschweyft ist. Wie das hernach ist aufgerissen.

The letter S

CONSTRUCTION OF THE LETTER T

Place the letter T vertically in the middle of the quadrangle and extend serifs on the bottom to both sides in the same way you did with the letter I. Mark off two points, the first a tenth of the length of *ab,* to the right of *a,* and mark it *e,* and the second the same distance to the left of *b,* and mark it *f.* These points denote the length of the horizontal limb of the letter T below line *ab,* but both ends of the horizontal limb shall be extended and limited by oblique serifs. The serifs will protrude above line *ab* and measure a fifth of *ab* in length. Connect the tips of the serifs to the limbs of the letter by means of arcs of two sizes. For the acute angles use a diameter of two-thirds of the letter's width, but for the wide angle the diameter of the circle should equal the distance from the wide limb of the letter to the side of the quadrangle.

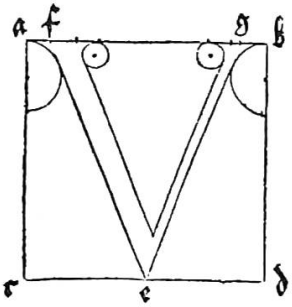
ALTERNATE CONSTRUCTION OF THE LETTER T

Or you can construct the letter T within its quadrangle as follows. As before, place point *e* to the right of *a* and cut off the horizontal limb of the letter with an oblique line. The serif should extend only on one side, so that a simple corner remains on top. Do the same on the other side, except that point *f* should be half again as close to *b* as *e* is to *a,* and the serif should be more vertical and wider than the one on the left. In all other respects, leave things as before, as shown below.

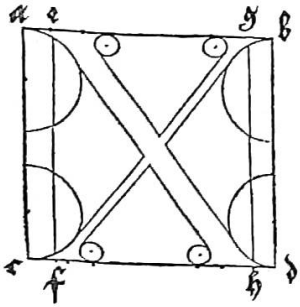
The letter T

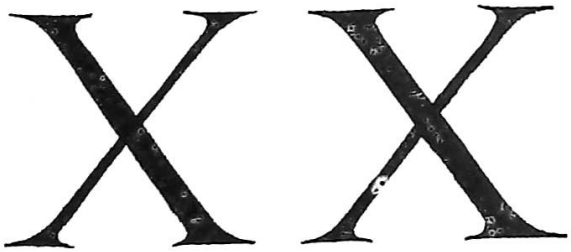
CONSTRUCTION OF THE LETTER V

Construct the letter V within its quadrangle in the following manner: Divide line *cd* in the middle by a point *e.* Then place a point *f* a tenth of the length of *ab* behind *a,* and place a point *g* the same distance to the left of *b.* Now draw the wide limb of the letter downward from *f* to *e,* which denotes its acute point at the bottom, and then continue with the thin limb of the letter upward to *g.* Add serifs as described before for the bottom serifs of the letter A. This is shown below.



DAs. r. mach also/reyß zwo aufrecht lini.e.f.vnd. g. h. eyn zehenteyl von der leng. a. b. hinder vnd for den seyten.a.c.vnd.b.d.Damach zeuch des pustaben zwen kreutzzüg/den preyten dz er oben foren rür das.e.vnd vnden hinden das.h.aber den dünnen zug mach das er oben hinden rür das.g.vnd vnden foren das.f.Damach schweyf die züg oben vnnd vnden auß/das sie rüren die vier eck. a. b. c. d. vnd mach den halben Diameter des grösseren cirkels breyt eyn fünfteyl von der leng. a. b. damit schweyf die vier weyteren winckel auß/aber des kleineren Diameters cirkel mach preyt zwey dritteyl von des grösseren zugs preyten.
Oder ender das. r. also/alle ding laß beleyben wie for/allein den dünnen strich richt oben vñ eyn halb teyl von des pustaben preyten zug mer auf/so wirt das ober teyl kleiner vnd enger dañ das vnder/vnd sicht anderst dann for.Wie das hernach ist aufgerissen.





DAs. y. mach mitten in sein fierung in dem vnderem halbteyl wie foren das. i. beschriben ist. aber das ober halbteyl spalt von einander/also das dz forder halbteyl zwey dritteyl/vñ das hinder eyn dritteyl haben von des pustaben preyten zug/vñ leine jre bede teyl auf pede seyten auß/ also das jre ausschweyffung die zwey eck.a.b.reychen/vnd zů dem grossen cirkel/ damit du aussen die weyten winckel ausschweyfst/des Diameter mach preyt der fierung felt neben dem pustaben/aber die Diameter der cirkel in die kleineren winckel mach ein yetlichen preyter dann der zug auf der selben seyten ist.Wie das hernach ist aufgerissen.

The letter V

CONSTRUCTION OF THE LETTER X

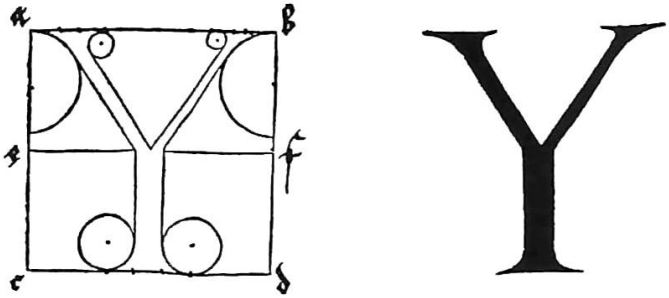
In order to construct the letter X, erect two vertical lines *ef* and *gh* a distance of one-tenth the length *ab* behind side *ac* and before *bd*. Then draw the two crossed limbs of the letter so that its width will touch point *e* in the front and point *h* in the back; however, the thin limb should touch point *g* on top and point *f* on the bottom left. The serifs should touch the four corners *abcd* and the arcs determining their points should have diameters of a fifth of *ab* for the wide angles, but a diameter two-thirds of the width of the broad limb for the acute angles.

Or you can alter the letter X as follows: leave everything as before, but move the narrow limb up by half the width of the wide limb. As a result, the upper part of the letter will become narrower and smaller than the lower one and will change its appearance, as shown below.

The letter X

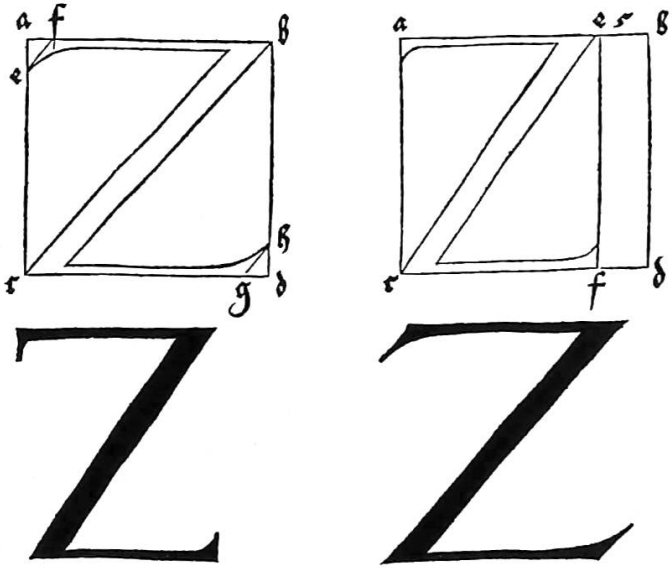
CONSTRUCTION OF THE LETTER Y

Construct the letter Y by placing it in the middle of its quadrangle, as you did the letter I, but split the upper part, so that the forward [left] limb will have two-thirds the thickness of the wide limb of the letter, and the rear [right] limb will have one-third that thickness These two upper limbs should slant outward to the two sides so that the tips of their serifs will touch the corners *a* and *b*. The two large arcs under the serifs will have a diameter equal to the distance between the wide limb and the side of the quadrangle, whereas the diameters of the small arcs should be a little larger than the width of the limb on their respective sides. This is shown below.



MAch das. z. also in sein fierung / setz auf beden linien vnder vnd neben dem eck. a. zwen puncten. e. f. eyn zehen teyl weyt von der leng. a. b. also setz noch zwen gleych messig ander puncte. g. h. für vnd ob dem eck. d. vnd zeuch gerad. e. f. vnd. g. h. zůsamen. Darnach zeuch den ersten dünnen zug vnder. a. b. von dem. f. hinderſich biß in den winckel. b. von dannen zeuch den preyten zug vber ort biß in das. e. Darnach zeuch den dünnen zug auß dem. e. biß züm. g. Darnach schweyf die zwen spitz. e. h. von der hand auß.

Oder mach das. z. also schneyd die fierung. a. b. c. d. mit einer aufrechten lini. e. f. ab / vnd zeuch den pustaben. z. wider darein wie for / aber also / das die zwen zwerch strich oben foren vnd vnden hinden mit den aufrechten. a. c. vnd. e. f. abgeschnitten werden. Wie das hernach ist aufgerissen.



ITem all diß forgemacht pustaben mag man von neun preyten hoch machen / wie dann die forgemachten zehen preyten hoch sind / vñ werden eben in jrer maß von neun teylen in jr fierung. a. b. c. d. eyn geteylt / wie die forderen durch zehen. Das dest baß zůuersten / hab jch hernach solichen pustaben aufgerissen.

Man macht auch dise pustaben fünf höhe / so man sie klein von der hand schreybet.

The letter Y

CONSTRUCTION OF THE LETTER Z

Construct the letter Z within its quadrangle as follows. Place point *e* below corner *a* and point *f* adjacent to it, each at a distance from corner *a* equal to one-tenth the length of *ab*. In the same manner, place two points *g* and *h* next to and above point *d* and then connect points *e* and *f* and *g* and *h* by straight lines. Now draw the first narrow limb below *ab* from *f* to the angle *b*, and then draw the wide limb obliquely down to *c*. Then draw the narrow limb from *c* to *g*. After this extend the two points by hand.

Or you can draw the Z as follows: Trim off the quadrangle *abcd* with a vertical line *ef* and draw the letter Z in the same way as before in this [narrower quadrangle]. The two horizontal limbs should be limited on top left and bottom right by the vertical lines *ac* and *ef*, as shown below.

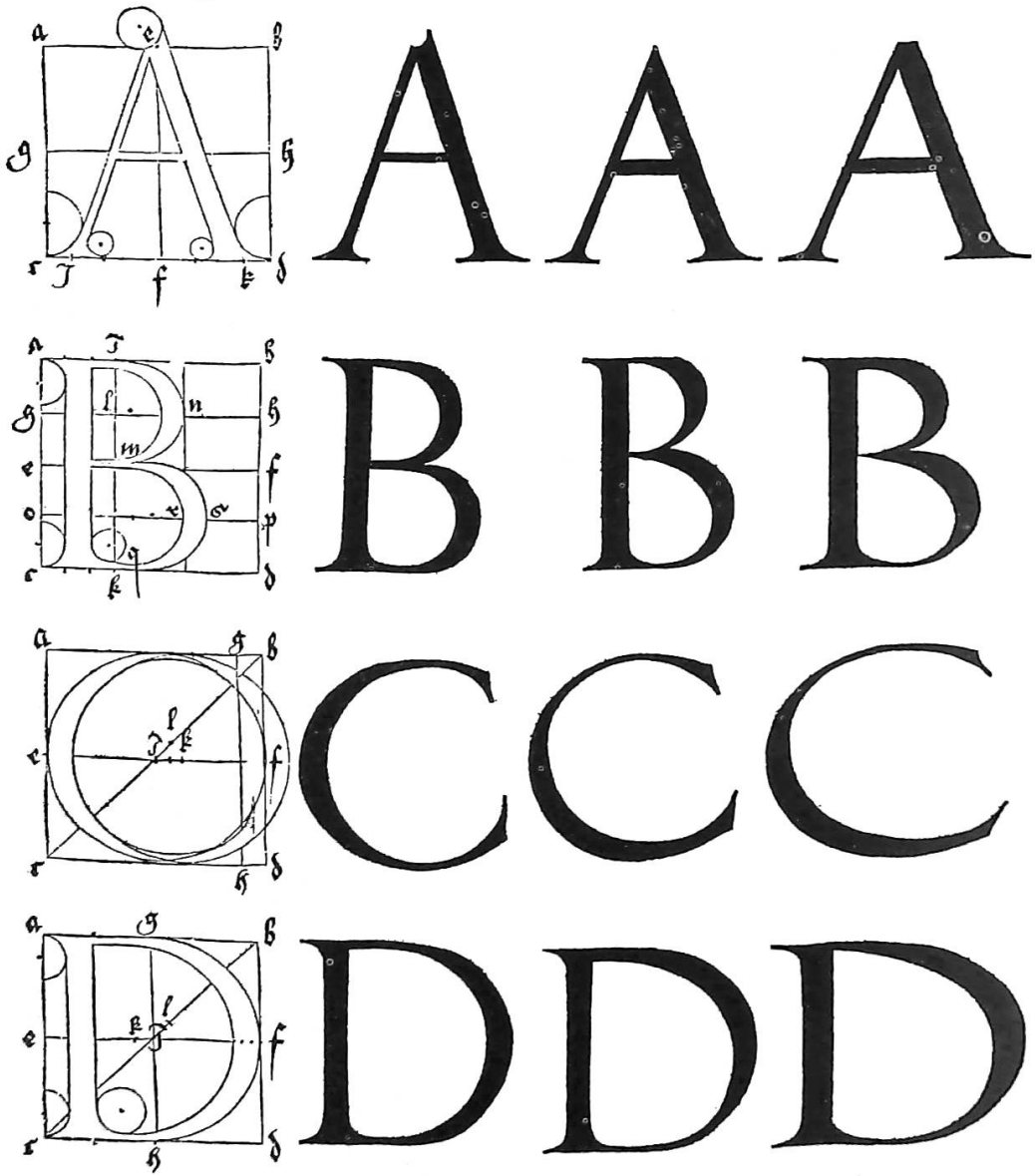
The letter Z

All the preceding letters may also be constructed in a proportion of nine to one, instead of ten to one as in the letters above. In that case, each of the quadrangles *abcd* will be divided into nine parts. For better understanding, I have drawn such letters below.

These letters can also be made only five units high, in the size used for handwriting.

The reference to a proportion of nine units may derive from the system of constructing letters devised by Francisco Torniello da Novaria (Opera del mondo de fare le littere maiuscole antique, *Milan 1517*). *Torniello's letters are based on those of Pacioli, but the relationship of stem to height is 1:9.*

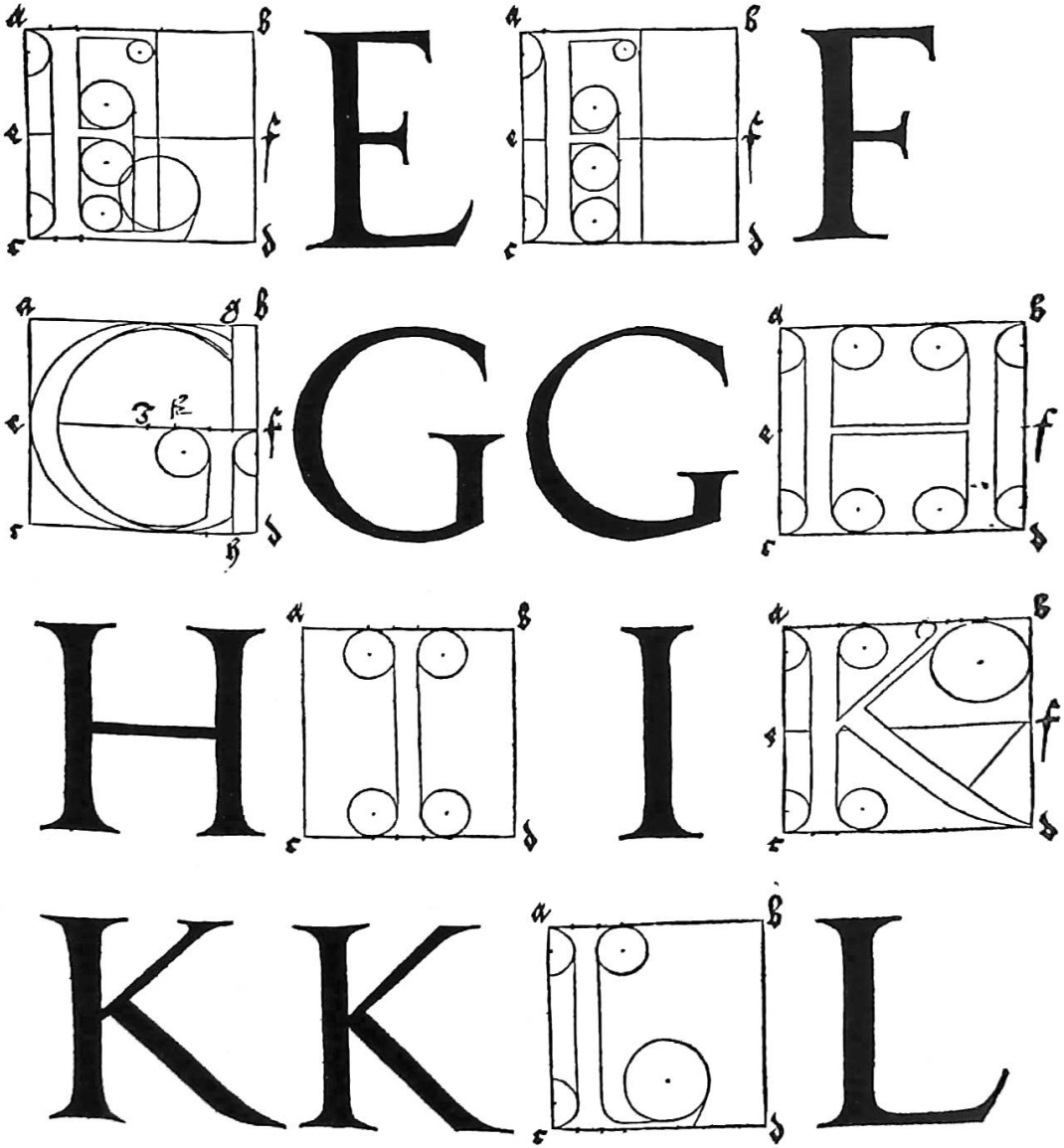
In diser schrift macht man die versal in gleycher maß vnd gestalt / aber eyns dritteyls grosser dañ die gemeyn zeyl der schryft.



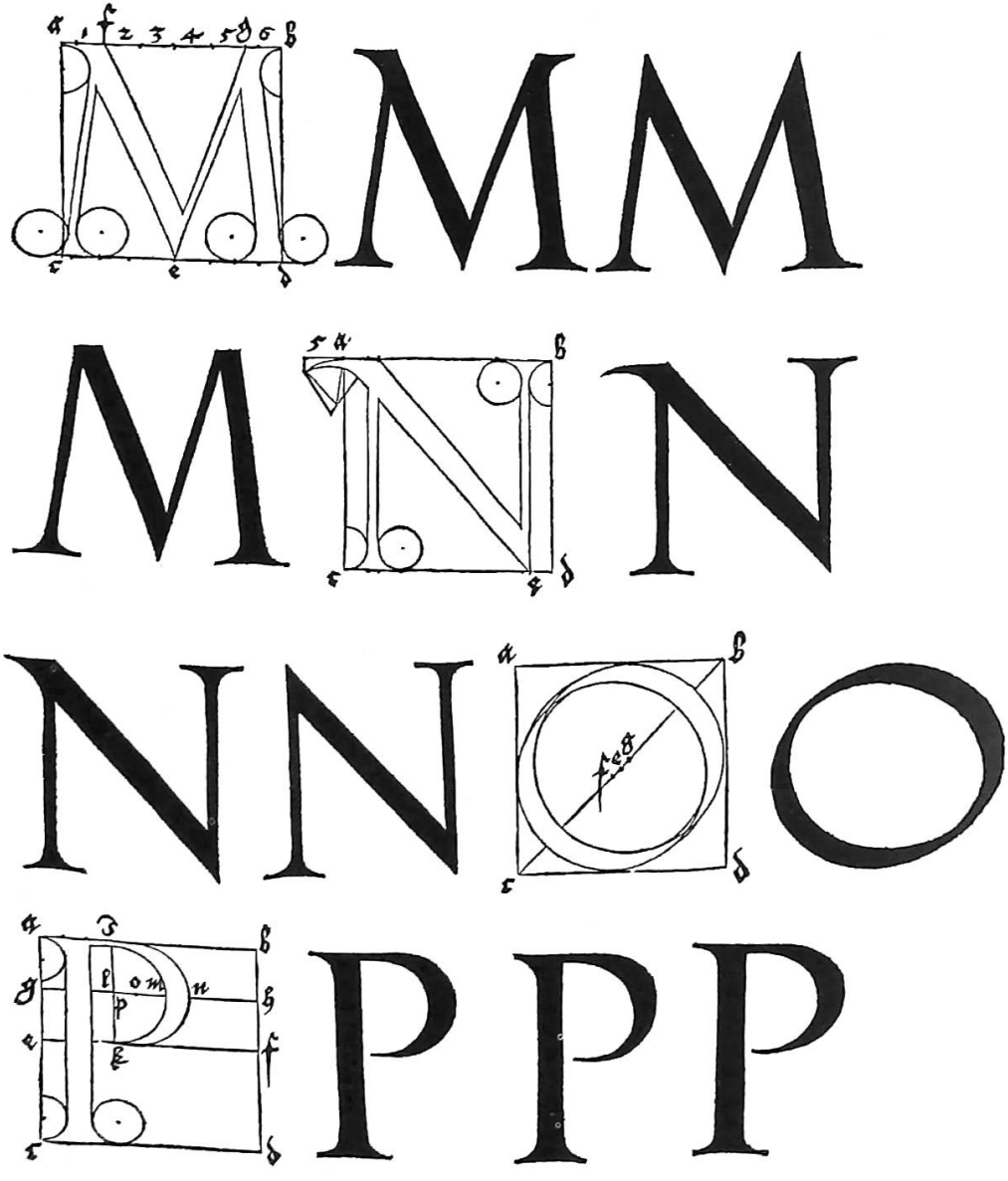
E iiij

These letters are also used for the versals [elaborate capital letters, such as those used in illuminated manuscripts] which should be of the same proportion and form, but a third larger than the ordinary letters.

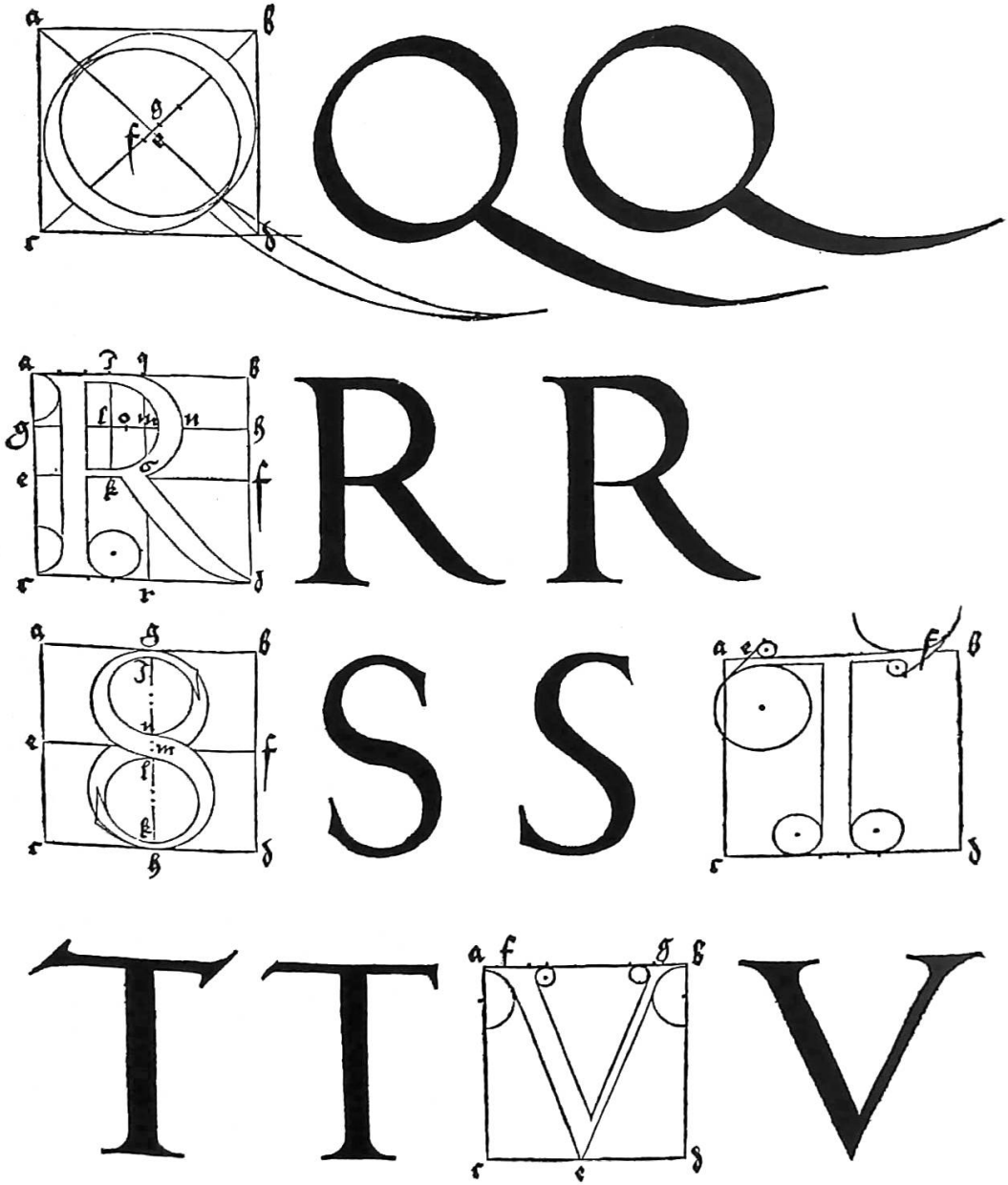
Letters A to D


E
F
G
G
H
I
K
K
L

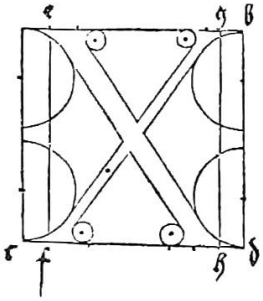
Letters E to L


MM
M
N
NN
O
PPP

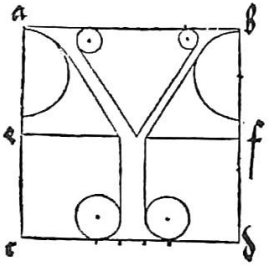
Letters M to P



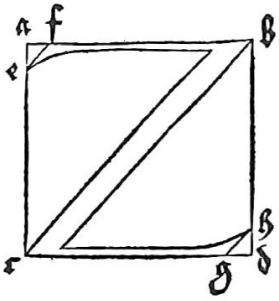
Letters Q to V



XX



Y



ZZ

Letters X to Z

Die alten textur hat man etwan in solicher mas geschriben / wie wol man sie yetzt einer anderen art macht / das ich dann auch schreyben will. Vnd wiewol man das alpfabet am. a. anhebt zůschreyben / so will ich doch auß vrsach hie zům ersten das. i. für mich nemen zůmachen darumb das schier alle pustaben darauß gemacht mögen werden / doch muß man jm etwan zů geben oder nemen.

Erstlich das. i. mach auß rechten fierungen / der setz drey aufrecht auf einander / vñ teyl der obersten fierung oberste seyten vñ der vndersten vnderste mit zweyen puncten yetliche in drey gleyche felt. Darnach setz ein gleych mesige fierung vber ort / den Diameter aufrecht mit dem eck in den forderſten punkten der fierung seyten / so vber trit die ort fierung mit jren ecken / fornen weyter dann hinden. Darnach zeuch von peden seyten der aufeinander gesetzten fierungen linien vbersich an die verruckt fierung. Darnach thů jm vnden wie oben / allein setz die fierung mit jrem obersten eck in den anderen oder hinderen puncten der vnderen seyten an der fierung / vñ zeuch pede seyten von den aufrechten fierungen herab an die verruckt fierung / also ist das. i. gemacht darob reyß mit einer kleiner federen ein kleines halbes mönlein.

Item das. n. mach auß zweyen zůgen des pustaben. i. also das jr oberste vnd vnderste eck an einander rüren / so wirt das felt schlemer zwischen den zůgen dann ein zug des pustaben preyt ist / aber kein mönlein mach mer darauf / vnd mach die kurtzen pustaben all gleych lang durch dz gantz alpfabet.

Item das. m. mach von dreyen zůgen wie das. n. von zweyen gemacht worden ist.

Das. r. mach wie das. i. allein setz oben hinden daran ein gleych mesige fierung die mit jren ecken anrüren.

Das. r. mach auch einer solichen meynung / den fues laß vnden beleyben wie for / aber oben setz zwo verruckt fierung die mit jren ecken an einander rüren mitten auf dem geraden zug / vnd zeuch ped seyten follent vbersich an die fierung.

Das. u. mach dreierley / das erst einfach mach wie das. n. allein an dem hinderen zug laß die verruckt fierung oben ab gen / vnd mach darfür ein ortstrich / also das die zwey eck des zugs das ein hinden als hoch sey als forē / das oberst eck an der fierūg des ersten zugs / aber das forder ober eck an dem hinderen zug sey nider als das negst eck an dem forderen zug hinden ist.

Das ander. v. braucht man im anfang der wörter das mach also / den ersten zug mach wie dz. i. allein ruck das vnderst eck vnden der fierung mer hindersich / also das dz forderst eck der fierung dem aufrechten zug gleych sey. Darnach stell den anderen zug hinden daran / aber schneyd den selben vnden ab mit einem ortstrich der von dem vndersten eck hindersich gezogē wirt biß zů der höhe der halbē fierung vnder den dreyen die aufeinandersten.

Darnach mach das zwifach. w. wie das einfach / allein stell noch ein zug deß. i. fornen daran.

Das. b. mach wie das einfach ander. v. aber dem forderen zug laß die oberst ortfierung ab gen / vnd setz noch drey ander aufrecht fierung auf die vnderē drey / aber die sibend schneyd oben fornē mit einem Diameter weg.

Item so du diß. b. vmb kerst das oberst zů vnderst so ist es ein. q.

Das. x. mach auß dem. i. henck oben hinden daran ein gleych mesige ort fierung / vñ vnden mach ander forderen ort fierung ein spitzen sparren fürsich / vñ in der mitt zeuch ein preyten zwerchstrich durch den aufrechten zug / also das der foren vnd hinden mit einem Diameter abgeschnitten werd / das forder vnder eck las ender des halben aufrechten zugs breyt for dem zug / vnd oben las jn an dem zug anrüren / aber hinden las jn oben hinauß gen in der weyten biß vnder das vnder eck der öberen hindenrū ort fierung / vnd schneyd jn ab mit einem parallel gegen der forderen ortlini.

Das. c. mach auch auß dem. i. aber thů die ober ort fierung hinweg / vñ far mit den seyten linien vbersich biß zů des pustaben höhe / vnd schneid dz forder eck mit einem Diameter ab. Darnach zeuch oben zwerchs herdan ein preyten zug so weyt hindersich als der zug preyt ist / vnnd schneyd jn ab mit einem Diameter vnder dem halben vberschus des öberen vbertretten.

Den aufrechten zug zů dem. c. mach geleych wie dz. c. aber von oben herab hindersich zeuch ein preyten zug auß dem forderen Diameter zů gleychen winckln einer fierung / vnd eins dritteyls lang / vnd

CONSTRUCTION OF TEXT OR QUADRATE LETTERS

The old *textur* letters were written to look approximately like the ones which follow, but they are now devised differently, as I shall describe below. And although the alphabet customarily begins with the letter A, I shall, for good reason, begin here with the letter I, because almost all the letters of the alphabet can be derived from it, although something always has to be added to it or taken away.

Begin by constructing the I out of squares, by placing three vertically one over the other, and dividing the top and the bottom lines of the stack by two points into three equal parts. Then place a square of the same size obliquely on the first point of the top square, so that its diagonal is in a vertical position. The forward [left] corner of the obliquely placed square will then protrude more than the rear [right] corner. Extend the sides of the original stack upward by vertical lines to meet the sides of the oblique square. Now follow the same procedure at the bottom, except that the top corner of the oblique square must touch the second point at the rear [right] of the bottom line of the stack. Again you must extend the sides of the stack downward to meet the sides of the oblique square. That is how it's done. Using a fine pen, draw a small crescent above it.

The letter N is made from two I-like stacks placed so that their upper and lower corners touch. The space between the two stacks will then be narrower than the thickness of either, but you must not place the small crescent above them. The short letters of the alphabet should be constructed in this same size.

Construct the letter M in the same manner, by using three instead of two stacks.

Construct the letter R in the same manner as the I, adding at the top right another square of the same size that touches the original I with its corner. You can also construct it in another way: leave its foot as before, but place two oblique squares on top so that their corners touch at the center line. Then extend the sides of the bottom square to meet the sides of the oblique one.

There are three ways of constructing the U. The first is simply like the N, except that the oblique square on top of the right limb is omitted and replaced by an oblique line. The right upper corner should be at the level of the top corner of the left limb, and the left upper corner at the level of the adjacent corner of the left limb.

The second V is used for the beginning of words and is made as follows: Draw the first limb as you did for the I, but at the bottom push the lowest square a little more to the right, so that its left corner is in line with the vertical limb. Then place the second limb next to the former, but trim it off at the bottom by means of an oblique line beginning at the lowest corner [of the left limb] and extending upward and to the right to a point level with half the height of the lowest square of the limb [of the right limb].

Next construct the W like the simple U by simply placing another I-like limb next to it at the left.

For the B use the second method to construct the simple U, but omit the top [oblique] square of the left limb and add three more regular squares instead. Trim off the seventh square on top with a diagonal line.

If you turn this B upside down, you will have the Q.

The X is derived from the I by appending an oblique square of the same size behind the top and adding an acute tail to the bottom oblique square on the left. At the center draw a wide horizontal line across the vertical limb and cut it off on the left and right with oblique lines. The lower left corner should end a distance of half the width of the vertical limb to the left of it, but the upper corner should touch the vertical limb. On the right, the horizontal member should protrude on top as far as the bottom corner of the oblique square appended to the main limb. Trim it off with an oblique line that is parallel to the one limiting this horizontal member on the left.

The letter C is also derived from the I. Omit the uppermost oblique square and

mach ein klein ort rißlein von dem vnderen eck an den aufrechten zug.
Das.k.wirt gleych formig dem.c.gemacht/aber jm wirt oben fornen zůgebē im Diameter dardurch gewint das.k. zů oberst ein spitz /vnd vnden am preyten zug fürsich hinauß auch ein gleychmessigen wie oben/darumb wirt das.k. oben ratlicher dann das.c. vnd scheynt nit so gepugt.
Das.l. mach vnden herab wie das.i. aber der fierung sollen sechs ob einander sten/vnd die sibend schneid fornen mit einem Diameter von einander/so peleybt dem pustaben oben hinden ein spitz.
Das.f. mach wie dz.l. allein zeuch zů oberst hindersich einē preytē zwerch zug deß Diameters lang/ vnd schneyd jn hinden mit einem parallel gegen dem forderen ab.
Das.f. mach wie das.f. allein mach jm ein preyten zwerchzug in der höhe der kürzeren pustabenn zwey mal so lang als preyt/vnd ortschelchs foren vnd hinden abgeschniden/also das der spitz forn vnd vnden des halben zugs preyt fürtret/vnd das die zwen abschnit parallel gegen einander seyn.
Dem. h. mach sein ersten zug wie das.l. vnd den anderen hinden daran oben in seiner stat wie das. i.aber vnden herab vnder der verruckte fierungen mach follent die viert aufrecht fierung/vñ die funft vnderst schneid hinden mit einem Diameter ab.
Das.k.den ersten zug mach wie dz.l.vñ henck daran neben zur lincken seytē ein ort fierung an/vñ laß vom dem vndersten eck der erst gemelten fierung ein dünne ort lini gen an den forderen aufrechten zug von dañ zeuch schelchs herd.an ein preyten ortstrich/vnd den schneyd vnden mit einem Diameter ab/ also das nit weyter vnden zwischen den zweyen spitzen des pustaben sey dann eins Diameters weyt von einer fierung.
Das.d.mach in seinem vnderen halbteyl wie dz. b. aber oben hinauf zeuch den forderē zug biß zů des pustaben höhe/vñ schneyd jm mit einem Diameter sein forder eck ab/darnach setz noch ein halbe fierung auf die drey hinderen fierungen des hinderen zuges/vnd thů jm wider wie vnden/vnd lein den prochnen hinderen zug auf des foderen zugs eck/vnd laß den für gen biß zů end des aufrechten forderen zuges/so werden ein wenig minder dann drey fierung an einander sten/dañ an dem forderen aufrechten zug soll der prochen zug zů gleychen winckelen abgeschniten werden.
Das.o.mach vnden eben wie das.d.des gleychen mach das oben wie vnden als sey es vmbkert.
Dem.p.mach sein forderen zug wie ein vmbkert.l. aber den hinderen zug mach wie ein aufrecht.i. doch mach jm vnden kein verruckte fierung/sonder schneyd den zug ab mit einem Diameter/vnnd mach vnden ein preyten zwerch zug der foren auch mit einem Diameter ab geschnitten sey/das vnden ein spitz des halben zugs preyt fürsich ge.
Item das.a.mach in dem vnderen halbteyl wie das.n. aber dem forderen aufrechten zug schneyd oben im mitleren quadrat durch ein Diameter das forder eck ab/dem hinderen zug laß die drey quadrat auf einander sten/vñ neyg dz ober ort des quadratz baß fürsich/also das noch oben ein halb: leng von dem quadrat daran gesetzt die höhe des bustaben ereych/vnnd schneyd die fierung ort schelchs ab das der vnder spitz lenger hinauß gee dañ der ober/von dañ reyß ein cirkellini fürsich vnd vndersich herumb/also das sein weyten des forderen zugs weyten ereych.
Das.z.mach dreyerley/dem ersten setz oben ein ort fierung die die höch des pustaben reyche/vnd setz noch ein soliche mit der seyten/daran so wirt darauß ein vberlengte fierūg die herab hindersich reycht Darnach setz ein ort fierūg vnder die oberst des Diameters lang darzwischē/von dañ reyß ein ort lini von einem eck zů dem anderen/oder zeuch den zug rund zů der vndersten fierung/aber von der erst gemelten vndersten fierung reyß ein runde ausschweyffung vndersich vnd hindersich durch zweyerley cirkellini/die vnden des pustaben leng ereych/vnd das der dünn spitz fürsich ste/oder machs mit dreyen ort zügen ob einander/vnd reyß ein Diameter dardurch der sich hindersich lein.
Das ander.z.mach dz drey ort fierung auf einander sten/vnd schweyf die vnderst fierung mit einem runden zug auß wie das forder.
Dem.g.mach sein ersten zug vnden wie dem.i.vnd setz vnden noch ein soliche ort fierung mit dem eck daran/aber oberhalb zeuch den zug mit dem hinderen spitz vbersich so hoch der pustab ist/vnnd zeuch auß disem spitz ein Diameter fürsich herab biß zů dem forderen eck der ersten aufrechten fierung die aufeinander sten. Darnach zeuch denn hinderen aufrechtenn zug gantz so lang der for-

M

extend the sides of the limb upward to the correct height of the letter. Trim off the left corner at the top with an oblique line, and add a wide limb horizontally to the main limb, extending it a distance equal to the thickness of the latter. Then trim it off with an oblique line at the bottom at half the distance of its protrusion on top.

Construct the vertical limb of the E like that of the C, but draw a wide limb downward from the top and to the right of the main stem, placing it obliquely at the same angle as the oblique limiting line of the main limb. It should measure in length a square and a third.

Finally, add a short oblique line to connect the lower corner of this limb with the main stem.

The T is made in the same shape as the C, except that the oblique line at the top is lengthened. In this way the T gains an acute angle on top and a protrusion of the same shape next to the main stem below. As a result, the T becomes more elegant near the top and appears less hunched than the C.

Make the lower part of the L like the I, but stack six squares on top of each other and cut off the seventh on the left with a diagonal line so that the top of the letter ends in an acute angle.

The S is constructed like the L except that you must add a horizontal limb adjacent to the top on the right, measuring in length the span of one diameter. Trim off the back with an oblique line, parallel to the one in front.

The letter F is constructed like the S, except that you must add a wide horizontal limb at the level of the short letters and twice as long as it is wide. Trim it off on both ends with oblique lines so that it comes to a point on the lower left and protrudes by a distance equal to half of the limb's thickness. The two oblique lines should be parallel to each other.

The first limb of the letter H is constructed like the L and the upper part of the second limb is made like the I, except that you must replace the lowest oblique square by a regular one and add a fifth square which you will cut off obliquely by its diameter on the right.

For the K construct the first limb like the L and attach an oblique square to its right side. Then connect the bottom corner of the oblique square with a thin oblique line to the vertical limb. Now draw a wide oblique line downward and trim it off with a diagonal so that the distance between the two bottom points of the letter is no more than that of the diameter of one of the squares.

The lower half of the D is constructed like the B, but you must cut off the upper left corner of the left limb with a diagonal line. Then add half a square on top of the stack of three squares which form the right limb, and surmount it with an oblique square like the one at the bottom. Incline the jointed limb on top toward the left limb's top corner, extending it so that its tip is in line with the left limb's left side. This will require a little less than three squares placed one next to the other because this adjoined limb is to be trimmed off by an oblique line at equal angles.

Construct the letter O like the bottom of the D, forming its top portion in the same way as the bottom.

For the P begin with the L, inverting it to form the left limb. For its right limb use the I, omitting the lowest oblique square and trimming off the lowest regular square with a diagonal line. Then add a wide horizontal limb that is to be trimmed off in front with another oblique line and protrudes with its lower point by the width of half of the thickness of the limb.

Construct the lower part of the letter A like that of the N, but cut off the left corner of the middle square of the left limb with a diagonal. Leave the stack of three squares of the right limb as is, but incline the oblique square on top a little more so that when

der ist / vnd zeuch vnden ein Diameter von dem eck der vndersten ortfierung biß zu ent des hinderen zuges eck / vnd reyß den zug innen follent daran in ein spitz herab / darzů zeuch auch die forderst vnderst fierung mit einer lini gantz / Darnach zeuch oben zů höchst des pustaben ein preyten zwerch zůg von dem ersten aufrechten zug oben den hinderen / vñ oben so weyt hindersich hinauß so preyt der aufrecht zug ist / vnd schneyd jn hinden ab mit einem preyten ortstrich parallel gegen dem forderen.

Das. y. mach wie das. n. allein die hinder vnder ortfierung laß aussen / vnd mach noch ein aufrechte fierung vnder die oberen drey / vnd die fünft vnderst schneyd mit einem Diameter von einander / das der spitz foren sey / dafon zeuch den Diameter mit einem dünnen zug follent hinfür einer seyten lang der fierung eine.

Das kurtz. s. mach also / in der mit deß pustaben lenge setz zwo ortfierung mit jren ecken neben einander / von der forderen fierung zeuch den preyten zug vbersich biß zů des pustaben höhe / also zeuch von der hinderē fierung vndersich zů gleycher weyß wie dz. i. oben vñ vndē gezogē ist / dise pede zůg schneid mit Diameterē oben vñ vndē ab / also dz pede spitz gegē der mit peleyben. Darnach zeuch zwen preyt zůg von der öberen spitz hindersich vndersich / des gleychen von dem vnderen spitz fürsich vñ obersich des zugs preyten hoch vnd nider / aber nit weyter hinauß auf bede seyten dann so weyt die preyten zůg von einander sind. Darnach zeuch ein Diameter von oben hinden herab fürsich / vnd schneyd pede preit ort zůg mit ab / vnd zeuch folent die fierung peyd in der mitt daran / solichs hab jch hernach weyß mit den linien / vnd schwatz in rechter ordnung fürgeschriben.

Diß ist nůn die alte meynung wie for gemelt / aber yetz macht man die textur freyer / vnd setzt die verruckt fierung mitten auf die seyten der aufrechten fierung / also das die lini der pustaben nit so fast gepugt werden / vñ macht etliche zůglein daran / vñ spaldet sie / vnd setzet der fierůg vierthalbe an einander / vnnd macht die feld so weyt zwischen den zůgen als ein zug des pustaben preyt ist / sollchs hab jch auch hernach für geschriben / vñ die kleinen verschal die man in den zeylen an die wörter setzt darzů gemacht / die sollen im schreyben eines dritteyls höher sein dann die kurtzen pustaben.

another half square is appended to it it will reach the proper height of the letter. Then cut off this half square with an oblique line so that the lower point protrudes further than the top. Now draw a circle whose periphery will be in line with the left edge of the left limb.

There are three ways to construct the letter Z. In the first, position an oblique square whose top is in line with the proper height of the letter. Then place a second square next to it, side by side, so that the two form a long rectangle that slants downward. Draw an oblique square a distance of one diagonal below the upper square, and connect the top corner of this square with the closest corner above it by a straight line, or connect them by means of an arc. [In that case] extend the lower oblique square by means of two arcs which come to a point below, so that its lower point reaches the bottom at the proper length of the letter with a thin tip in front of it. Or you can use three oblique lines to achieve the same thing, and draw a diagonal so that this end will be inclined toward the rear.

The second method of constructing the letter Z is as follows: Place three oblique squares one on top of each other, and extend the bottom one with a curved tail, as before.

Construct the letter G by using the I for its left limb, but add another oblique square on the bottom, and on the top extend the upper right corner upward to the desired height of the letter. Draw a diagonal line downward from that point to the upper corner of the uppermost regular square of the stack. Then draw the right limb to match the length of the left one

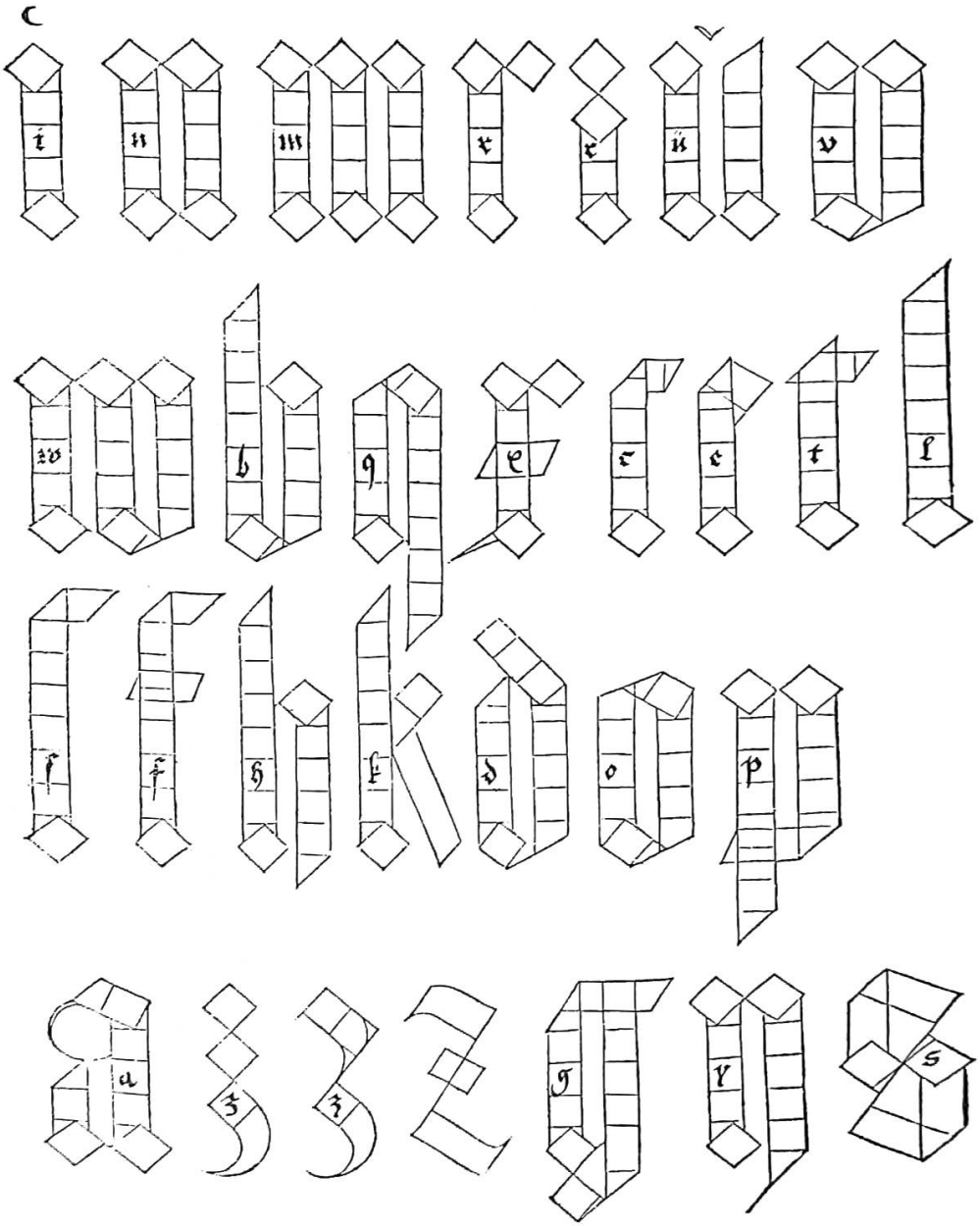
and at the bottom draw a diagonal line from the bottom corner of the oblique limb at the left to the tip of the right limb. Then cut off the right bottom corner of the bottom square of the right limb with a diagonal line. Then draw a wide horizontal limb across the top of the letter from the first [left] limb to the right one so that it protrudes at the right a distance equal to the thickness of the upright member. Cut it off by an oblique line, parallel to the one in front.

Make the letter Y like the N, but omit the bottom oblique square, adding instead another regular square below the stack of three and then a fifth one which you must cut off with a diagonal line so that its point is on the left. Then extend this diagonal line a distance equal to the side of one square.

To construct the short S, place two oblique squares so that their corners touch in the middle of the vertical axis of the letter. Then erect the wide left limb of the S on top of the left square to the desired height of the letter, and similarly, extend the wide right limb of the letter downward from the right square to the proper base line, in the same manner as the bottom of the I. Cut off both these limbs with oblique lines on top and bottom, so that the two corners point toward the center. Next, draw a broad limb toward the right and downward from the upper point, and, in the same manner, draw a wide limb toward the left and upward from the lower point a distance equal to the width of the other limbs, but extending no further than the outside lines of the wide vertical limbs. Then cut off these oblique limbs with oblique lines, extending both oblique lines to meet in the center of the letter.

All this I have drawn below in black and white with the lines of construction, as well as in black, in the proper sequence.

As I have already said, this is the old form of the letters. Today the *textur* alphabet is drawn in a more elegant style by placing the oblique squares on the middle of the regular ones. As a result, the letters are not as hunched. Moreover, numerous serifs are added. Some of the limbs are cleft, and four and a half squares are stacked on top of each other. Also, the space between the limbs is increased to equal the breadth of the limbs. I have drawn these newer letters below also, and have added the small *versals* which are used to begin sentences. The latter are to be drawn a third higher than the regular letters.



M ii

Constructed Quadrate Alphabet

abcdefgh

iklmnop

qrſstův

wxyzzz

The Quadrate Alphabet

Hie endet sich das Dryt büchlein.

M iij

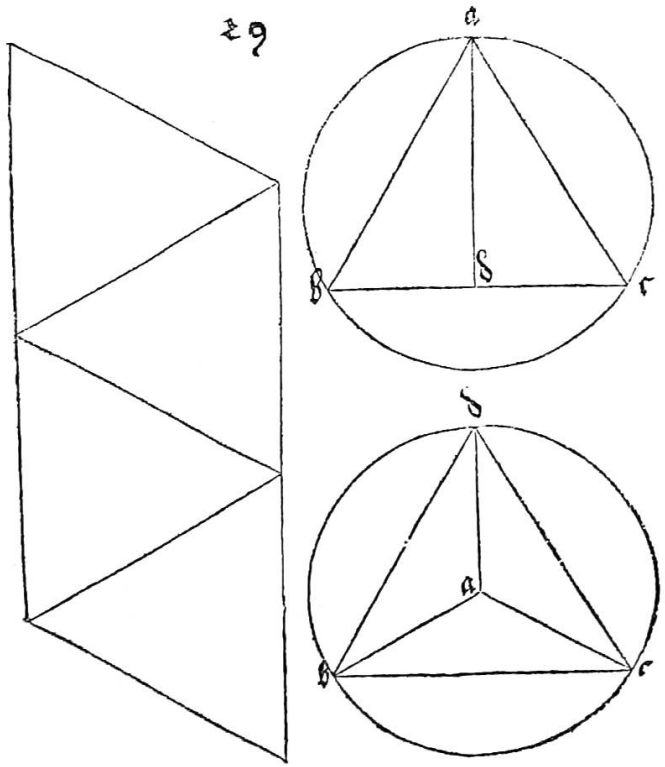
The Newer Quadrate Alphabet

Here ends Book III

Book 4

FNder maß sind dreyerley Corpora die man durch den cirkel vnd richtscheyt machē kan/ Etliche zihen sich in ein gleyche leng / darauß macht man seulen/thürn vnd andre ding. Die anderen zeucht man in ein spitz darauß werden kegel/doch mag man auch seulen vnd anders darauß machen / so man einen spitz hoch genug stelt / aber soliche spitz muß zů rechter maß abgeschnitten werdē. Darauß kumpt dz man keiner seulen die sich oben ein zeucht höher zů tragen soll auf legen dañ jr spitz des dryangels reycht. Zům drytten sind Corpora die allenthalben gleych sind / von felderen/ ecken vnd seyten/die der Euklides corpora regularia nennet/der beschreibt jr fünffe / darumb das jr nit mer künnen sein / die in ein kugel darin sie allenthalben an rüren verfast mügen werdenn / die selben nach dem sie zů vill dingen nutz sind/wil ich hie anzeygen.

Zům ersten ist ein dryanglich corpus das hat vier ebne dryeckete felt von gleychen wincklen / vnd hat auch vier gleyche drieckete eck/vnd sechs gleyche scharpfe seyten. Wie ich das hernach aufgethan/zůgettan in grund gelegt/vnd darnach aufgezogen alles hab aufgerissen.



DAs ander corpus ist wie ein diamant punct/vnd hat gleych wincklen/vnd sechs gleycher vier-

In geometry there are three kinds of solids which can be constructed with compass and ruler. Some are of uniform shape and used for columns, etc. Others end in points and can be used for cones, as well as pillars, etc., provided the point is at a high enough elevation. But such points can be trimmed off in correct proportion. For that reason, a supporting column shall never have a point higher than the apex of an equilateral triangle. Thirdly, there are solids which have equal sides, planes, or corners. Euclid calls these *corpora regularia* and describes five types, because there cannot be more which can be placed within a sphere so that as their points touch its shell. These solids can be used in many ways and will be described below.

EUCLIDIAN SOLIDS

THE PYRAMID (TETRAHEDRON)

The first is a triangular solid consisting of four triangular surfaces with equal angles. It has four equal triangular corners and six equal edges, as shown below in a ground plan and in profile.

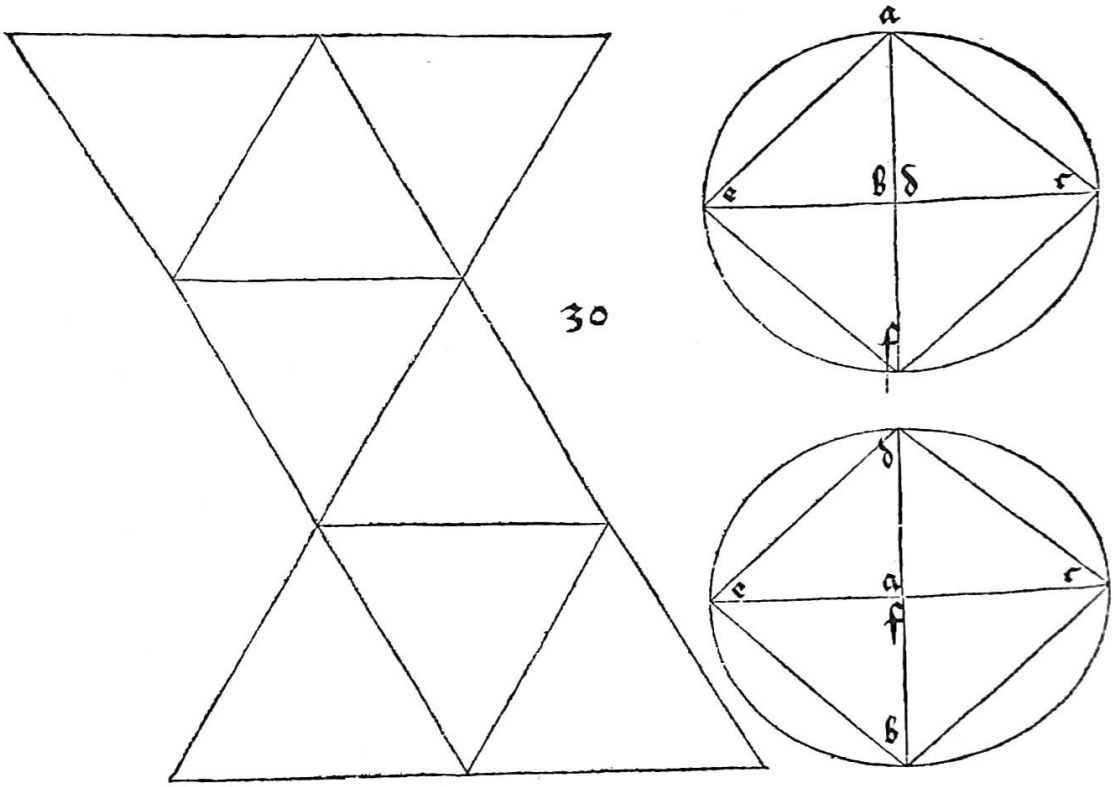
fig. 29

THE OCTAHEDRON

The second solid is a diamond with equal angles, six equal corners,

Dürer errs in saying that all points of the regular solids will touch the shell of a sphere. Nor can the profile of a tetrahedron be a regular triangle if the base line is parallel to that of the pyramid (cf. Staigmüller, 1891, p. 33).

eckete eck / vnnd zwelf scharffer seyten. Wie ich das hernach gantz offen / darnach zügethan nider in grund gelegt / vnd darnach aufgezogen / alles hab aufgerissen.



DAs dryt corpus hat zweyntzig driangliche gleyche felder von gleychē wincklen / vñ zwelf gleycher fünfecketer eck vnd dreyssig scharpfer gleycher seyten. Wie ich das hernach gantz / offen darnach zügethan nider in grund gelegt / vnd darnach wider aufgezogen hab aufgerissen.

M iiij

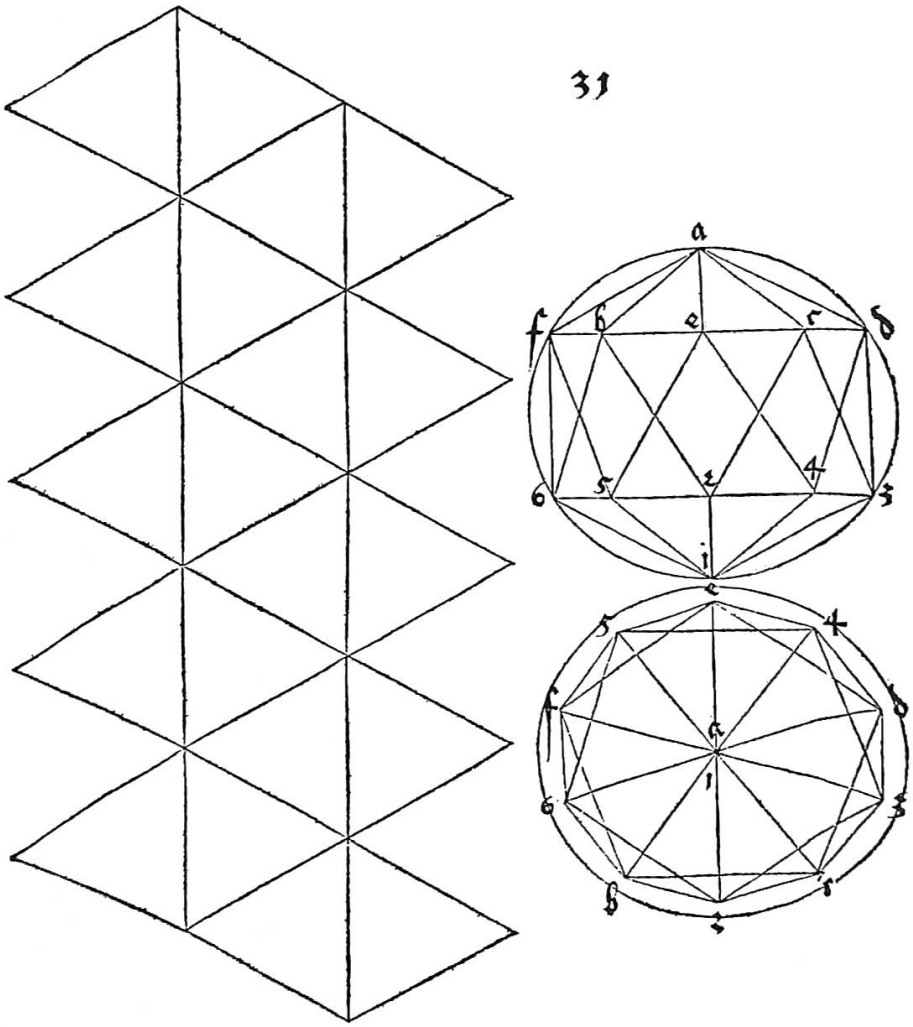
and twelve equal edges. I have drawn this below open and closed with its ground plan and in profile.

fig. 30

THE ICOSAHEDRON

The third solid consists of twenty equal triangular surfaces with equal angles, twelve equal pentagonal corners, and thirty equal edges, as I have drawn below open and closed with its ground plan and in profile.

Dürer has indicated the six points on the periphery of the sphere in fig. 33 *incorrectly* (*cf. Staigmüller 1891, p. 33*).

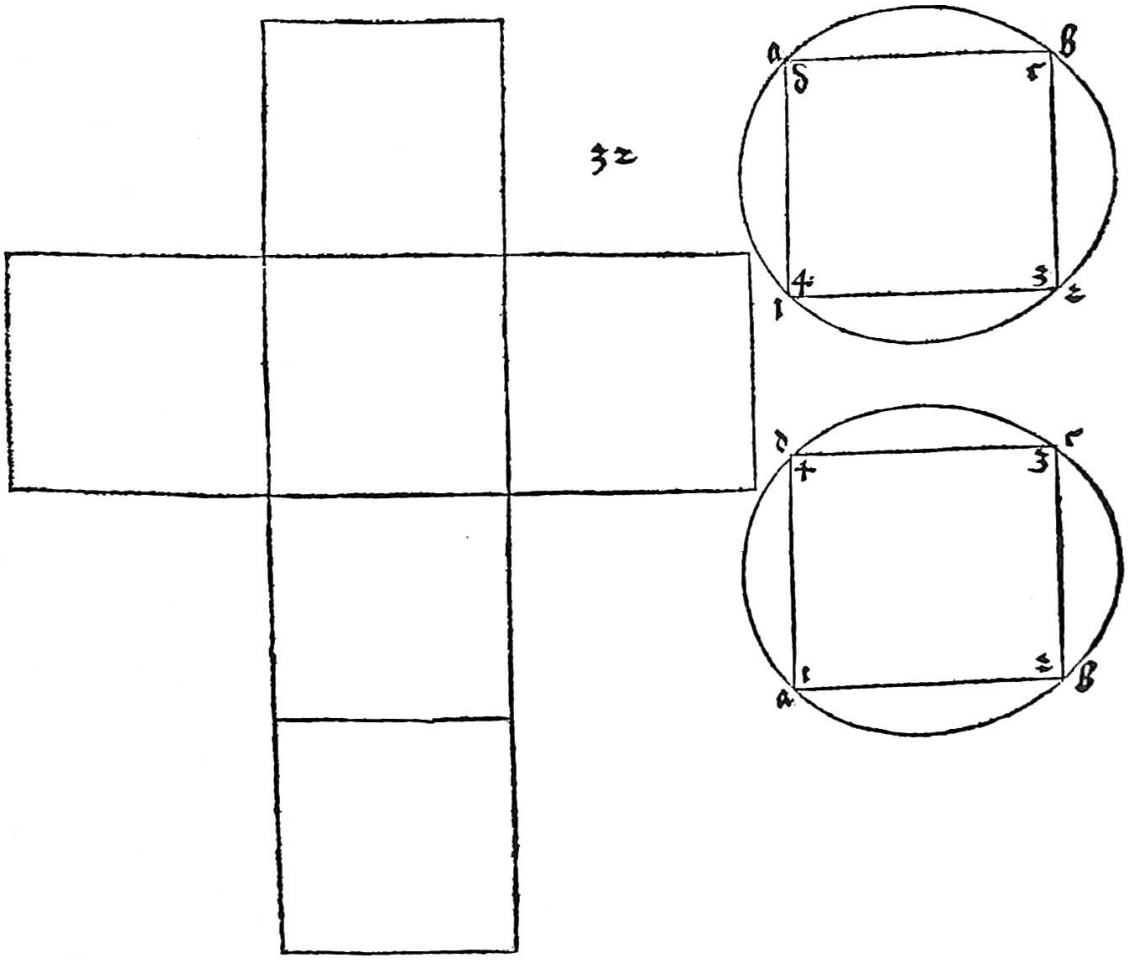


DAs viert corpus ist wie ein vierecketer würffel dz hat sechs gefietter recht winckliche ebner fel der/vnd acht rechter dreyecketer eck/vnd zwelff scharpfer seyten/Wie ich das hernach gantz of fen/darnach zügethan vnd in grund gelegt/vnd wider aufgezogen alles aufgerissen hab.

fig. 31

THE HEXAHEDRON (CUBE)

The fourth solid is a four-cornered cube with six square surfaces, eight triangular corners, and twelve edges, as shown below open and closed with its ground plan and in profile.

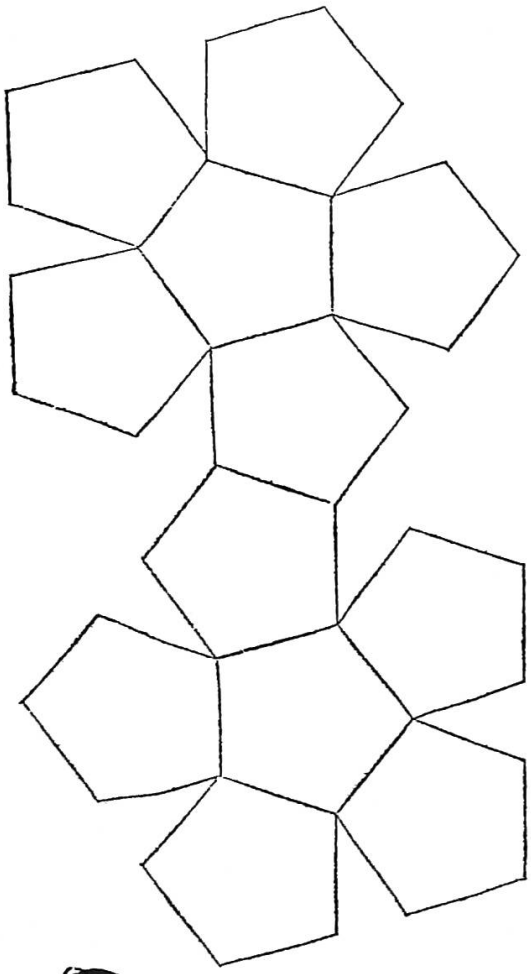


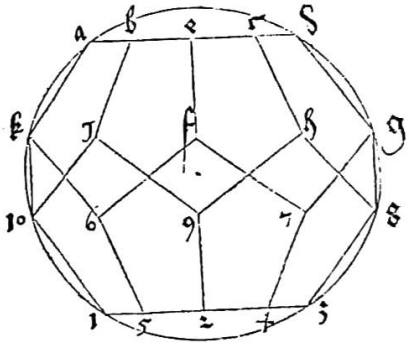
DAs fünft corpus wirt von eytel fünf ecketten ebnen felderen gemacht/vnd hat zwelf blatte fünf eckede feld/vnd zweyntzig gleycher dreyeckte eck/vnd dreyssig scharpfer seyten/wie ich das gantz offen/darnach zů gethan nider in grund gelegt/vnd wider auf gezogen alles hernach hab auf gerissen.

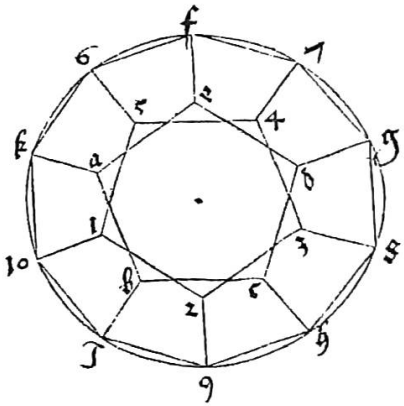
fig. 32

THE DODECAHEDRON

The fifth solid is constructed from twelve pentagonal planes and, when folded closed, will have twenty triangular corners of the same angles and thirty edges. I have drawn it below with its ground plan and in profile.







33

DJe spera oder ein kugel wen man sie durch jr mittag linien zerschneydet / vnd in ein planum legt / so gewint sie ein gestal eins kams / wie jch das hie vnden kugels weyß / vnd offen hab auffgerissen.

fig. 33

THE SPHERE

The sphere or ball, if cut along its meridians and then spread out on a flat surface, takes on the shape of a comb, as I have drawn below.

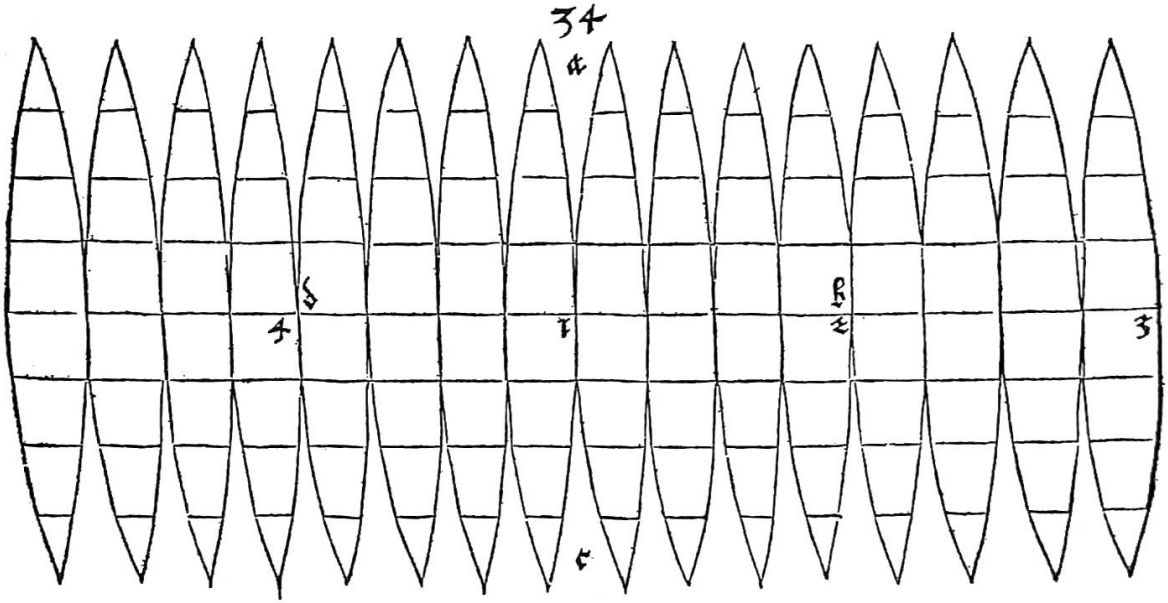
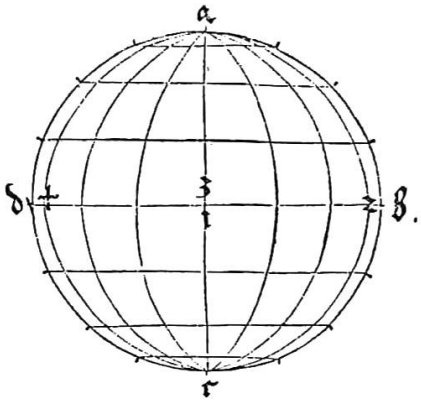
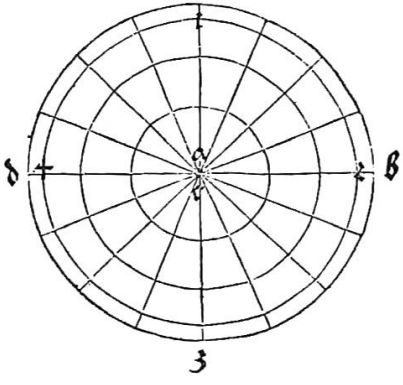


fig. 34

A sphere cut along its meridians and spread out

In the second edition of 1538, fig. 34 *and* 34a *are combined on one page.*





DIse corpora rüren in einer holen kugel mit all iren ecken an/wie jch hie for die selben kugel auch aufgerissē hab/vnd dise corpora magst du von einer gröss zwifach durch einander reyssen/also das alweg das ein eck durch des anderen planum sticht/ das sicht im wercк gar ertig.
Du magst auch auf dise cörper auf einen yeden plano einen spitzen punct setzen/nider oder hoch erhaben so von vill ecken als der planus hat darauf er stet.
Solichs magst du auch gebrauchen mit den vngeregulirten cörporen/wo sie in einer spera vberall anrüren.
Ein yedlich corpus das mit geraden ebnen beschlossen wirt das muß eck vnd scharpf seyten haben.
Das heyst ein scharpfe seytē/da zwo ebnen zůsamen stossen/sie sein im winckel weyt oder eng.
Ein yedlich gantz kugelt ding hat kein eck/es sey ablang oder rund.
Auch sind noch vill hübscher corpora zůmachen/die auch in einer holen kugel mit all jren ecken an rüren/aber sie haben vngleyche felder/der selben wil jch eins teyls hernach auf reyssen/vnd gantz aufgethan/auf das sie ein yetlicher selbs zamen můg legen/welicher sie aber machen will der reyß sie grösser auf ein zwifach gepabt papier/vñ schneyd mit einem scharpfen messer auf der einen seyten all ryß durch den einen pogen papiers/vnd so dan all ding auß dem vbrigē papier geledigt wirt/als dañ legt man das corpus zůsamen/so lest es sich geren in den rissen piegen/darumb nym des nachfolgeten auf reyssens acht/dan soliche ding sind zů vill sachen nütz.

[fig. 34a]

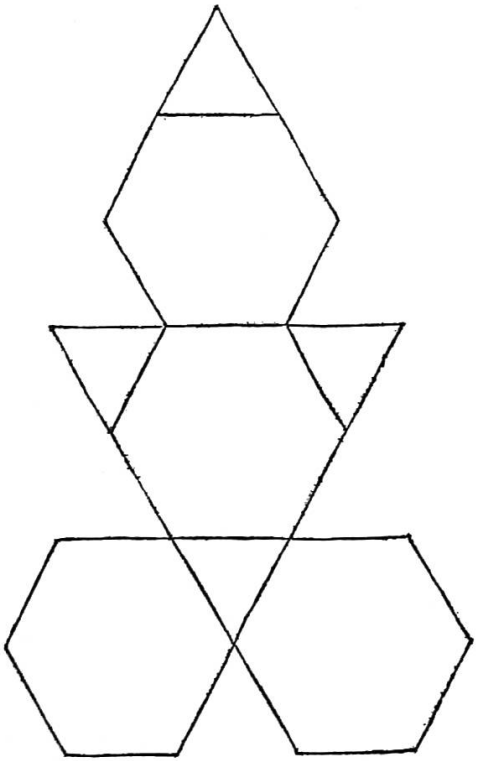
These solids touch a hollow sphere with all their corners, and I have drawn such a sphere here. You can also interlace two such solids of the same size so that in each case one point pierces the corresponding surface of the second solid. In this way you can gain handsome results.

You can also raise each surface of these solids to a point or depress the surfaces concavely. You can also do this with irregular solids wherever they touch a hollow sphere with their corners.

Every solid with straight surfaces will also have corners and straight edges. These edges are formed whether their surfaces join at wide or acute angles. Solids which are rounded on all sides, whether oblong or spherical, have no corners.

Many other solids can be constructed which touch a hollow sphere with all their corners but have irregular surfaces. Some of these I shall draw below, opened up, so that anyone can fold them together by using two layers of paper, glued together, and then cut to the depth of one with a sharp knife. It is then easy to fold it along the edges. Use this method for the following figures. They can be utilized in many ways.

DAs Erst corpus/das nit gantz mit seinen planen gleych an einander ist/ dz hat vier sechs ecketer vnd drey dryangletter ebner felder / aber die scharpfen seyten sind all geleych lang an einander / vnd so diß corpus als es offen ist zamen geschlossen wirt / so gewint es zwelf eck / vnnd achtzehen scharpfer seyten.



DAs Ander vngeregulirt corpus/hat sechs achtecketer/vnd ache driangliche felder/so man diß corpus als es offen aufgerissen ist zusamen leget / gewint es vier vnd zweynßig eck / vnd sechs vnd dreysig scharpfer seyten.

N

ARCHIMEDIAN SOLIDS

TRUNCATED TETRAHEDON (*tetradhedron truncum*)

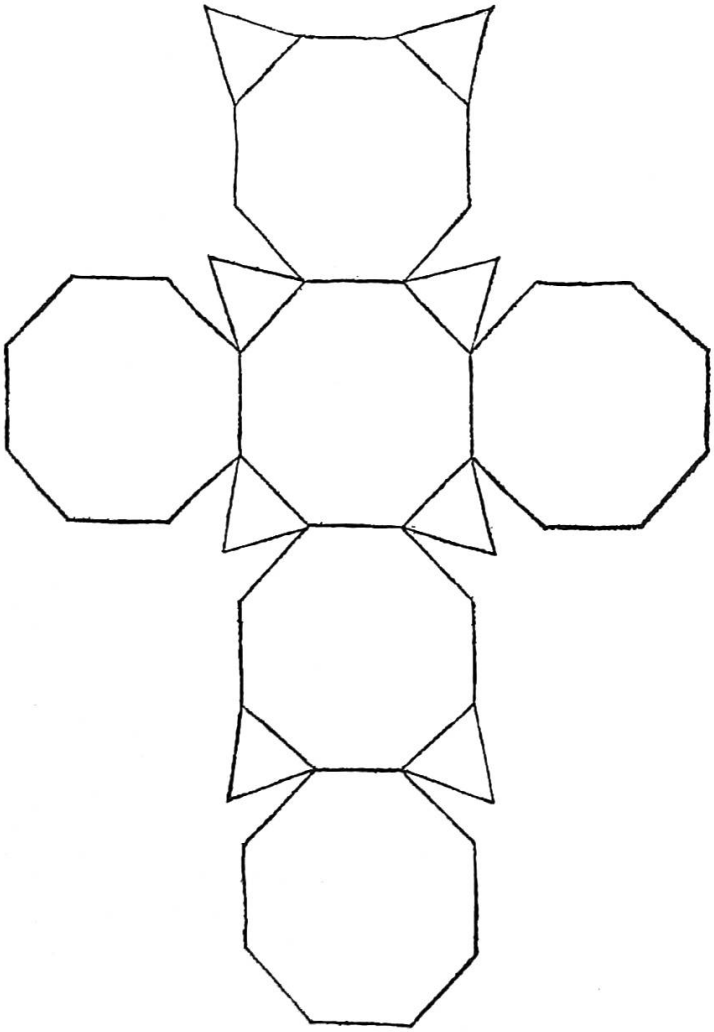
The first of these solids with unequal surfaces consists of four hexagons and three [*sic*, should read four] triangles. But the edges are all of equal length where they are joined. This solid is here shown open, but when it is folded closed it will have twelve corners and eighteen edges.

[*fig. 35*]

TRUNCATED CUBE (*cubus truncum*)

The second irregular solid consists of six octagonal and eight triangular surfaces. If this solid, shown opened up in the following diagram, is folded closed, it will have twenty-four corners and thirty-six edges.

Staigmüller 1891, pp. 33, 34.



DAs Dryt vngeregulirt corpus / hat sechs viereckete / vnd acht dryangliche felder / so man diß corpus als es offen ist zůsamē leget / gewint es zwelf eck / vñ vier vñ zweyntzig scharpfer seyten.

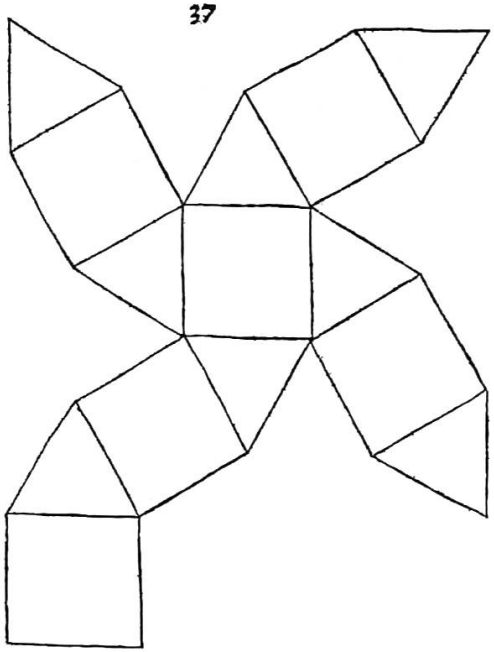
fig. 36

THE CUBOCTRAHEDRON

The third irregular solid has six square and eight triangular sides. If the open pattern is folded closed it will have twelve corners and twenty-four edges.

Staigmiiller 1891, p. 34.

37



DAs Viert corpus/hat offen acht sechs ecketter/vnd sechs vier ecketter felder/so man diß zůsamen leget/so gewint das corpus vier vñ zweyntzig eck/vnd sechs vnd dreyssig scharpfer seyten.

N ij

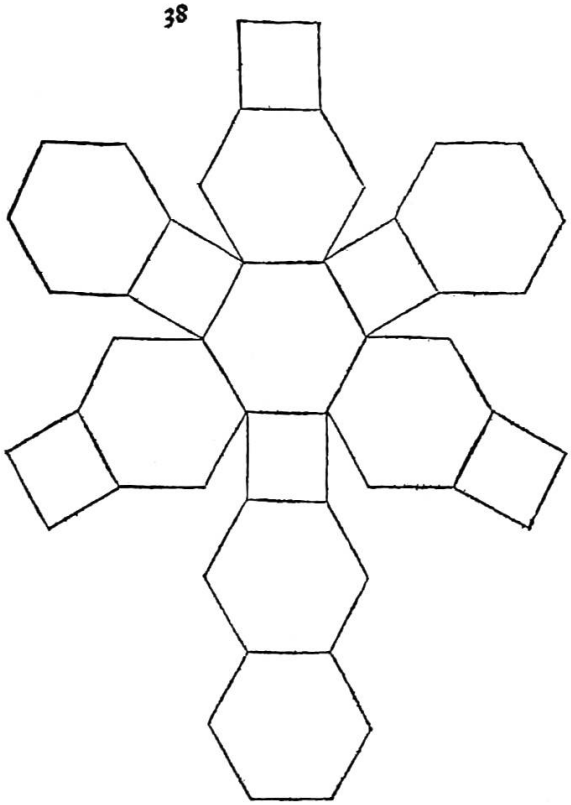
fig. 37

THE TRUNCATED OCTAHEDRON (*octaedron truncum*)

The fourth irregular solid, when open, has six octagons and six squares. When folded closed, the solid has twenty-four corners and thirty-six edges.

Cf. Appendix, p. 456.

38



DAs Fünft corpus/ so dz offen ist/ hat es achtzehē gesierte/ vnd acht Dryangliche felder/ so man darauß ein corpus schleust/ gewint das vier vnd zweintzig eck/ vnd acht vnnd viertzig schar pfer seyten.

fig. 38

THE RHOMBICUBOCTRAHEDRON

The fifth irregular solid, when open, has eighteen squares and eight triangles. When folded closed it will have twenty-four corners and forty-eight edges.

39

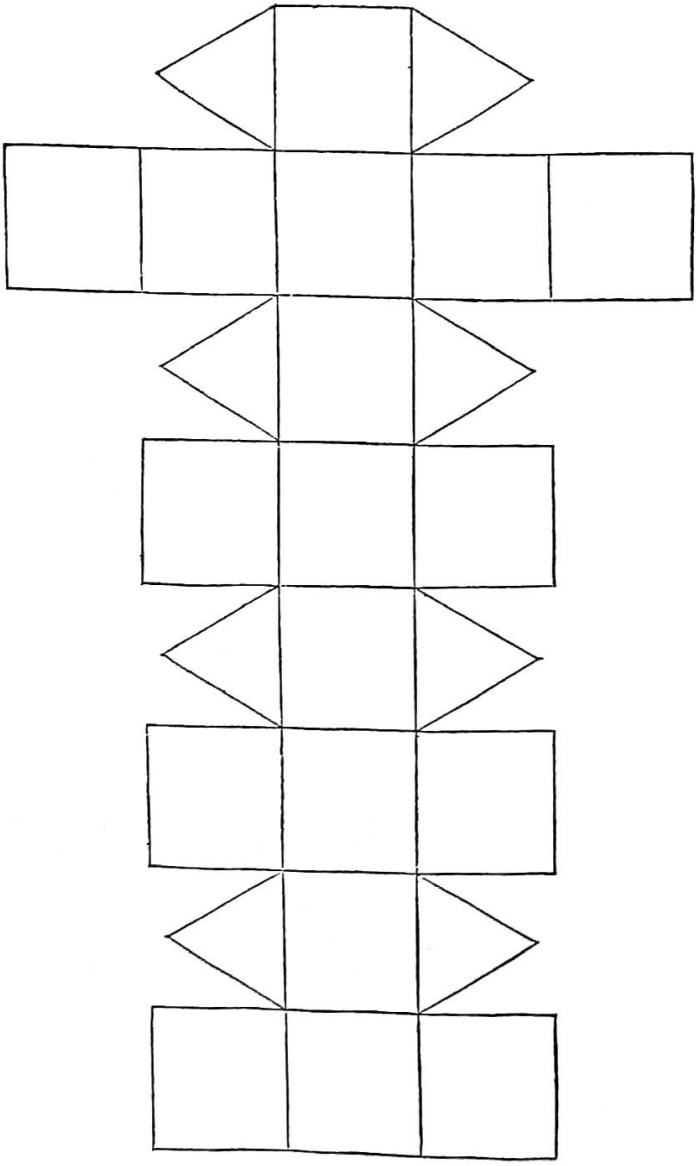
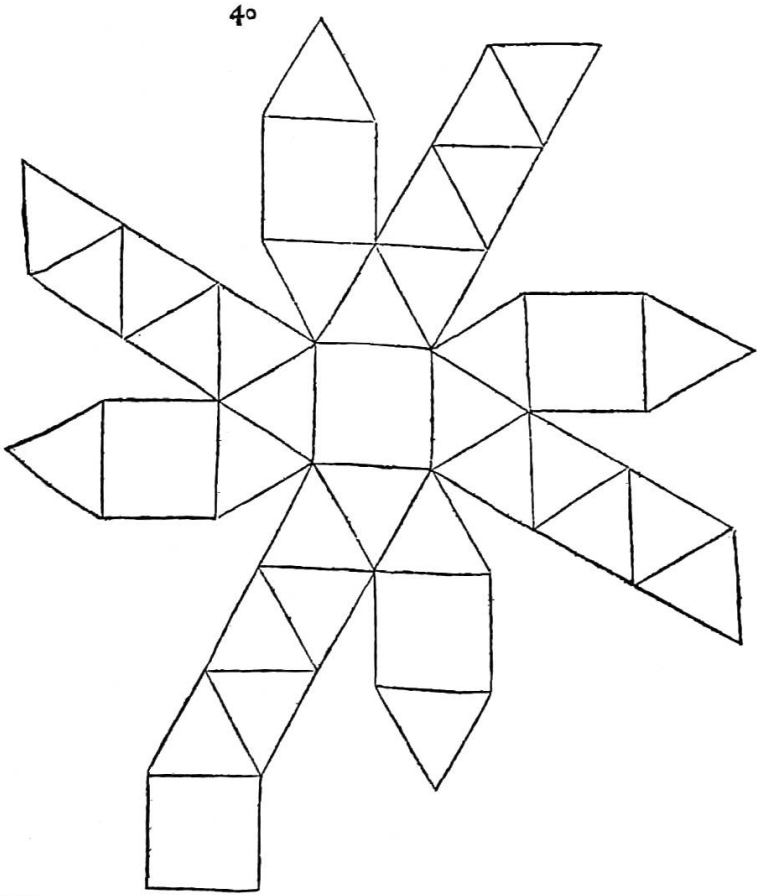


fig. 39

The Rhombicuboctrahedron

DAs Sechst corpus/ so das aufthan wirt/ hat es sechs gefierte/ vnd zwey vnd dreyssig Dryangliche felder/ so man das zůsamen leget. gewint es vier vnnd zweyntzig eck/ vnnd sechtzig scharpfer seyten.



DAs Sibent vnd nach folget corpus/ so es offen leyt/ hat es sechs acht ecketter/ vñ acht sechs ecketter/ vnd zwelf vier ecketter felder/ vñ so man das zůsamen leget/ so gewint es acht vnd viertzig eck/ vnd zwo vnd sibentzig scharpfer seyten.

THE CUBUS SIMUS

The sixth of the irregular solids, when opened, has six squares and thirty-two triangles. When folded closed, it will have twenty-four corners and sixty edges.

fig. 40

THE TRUNCATED CUBOCTAHEDRON (*cuboctaedron truncum*)

The seventh of the irregular solids, when open, has eight octagonal and twelve square surfaces. When folded closed, it will have forty-eight corners and seventy-two edges.

Staigmiller 1891, pp. 34-35.

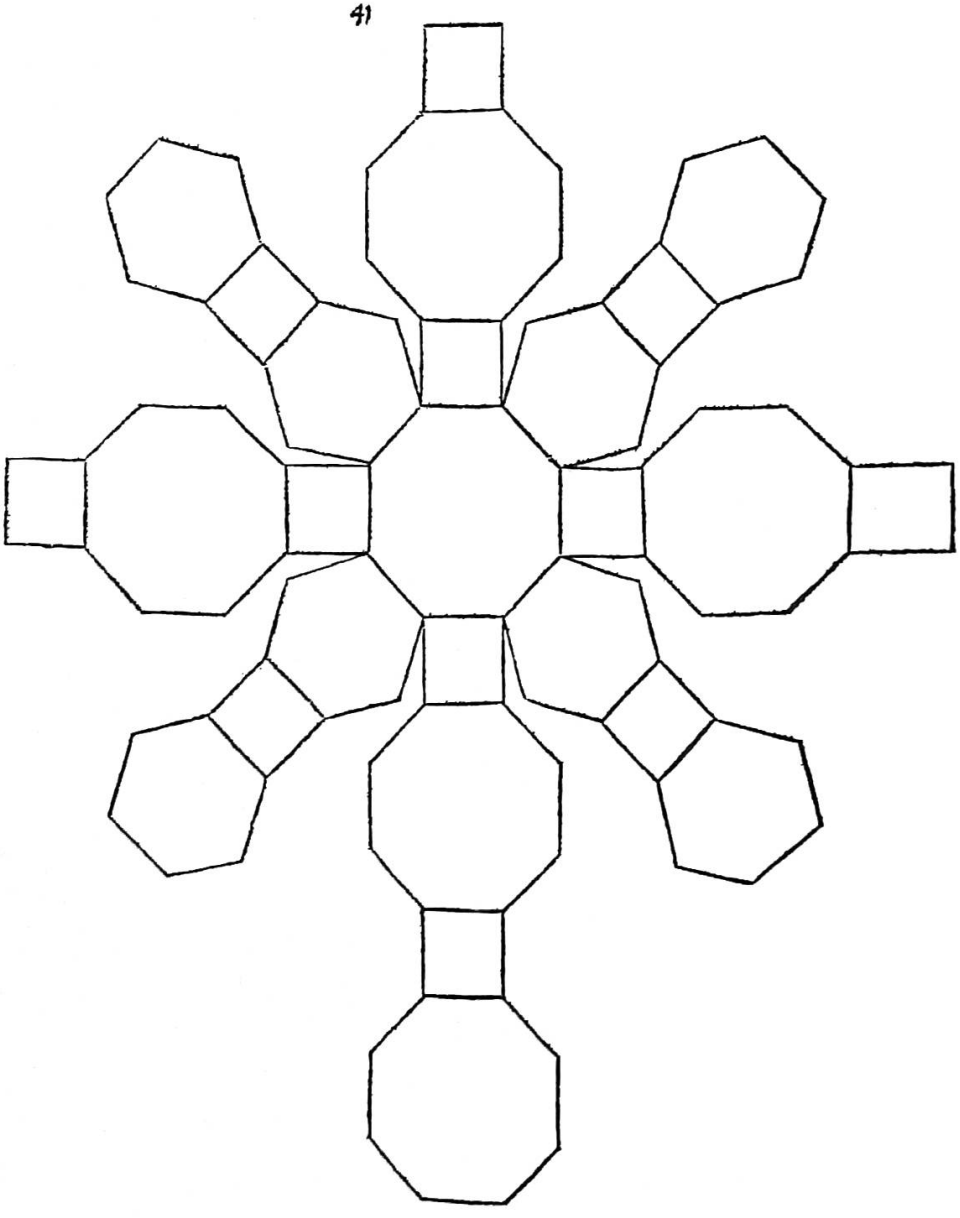
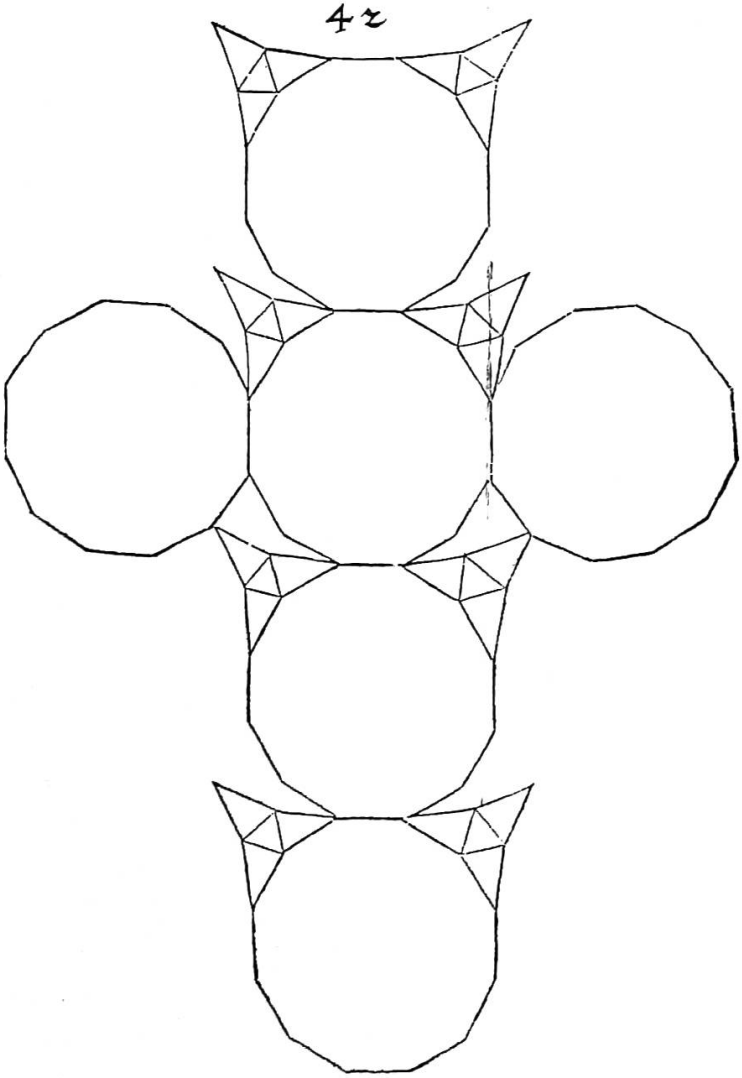


fig. 41

The truncated cuboctrahedron

DAs Acht corpus/ mach von sechs zwelf eckhetten felderen / darzwischen mach zwen vnd dreyssig Dryangel/ sie haben aber nit all gleych seyten/ wie solichs hernach offen ist aufgerissen.



POLYHEDRON OF SIX DODECAGONS AND THIRTY-TWO TRIANGLES

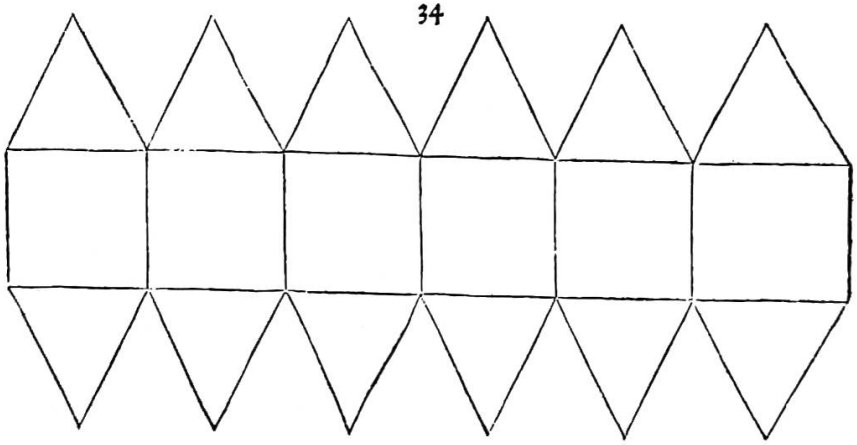
The eighth irregular solid is constructed from six dodecagons and thirty-two triangles between them. However, these do not all have equal sides, as shown in the following diagram.

fig. 42

This solid does not derive from Archimedes, but is Dürer's own invention. Staigmüller (1891, p. 36) noted that Dürer must have devised it by trimming a solid cube instead of using a folding pattern, or else he would not have drawn the connecting surfaces incorrectly.
In the second edition (1538), two more Archimedian solids were added. See pp. 414-15 and Appendix, p. 457.

SO du sechs recht sterung an einander setzt/vnd zwelf Driangel da ein yetlicher so hoch ist als ein seyten der sterung/vnd dann diß alles zůsamen legest/wirt ein corpus/darauß solichs ist hernach offen aufgerissen.

34



SO man den for gemachten Corporen mit glatten schnittē jre eck weg nimbt/vnd dañ die beleybenden eck/aber hinweg nymbt/so mag man manicherley corpora darauß machen.

Auß disen dingen mag man gar manicherley machen/so jr teyl aufeinander versetzt wirt/das zů dem außhauen der seulen vnd jren zirden dinet.

Als auf ein zeyt die stat Athenis mit der plag der pestilentz beschwert/was fragten die burger den Abgot Apollinem rates/wie sie deß seuchens möchten abkomē/der anwurdet jn/weñ sie seinen altar zwispalten/würden sie erlöst/also liessen sie ein stein machē der eben so groß was als d' altar/legten jn auf den selben/als aber die plag nit auf hören wolt/fragten sie den Abgot wider wie das zů gieng so sie doch sein geheyß folbracht hetten/der antwurt jn sie hetten nit gehandelt wie er sie geheyssen het/sonder hetten den altar gar vill grösser dann noch einmal gemach//als aber jr werckleut nit findē konten wie sie der sach solten thůn/hetten sie der gelerten vnd in sonders deß philosophen Platonis ratt der leret die wie sie zwischen zweyen vngleychen fürgebnen linien zwo ander linien die sich vergleychlich gegen den selben hielten solten finden/dañ durch solches mochten sie den cubum/dz ist ein vierecket corpus wie ein würffel/vnd alle andre ding duplicieren tripliciren/vnd für vñ für meeren vnd vorgrössen die weyl nun solichs ein ser nutze kunst ist vnd allen werckleuten dient/auch von den gelerten in grösser geheim vnd verporgenheyt gehalten wirt/wil ich die an den tag legen vñ leren machen/dañ auß diser kunst kan man puren vnd kloken giessen die sich vergrössen vnd dupliren wie man wil/vñ doch alweg jr rechte proporcion/auch jr gewicht behalten/deß gleychen kan man durch die fesser/druhen/mes/reder/zimer/pild vnd was man haben will vergrossen. Darumb nem ein yeglicher werckman der acht die weyl die piß auf disen tag als jch acht in Teutscher sparch nie beschriben ist worden.

Erstlich/setz zwen gleych cubos oder würffel an einander. a. b. c. die selb leng. a. c. setz aufrecht zů gleychen wincklen auf ein zwerch lini. d. e. vnd reyß auß dem Centrum. c. ein halben cirkel. d. a. e. Darnach reyß ein gerade lini auß dem. e. durch das. b. piß an die cirkellini/da hin setz ein. f. Darnach nim ein schmal richtscheyt vnd zeychen darauf ein mittel puncten/vnd teyl von dann auf bede seyten grad mit zifferen/vnd setz die zal auf ein seyten wie auf die anderen/das auf yetlicher seyten deß mittel puncten/die erst zal eins an fahe/dann durch das richtscheytz bewegung must du finden/die erst lini dardurch die ander funden wirt zů dem zwifachen cubo. Darnach leg das forgemacht richtscheyt mit

SIX-SIDED PRISM WITH SIX-SIDED PYRAMIDS ATTACHED

If you attach six squares to one another and then attach twelve triangles, each with an altitude equal to the side of a square, they will, when folded closed, form a solid whose opened-up pattern I have drawn below.

fig. 34 [*sic*, should be 43]

THE DELIC PROBLEM

If you cut off the corners of the preceding solids and then trim off the remaining corners once more, you will be able to form several other kinds of solids. Many other things can be done by transposing parts of these solids, and the resulting formations can be used when carving columns or adorning them with ornaments.

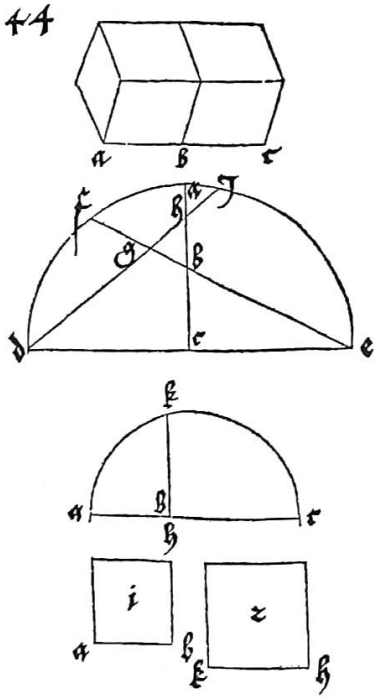
At one time, when the city of Athens suffered the scourge of pestilence, the citizens asked Apollo for his advice as to how they might rid themselves of the plague. He replied that if the inhabitants could divide his altar in two [he meant into two cubes, each half the volume of the original cube], they would be saved. The Athenians then ordered a large slab of stone to be hewn of the same size as the altar and placed it on top of it. But when the plague failed to cease, they applied to the deity once more, saying that they had done as he had instructed them. He answered that they had not acted according to his instructions, but had [instead] doubled the size of the altar. When the Athenian artisans failed to find a way of solving the problem they addressed themselves to the scholars and especially the philosopher Plato for advice. He taught them how to find two lines which are proportional to two given lines of unequal length. By these means they were able to double, triple, enlarge, and multiply a *cubus,* that is, a solid made of squares like a die. This is a very useful skill for all workmen. This method is kept secret and hidden by scholars, but I wish to bring it to light and teach it. It can be used to cast containers and bells and enlarge them or double their size as desired, while retaining their proper proportions and their weight. It can also be used for barrels, chests, wheels, chambers, pictures, and whatever one wishes to enlarge. Therefore, let all artisans pay heed, because to this day, as far as I know, no one has explained it in the German language.

DOUBLING A CUBE

First place two equal cubes or dice next to each other [and mark them as below with three points, to form line] *abc.* Then erect a line of the same length as *ac* at right angles on a horizontal line *de.* Draw a semicircle from the center *c* through points *d, a,* and *e.* Then draw a straight line from *e* through *b* to the periphery of the semicircle and mark it point *f.* Then mark a small ruler with a center point and divide both sides evenly with the same scale of numbers beginning from the center with 1 [and continuing in either direction]. By moving the ruler you will find the first line and then the second for the doubled cube. To do this, place one end of this ruler

Dürer gives three methods to solve the "Delic Problem" of how to double and to multiply the cubic content of a cube. The first, given above, is credited to Sporus by Eutokius of Ascalon (born ca. 480 A.D.) in his commentary to Archimedes' Two Books of the Sphere and the Cylinder (*Staigmüller 1891, p. 37*).

der einen seyten auf den puncten.d. vnd laß das stetz daran haften /es schieb sich auf oder nider / vnd so du das ander teyl des richtscheyt bewegst /so peleybt mit dem mittel puncten das richtscheyt albeg auf der lyni.a.b.c.vnd beweg das richtscheyt so lang piß das du ein mittel findest zwischen der lini.e.f. vnd des cirkelryß/vnd wo das beweglich richtscheyt durch schneydet die lini.c. f. da setz ein. g. vnd wo es durch schneydet die lini. a. b.c.da setz ein.h. vnd wo das egedacht richtscheyt aussen den cirkelryß rüret da setz ein.i.also werden.g.h. vnd.h.i.zwo geleyche lenge/ so ist dann.h.c.die erst gefunden lini/darauß zůfinden ist die seyten des zwifachen cubi. Darnach setz die lini.h.c. vñ die seyten von dem einfachen cubo.a.b. zwerchs an einander /darauß wirt.a.h.c. vnnd setz ein cirkel mit dem einen fites in die mitt. a. c. vnnd reyß oben herumb ein halben cirkel.a.c.Darnach zeuch auß dem.h.vbersich ein aufrechte lini piß an den cirkelryß/da setz ein.k.dise lini.k.h.gibt dir ein seyten zů dem zwifachen cubo /wie ich das hernach hab aufgerissen.



WIll du nun den cubum dreyfalten/vierfachen/oder so vil du wild ergrösseren/dz mach durch den for beschribnen weg /doch wie hernach folget.

Erstlich nim die leng dreyer cubus.a.b.c.d.vnd stos die an einander/vñ stell dise lini.a.d.auf recht zů gleychen wincklen auf ein zwerch lini.f.e.vñ reyß auß dem Centrum.d.ein cirkelryß f.a.e.Darnach zeuch ein gerade lini vber ort auß dem.e.durch die lini.a.d. vnd schneld mit ab das vnderst dritteyl/das ist des eynfachen cubus leng /da hin setz ein. b. Aber wo die lini auß dem. e. gezogen den cirkelryß anrürt da hin setz ein. g. Darnach leg das gradirt richtscheyt mit dem einen ort auf den

on point *d* and keep it anchored on this point, whether you move the ruler up or down. And if you move the other part of the ruler, its center must always remain on line *abc*. Now move the ruler until you find the middle between line *ef* and the periphery of the semicircle, and where the movable member of the ruler crosses line *ef* mark point *g*. Where it crosses line *abc* mark point *h*, and where it touches the periphery of the semicircle on the outside, mark point *i*. In this way, *gh* and *hi* will become equal in length, and *hc* will denote the first side of the doubled cube. Next place the line *hc* horizontally adjacent to line *ab*, representing the side of the simple cube, to form line *agc*. Put one leg of a compass on the midpoint of line *ac* and draw a semicircle from *a* to *c*. Then erect a vertical line from *h* to the periphery and mark point *k*. This line *kh* represents the side of the doubled cube, as shown in the diagram below.

fig. 44

TRIPLING THE CUBE

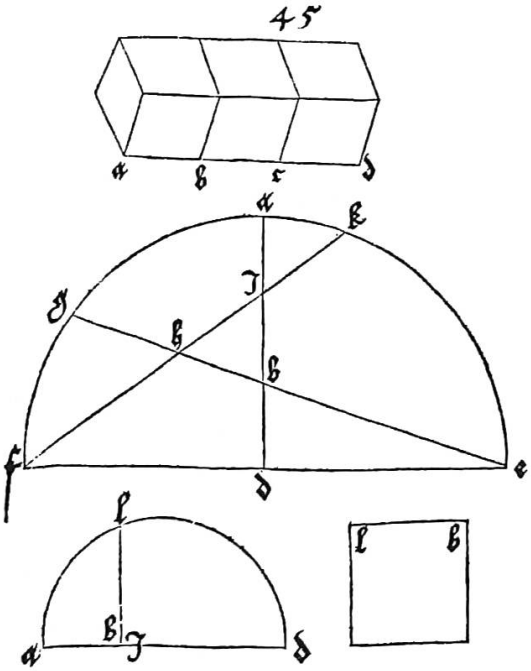
If you wish to triple or quadruple the size of a cube [or further multiply it], use the preceding method, but adjust it as follows:

First place three cubes next to each other and mark their combined length *abc*. Then erect line *ad* at right angles on a horizontal line *fe*. From its midpoint *d* draw a semicircle *fae*. Then draw an oblique line from *e* across line *ad* at a point one-third its height. This is the length of the simple cube. Mark that point *b*. Where the line emanating from *e* meets the periphery, mark point *g*. Then place one end of the graduated ruler on point *f* and

The duplation of the cube was described by Dürer's contemporary, Johannes Werner of Nuremberg in Libellus Verneri Nurembergen. super vigintiduobus elementis conicis. Ejusdem commentarius seu paraphrastica enarratio in undecim modos conficiendi ejus problematis, quod cubi duplicatio dicidur, etc., *Nuremberg 1522. Werner's commentary derives from Archimedes, probably based on the commentary by Eutokius (Staigmüller 1891, p. 53). Among Dürer's manuscripts in London are several pages which refer to the Delic Problem. However, these are not in Dürer's handwriting (see Appendix, pp. 458-59.*

puncten.f. vñ laß daran beleyben. Aber mit dem anderen teyl beweg es/vnd such mit an der aufrechten lini.a.d. das mittel zwischen. e. g. vnd des cirkelryß.e.a.g. vnd wo dann an dem richtscheyt so es recht leit ein lini gezogen wirt die durch schneydet die lini.e.g.da hin setz ein.h.vñ wo die weyter durch schneydet die aufrecht lini.a.d.da hin setz ein.i.vnd wo dise lini darnach den cirkel rüret da hin setz ein k.also gewinen.h.i.vñ.i.k. zwo geleych lengen/dardurch wirt.i.d.die erst lenge/durch welich züfinden ist die ander lini der seyten lenge des dryfachen cubi.

Nachfolget so nym die lini.i.d. zü einer zwerch lini vnd erlenger sie mit der seyten des einfachen cubi.a.b.vnnd setz ein cirkel mitten auf die züsamen gestossen lini.a.b.vñ.i.d. vnd reyß ein halben cirkel a.d. Darnach setz ein aufrechte lini.b.l.zü gleychen wincklen / dise lini.b.l.ist die seyten des dryfachen cubi gegen dem einfachen cubo.a.b.Wie das hernach ist aufgerissen.



Darnach setz vier leng des eynfachen cubi.a. b. an eñtänder/dz wirt.a.b.c.d.e.dise lini.a.e.setz aufrecht auf ein zwerch lini.g.f.Darnach reyß ein lini auß dē.f.vñ schneyd den vnderen fierteyl von.a.e.mit ab/vnd wo dise lini den cirkel ob dem.g.an rürt/da setz ein.i. Darnach nym das gradirt richtscheyt/ vnd leg das mit seinem mittel puncten auf die lini. a. e. vnd das ein ende an den puncten.g.vnd such das mittel zwischen.f.i.vnd der cirkellini an der aufrechten. a. e. wo den. f. i. durch schnitten wirt/da setz ein.k. vnd wo.a.e.da setz ein. l. vnd wo deñ die cirkellini zwischen. a. f. gerüt wirt/da setz ein.m.so werden.k.l.vñ.l.m.von gleychē lengen darauß sint sich/dz.l.e.die erst leng ist auß welicher man die seitē deß vierfachē cubi findet/dz such wie for gemelt/setz die leng.l.e.vñ die leng der seyten des einfachen cubi.a.b. an einander/ vnd setz ein cirkel mit dem einen fues mitten zwischen a. e. vnnd reyß mit dem anderen fues ein cirkellini. a. e. Darnach reyß ein aufrechte lini zü gleychen

anchor it there. Move the other end and determine the midpoint between *eg* and the arc *eag* on the vertical line *ad*. Once the ruler is in the proper position, draw a line; where it crosses the line *eg* mark point *h*, then, where it crosses the vertical line *ad*, mark *i*, and, finally, where it touches the periphery, mark *k*. By these means, *hi* and *ik* will be of equal length, and *id* will be the first length which will serve to find the second line of the side of the tripled cube.

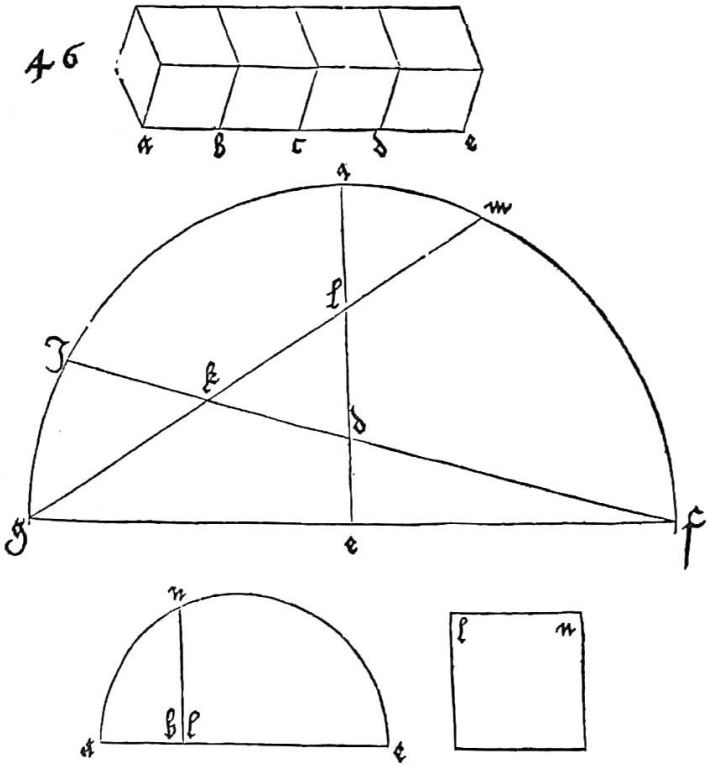
Next, place the line *id* horizontally, and extend it by the length of one side (*ab*) of the single cube. Then put a compass on the midpoint of the composite line *abid* and draw a semicircle *ad*. Now erect a vertical line *bl* at right angles to *abid*. This line *bl* represents the side of the tripled cube based on the single cube *ab*. This is shown below.

fig. 45

THE QUADRUPLE CUBE

Next, place four lengths of the single cube *ab* next to each other to form the line *abcde*. Put this line in a vertical position on a horizontal line *gf*. Now draw a line from *f* so that it cuts off the bottom quarter of *ae*, and mark *g* at the point where this line touches the periphery of the [semi] circle above. Then use the graduated ruler and place its midpoint on line *ae* and its one end on point *g*, and try to find the middle between *fi* and the periphery of the semicircle along the vertical line *ae*. Mark *k* at the point where *fi* is then crossed by that line, *l* where it traverses *ae*, and *m* where it touches the periphery between *a* and *f*. Then *kl* and *lm* will be equally long, and will determine the length *le*. It is the first length which will help determine the side of the quadruple cube. You will find it, as before, by extending the line *le* by the length of the single cube *ab*, placing a compass on its midpoint, and drawing a semicircle to encompass *a* and *e*. Then erect a vertical line at right

winkelen auß dem.l. vbersich an die cirkellini/da setz ein.n.so ist.n.l.die leng der seyten des vierfachen cubi. Wie ich das hernach hab aufgerissen.



Vnd so du nun die vier cubos durch den for angezeygten weg gemacht hast/so magst du ein anderen grösseren cubum der dir für gegeben wirt/nach dem ersten gleycher weyst vilfeltigen zwifach drey oder vierfach machen jn halten.

Thů jm also.

Mach ein rechten winckelhacken des eck sey.e.die aufrechte lini.f.vnd die lini.i.vber zwerch/vñ setz den einfachen/zwey/drey/vnd vierfachen cubum im aufreyssen all an ein stat/also das von allen vier cubis ein yetlichen eck inß winckel.e.vñ zwo seyten auf den zweyen linien.f.i.beleiben/vñ bezeychen von den vier cubis einß yetlichs eck auf der lini.i.nach jrem inhalt.ej.e2.e3.e4.vnd zeuch einen Diameter oder ostrich.e.h.durch alle vier eck der vier cubus Darnach reyß der vier cubus seyten die mit.ej.e2.e3.e4.bezeychnet sind parallel vber die lini.e.h.gerad vbersich so weyt du der bedarfst.

So dir nun ein grössere lenge der seyten eines cubi für geben ist die du nach dem anderen wilt vilfeltigen/so leg die selb fur gegeben lenge aufrecht auf die lini.i.des einfachen cubi/vnd das sie vnden rür die zwerch.e.i.vnd wo dann dise fürgegebne leng oben endet/da setz ein.a.Darnach zeuch ein schlemme lini auß dem.e.durch das.a.vnd durch all aufrecht lini.2.3.4.vnd diser schlemmen lini ende sey.

angles from *l* to the periphery, and mark that point *n*. Then *nl* will denote the side of the quadruple cube. This is shown in the diagram below.

fig. 46

A SECOND METHOD OF SOLVING THE DELIC PROBLEM

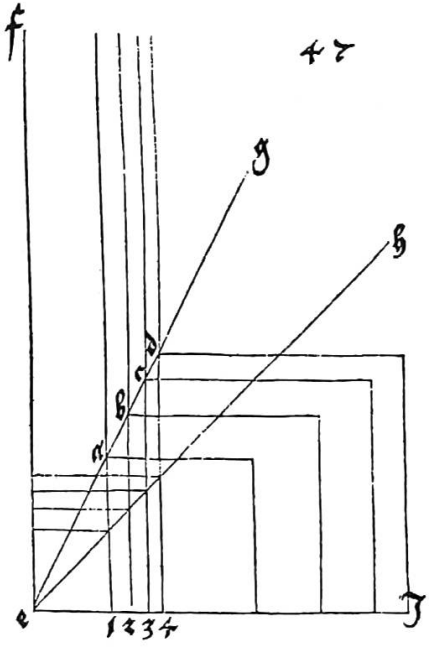
Now that you have constructed the four cubes according to the preceding method, you can also construct [proportionally] larger cubes of twice, three times, or four times the first sizes.

Proceed as follows:

Draw a right angle and mark the angle *e*, the vertical side *f*, and the horizontal line *i*. Then draw the single, double, triple, and quadruple cubes in profile, superimposed on each other, so that one corner of each will coincide with angle *e*, and two sides of each will coincide with the lines *f* and *i*. Mark these cubes according to their volume *e*1, *e*2, *e*3, and *e*4, and draw a diagonal or oblique line *eh* through the four [opposite] corners of all four cubes. Then draw the four sides of the cubes, in the size you require, parallel to those marked *e*1, *e*2, *e*3, and *e*4, above line *eh*.

If you are now given a greater length for the side of a cube to be constructed in the same proportion, erect this length vertically on line *i* of the single cube so that its bottom rests on the horizontal line *ei*, and where it ends on top, mark *a*. Then draw a ray from *e* through *a* and through all the vertical lines 2, 3, and 4, to a point

g.wo dañ die aufrechten linien.2.3.4.durch schnytē werden/setz.b.c.d.so ist.a1.die seitē des eynfachē. b2.des zwifachē.c3.des dryfachen.d4.des vierfachen cubi leng/vnd halten sich geleich zůsamen/wie die seyten der kleynen cuborum/diß alles ist zů vill dingen nutz/dann damit mag man alle ding recht vnd ordenlich vergrössen/das sie jr proportion behalten. Wie du solichs hernach sihest aufgerissen.



Aber ein ander meynung durch die du die cubos albeg duppel grösser oder halb minder gegen einander machen magst/ du must aber forzwen haben die duppel gegen einander gemacht sind.

Dem thů also.

Setz ein aufrechte lini.a.b. daran setz der egemelten peder cubus seyten das sie aneinander anrüren/ vnd das der grösser oben der kleineren vnden ste/des oberen zwei fordre eck die an der lini.a. b.stend seyen.c. e. aber die anderen zwey herdan seyend. f. aber des kleinerenn vnderen cubi forderen zwey eck bezeychen an der lini.a.b.mit.g.i.aber die eusseren zwey mit.h.k. Nůn zeuch die zwey eck.f.k.mit einer geradē lini zůsamen/vñ darnach gerad obersich so weyt du wild/da setz ein.r. darnach vndersich piß an die lini.a.b.da setz ein.z.so du nůn auß dem eck.d.ein gerade lini zeuchst in den punctē.z. so schneid sie durch die zwo seyten vnden der zweyer cuborů/so du aber mit diser schlemē lini obersich ferst piß zů end.r.darauß wirt d' gebrauch zů d' ergrösserung des cubi genumē/aber vndersich herab die verkleinerung/das mach also/Erstlich oben hinauß zeuch die zwerch lini des cubi. c.d. piß an die schlem lini.z. r.da setz ein.l.Darnach far mit einer aufrechten lini auß dem.l. obersich an die lini.z.r.da setz ein.m. Darnach schleuß ein cubum.c.l.m.n.der helt zwey mal so vil innen als der cubus.c.d.e.f. diß steyget so oft im dupliren obersich als du es machē kanst/wirst das gewiß vnd gerecht finden.Aber vndersich herab macht sich der cubus alweg vmb das halbteyl kleyner/das weret schier piß in den spitz.z. vñ diß

D

g. At the points where the vertical lines 2, 3, and 4 are traversed by the ray, mark *b*, *c*, and *d*. Then *a*1 will be the side of the single cube, *b*2 the side of the double one, *c*3 that of the triple one, and *d*4 that of the quadruple one. They will be proportional in size to the cube of the smaller series. All of this can be put to many uses. By this method all things can be properly enlarged and yet retain their proportions. You can see this in the diagram below.

fig. 47

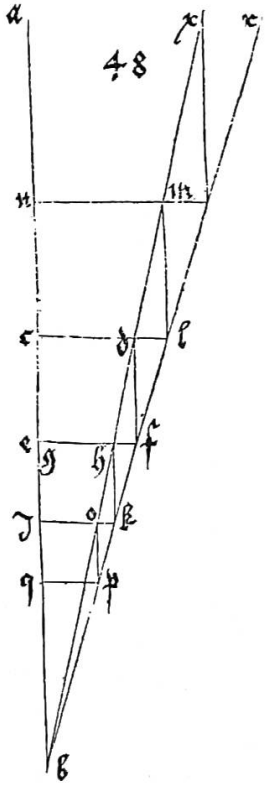
YET ANOTHER METHOD OF SOLVING THE DELIC PROBLEM

There is yet another way for you to keep doubling a cube or to keep reducing it to half its volume. But in this case you must start out with two cubes, one having twice the volume of the other.

Proceed as follows:

Draw a vertical line *ab* and attach to it the sides of the aforementioned two cubes so that they touch each other. The larger cube is to be on top, the smaller one below. Mark points *c* and *e* at the two corners of the upper cube which touch line *ab*, and mark the two corners on the opposite side *f* [*sic;* and *d*]. Mark *g* and *i* at the two corners of the lower cube which touch line *ab*, and *h* and *k* at the two rear corners on the opposite side. Now connect the two corners *f* and *k* with a straight line and extend this line upward as far as you like. Mark the end of the line point *r*. Then extend the line downward until it meets the line *ab* and mark that point *z* [next to *b;* not shown in the diagram]. If you now draw a straight line from corner *d* to point *z* it will traverse the two bottom lines of the two cubes. If you extend this line upward to point *x* it will help define the enlargement of the cubes, and below *x* it will define the reduction in size of the cubes. You must follow this procedure: First extend the horizontal line on top of cube *cd* to the line *zr* and mark it point *l*. Next, erect a vertical line from *l* to the line *zx* and mark this point *m*. Now enclose the cube *clmn* which will have twice the volume of the cube *cdef*. This duplication will continue as many times as you can place one cube on top of the other, and you will find this [relationship] definite and correct. But below, the cube will in all cases be one-half smaller down to the acute point of the angle *z*.

get zů gleycher weyß im ab steygen zů wie for im auffsteygen/ dem thů also/ wo die lini.r.z. durchschnei det des vndersten cubi seyten.i.k. da setz ein.o. vñ zeuch darauß vndersich ein auffrechte lini an die schle men.z.r. da setz ein.p. von dañ far vber zwerch gleych wincklich an die auffrechten.a.b. da setz ein.q. so helt diser cubus.i.o.q.p. halb so vill innen als der ober cubus/ g.h.i.k. des magst du dich weyter geprauchen piß zů dem puncten. Solichs hab ich hernach auffgerissen.

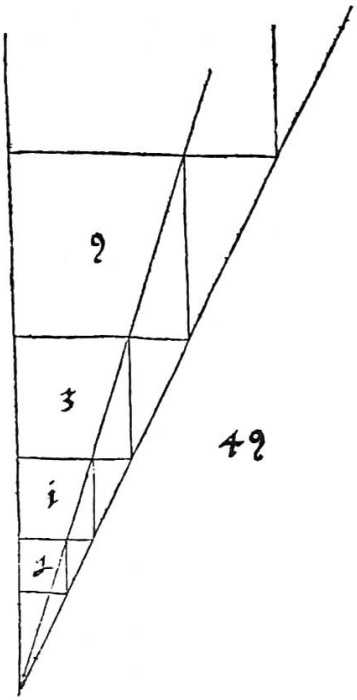


DV magst auch den cubum in anderen vngleychen zalen durch das grösser oder kleiner machen/ als wenn du for zwen cubos hast die sich dryfaltig gegen einander halten / so thů im wie for geschriben ist / es sey durch was zal es wöl/ als wenn du zwen cubos hast/ der erst helt eyns/ der ander drey. Wie dann das hernach ist auffgerissen.

And this rate of decrease occurs in the same way as the preceding increases. Proceed as follows: Where the line *xz* crosses the bottom cube's side *ik* mark *o*, and from there drop a vertical line down to the oblique line *zr*. Mark that point *p*. From there draw a horizontal line to the line *ab* and mark this point *q*. The cube *ioqp* will then have half the area of cube *ghik*. You can continue in this manner down to the acute point on the bottom. It is shown in the diagram below.

fig. 48

You can also increase or decrease a cube by different ratios, for example, 1:3. Follow the above method for whatever proportion is desired. For the proportion 1:3, use two cubes, the first a single one, the second three times its size, as shown in the following diagram.



NOch ist nutz zů wissen einem der ein cubum ergrösseren wil oder bilfeltigen/ wie er zwischen zweyen vngleychen fürgebnen linien zwo ander linien die sich vergleychlich gegen den selben halten finden soll/ also das si sich all vier vergleychlich gegen einander halten. Das such also.

Die zwo fürgebnen vngleychen linien seyen.e.b. vnd.b.g.die setz bede in den puncten.b.in einen rechtert winckelhacken zůsamen. Darnach zeuch die zwo linien für das eck.b.so weit gerad hinauß als du der bedürffen wirst/piß auf.d.vnd.c. Darnach stell zwen recht wincklich driangel.g.c.d. des rechter winckel sey.c.der ander dryangel.c.d.e.vnnd das.d.sey sein rechter winckel. Durch was instrument du das machen solt wirt hernach beschriben.

Nun bewert der Euclides in seinem sechsten buch durch die achten proposition das.c.b.ist ein mittel lini zwischen.d.b.vnd.b.g.vnd.b.b.ist ein mittellini zwischen.e.b.vnd.b.e. daruub helt sich.g.b.zů.c.b. wie.c.b.zw.d.b.vnd also auch.d.b.zů.e.b. dem nach zwischen den zweyen fürgebnen linien.b.g.vnd b.e.sind gefunden die zwo mittellini.b.c.vnd.b.d.

Aber die zwen egemelten dryangel.g.c.d.vnd.c.d.e.mach' also. Nym ein winckelmeß sam.r.p.q. des gerechter winckel sey.p.vnd der seyten eine sam.p.q.nym hol auß/ vnd in dise mit steck ein gerad richtscheyt sam.t.s.weliches mit der seyten des winckelmes.p.q.albeg ein rechter winckel beleyb/ ja wie das auf vnd nider bewegt werde/das dennacht allzeyt.t.s.ein rechte parallel gegen der seyten.p.r.des winkelmeß.r.p.q.beleybe. So nun das alles gemacht ist so lege die seyten.p.r.des winckelmes also auf das sie berür den puncten.g.also das der gerecht winckel.p.lige auf der lini.e.c.vnnd die ander seyten des

fig. 49

DETERMINATION OF TWO LINES PROPORTIONAL TO TWO GIVEN ONES

Moreover it is useful to know for anyone who wants to enlarge cubes or to multiply them how to determine the length of two lines which are to be proportional to two given lines of unequal length. Proceed as follows:

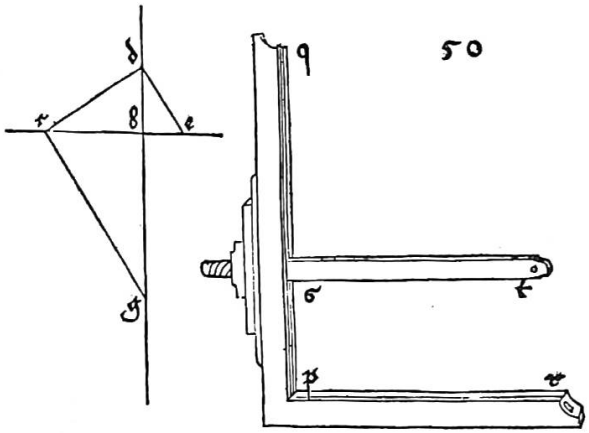
The two given lines are *eb* and *bg*. Place these two lines at right angles joining at *b*. Then extend the two lines beyond point *b* as far as necessary to points *d* and *c*. Form two right triangles: *gcd* whose right angle is at *c*, and a second triangle *cde* whose right angle is at *d*. The instrument you can use for this purpose will be described below.

In his Book VI, proposition 8, Euclid demonstrates that *cb* is a mean proportional between *db* and *bg*, and that *db* is a mean proportional between *cb* and *be*. Therefore, $gb : cb = cb : db$, and also $db : cb$. Therefore the two lines *bc* and *bd* are proportional to the given lines *bg* and *be*.

Construct the above-described triangles in the following manner: Use a square ruler *rpq* whose right angle is at *p*. Put a slot along side *pq* and insert through this slot a straight piece *ts*, which remains at right angles to side *pq* as you move it up and down, and at the same time remains parallel to side *pr* at all times. After you have readied this instrument, place its side *pr* so that it touches point *g* and so that the right angle *p* lies on line *ec*. Place the other side of the instrument *qp* along line *db*.

This method is credited to Plato, although Staigmüller (1891, p. 39) questions this source. It is described in Eutokius' commentary to Archimedes, and credited to Hippocrates in a letter by the mathematician Eratosthenes to King Ptolemy, which Eutokius quotes.

winckelmes.q.p. lege auf der lini.d. b. da ruck das richtscheyt.t. s. also lang biß das der winckel. s. sey auf der lini.b.d.vnd das richtscheyt.t. s. berür den puncten.e.vnd so das alles geschicht vnd auf gerissen ist/dann so wirt.p.r.wie.c.g.vnd.p.s.wie.c.d.vnd.s.t.wie.d.e.vnd auß dem wirt kunt vnd offenbar das die zwen dryangel.g.c.d.vnd.c.d.e. sind gemacht vnd beschriben wie sie an dem anfang sind für genumen. Wie du das in der folgetten figur sihest aufgerissen.



NOch magst du die egedacht meynung anderst machen ausserhalb des forbeschribnen instrumentz oder winckelmeß/das also die zwo fürgegebne linien.a.b.vñ.b.g.sollen wider in einen rechten winckel.b.zůsamē gestossen werdē. Darnach beschleuß follent ein vier ecket feld.b.d. des ortstrich sey.a.g.den teyl mit einem puncten.e.in der mitt von ein ander/vnnd die zwo seyten.d.a. vnd.d.g.erlenger als weyt das not ist. Darnach leg auf den puncten.b. ein richtscheyt.also das es hin vnd her můg geruckt werden/so lang piß es abschneydet.d.h.vnd.d.z.der massen das die lini.e.h.vnd e.z.geleych lang seyen/vnnd das dz richtscheyt auf dem puncten.b. ligent beleyb/das vergwiset der cirkelryß. Nachfolget zeuch ein aufrechte lini.e.t.auf die lini.d.g.also teylet.e.t.die lini.d.g.in zwey gleyche teyl durch die ander propositiō des sechsten buchs Euclidis/darauß folget dz die recht anglich vierecket figur so gemacht wirt von.t.z.vñ.z.g.mit dem quadrat der linien.g.t. ist geleych dem quadrat so auß.t.z.gemacht wirt/nůn auf peden teylen wirt hinzů geleget dz quadrat so auß.t.e.gemacht ist/dem nach dz quadrangel od' vierecket recht wincklich figur/weliche auß.d.z.vñ.z.g.gemacht wirt mit dem quadrat.e.g.ist geleych dem quadrat so von.e.z.gemacht wirt. Gleycher weyß auch das quadrangel oder die recht wincklich figur/weliche auß den linien.d.h.vñ.h.a.gemacht wirt mit dem quadrat von. a.e.gemacht ist/gleych dem quadrat so von der lini.e.h. gemacht wirt.

So nůn aber wie yetzund gemacht ist die zwo linien.e.h.vnd.e.z.geleych sind/der gleychen auch die zwo linien.e.a.vnd.e.g.sind gleych. Darauß folget das die recht anglich vierecket figur so von.t.z.vñ z.g.gemacht wirt/ist geleych der recht anglichen figur mit der inhaltung/weliche von den linien.d.h. vnd.h.a.gemacht wirt (das ist also zůfersten die lini.d.h. wirt zů dem ersten quadrangel für die langen seyten/vnd.h.a.zů den kurtzen genumen/des gleychen die lini.t.z. wirt zů der langen seyten/vnd z.g.zů der kurtzen des anderen quadrangels genumen/also helt der quadrangel.d.h.a.so vill innen als der quadrangel.d.z.g. das noch weyter zůbeweren mach dise quadrangel zů rechten quadraten. Wie fornen im bůchle in der planen in der.31.figur an zeygt ist.)

Aber das das forder also sey/wirt durch die fünftzehetten proposition des sechsten buchs Euclidis angezeygt das sich die lini.d.z.halt zů der lini.d.h.wie sich die lini.h.a.zů der lini.g.z.helt/vnd wie sich die

Now shift the movable piece *ts* so that the angle *s* is on line *bd* and the movable piece touches point *e*. And if everything is done according to these instructions, then *pr* will equal *cg*, and *ps* will equal *cd*, and *st* will equal *de*. Accordingly, it will become clear that the two triangles *gcd* and *cde* are made and constituted as described earlier. This is shown to you in the diagram below.

fig. 50

SECOND METHOD TO FIND PROPORTIONAL LINES

You can employ another method for the above purpose without the use of the instrument. Once again place the two given lines *ab* and *bg* at right angles at point *b* and close the rectangle with a point *d*. Divide its diagonal *ag* into two halves by a point *e*. Then anchor a ruler on point *b*, and move it to and fro until you find where it cuts off *dh* and *dz*, so that the lines *eh* and *ez* are equally long. The arc will prove that the determination by means of the ruler is correct. Next, drop a vertical line *et* down to line *dg*. By this you will have divided line *dg* into two equal parts, according to Euclid's Book VI, proposition 2. Accordingly, the rectangle which the sides *tz* and *zg* and the square made with the line *gt* is equal in area to a square made from the side *tz*. If the square made from the side *tz* is now added, then the quadrangle will be equal in area to the square made from *ez*. Likewise, the quadrangle made from the lines *dh* and *ha* together with the square *ae* will be equal to the square erected on *eh*.

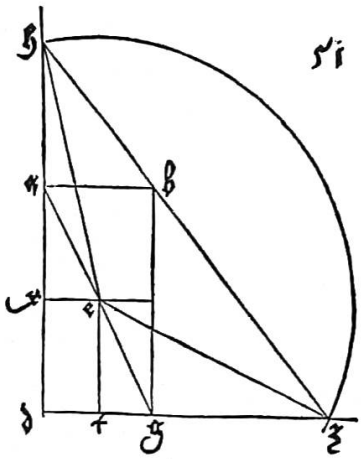
If, then, the two lines *eh* and *ez* are equal, this will also be the case for lines *ea* and *eg*. Thus the rectangle made from *tz* and *zg* is equal in area to the rectangle with the side *dh* and *ha*. By this it is understood that in the first rectangle, the line *dh* will be the long line and *ha* will be the short one; in the second rectangle, the line *tz* will be the longer one and *zg* the short one. Therefore, the rectangle *dha* will have the same area as the rectangle *dzg*. To prove this conclusively, convert these rectangles into squares by the method explained in Book 2, *fig. 31*.

The preceding method is also given by Euclid in Book VI, proposition 15—that is, that line *dz* is related to line *dh* in the same proportion as line *ha* is to line *gz*, and

This second method derives from Heron of Alexandria. The problem cannot be solved by the use of a ruler and compass, but only by mechanical means. In this instance, Dürer provides a mathematical proof. He expands on this in the 1538 edition. See Thevenet, Veteres mathematici, *Paris 1693; Friedrich Hultsch,* Pappi Alexandrini collectionis, etc, *Berlin 1876-78, p. 62; and Heiberg,* Entocci Ascalonitae Commentaria, *p. 70. Staigmüller 1891, p. 39. See Appendix, p. 460.*

lini.d.z.hat zů der lini.d.h.also helt sich auch die lini.g.z. zů der lini.g.b.der geleych̃ auch die lini.a.b. zů der lini.a.h.dem nach durch die vierten proposition des sechsten buchs Euclidis die lini.a.b.helt sich zů der lini.a.h.wie die lini.a.h.zů der lini.g.z.vnd also auch die lini.g.z.zů der lini.g.b. vñ also ist offen war gemacht/das zwischen den zweyen linien. a.b.vnnd .b. g. sind gefunden zwo medie proportionals da sind die zwo lini/a.h.vnd/g.z.Wie das hernach ist aufgerissen.

Item der vnderschid zwischen dem quadrangel vnd dem quadrat ist der/das das quadrat hat vier recht winckel. Aber der quadrangel hat zwo lang vnd zwo kurtz seyten/vnnd doch vier recht winckel/ wie foren gemelt.



So du nun durch die for beschriben angezeygt bewisen ler den für gegebnen cubum wilt zwifalten/dann so solst du die seyten des fürgegebnen cubi zwifach erlengen/vnd zwischen disem doppel/vnnd der selben eynfachen seyten des cubi/durch die for beschribnenn ler an einander setzt/dardurch wirdest du finden zwo gerecht mittellini/die man nennet medias proporcionales vñ so du ein cubū auß der minderen oder kürtzeren gefunden linien aufrichtest/so helt sich der selb zwifach gegen dem ersten cubo.

Also magst du auch den für gegebnen cubum dryfachen/dann so oft du zwischen des für gebnen cubi seyten/vnnd der dryfachen erlengeten seyten zwo mittellini erfindest/so du dann wider einen cubum auß der minderen machest/der selb cubus helt sich dryfach gegen dem ersten fürgegebnen/also mag ein cubus so oft gefilfeltigt werden/so oft man jm die einen seyten erlengert.

Aber ein exempel zů dem gewicht wil jch herzů setzen/also.

So du ein pürsen kugel von einem pfund schwer hast/magst du die stettiglich durch den for angezeygten weg vmb ein pfunt erschweren/dann die proporcion gibt auch in gleychem metall das gewicht/ gleych/so du dann die kugel in einen cubum reyssest/vnd darnach den cubum zwifach/dryfach/vierfach ergrösserst/vnd dañ die kugelen wider in sie alle reyssest/so helt sich auch das gewicht so darnach gossen wirt/zwifach/dryfach/vierfach gegen einander. Wie jch das hernach hab aufgerissen/das magst du piß auf hundert pfunt füren.

line *dz* is related to line *dh* as line *gz* is related to line *gb*. In the same way, line *ab* is related to line *ah*. According to Euclid, Book VI, proposition 4, line *ab* is related to line *ah* as line *ah* is to line *gz*, and also as line *gz* is to line *gb*. It is therefore demonstrated that two mean proportional lines have been found between the two lines *ab* and *bg*. This is shown in the diagram below.

fig. 51

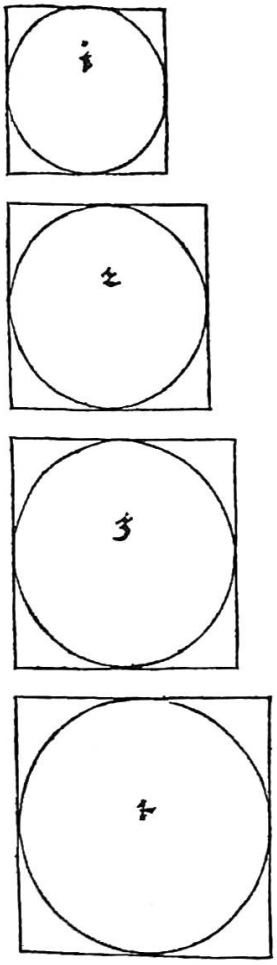
If you now wish to apply the preceding explanation in the duplication of a cube, you must double the length of the side of a given cube and find the two proportional lines. You will find these correctly by using the aforementioned method. They are called mean proportional lines, and if you use the shorter one of these two, it will give you the side of the duplated cube. In the same way you can also determine the size of a tripled cube by finding the two mean proportional lines between the length of the side of one cube and of three cubes. The shorter of the mean proportional lines will then denote the length of one side of the triple cube. Accordingly, you can multiply the size of any cube.

PROPORTIONALLY INCREASED WEIGHT OF CANNONBALLS

I shall give one example in regard to weight:

If you have a cannonball weighing one pound you can increase it proportionally by a pound by using the above-described method, for the proportion will also give you the correct weight if you use the same metal. You will draw a cube containing the ball and then enlarge it twice, three times, or four times. Accordingly, the weight and the volume will be proportionally enlarged, as shown below. You can continue this even to a hundred pounds.

The choice of letters in this diagram a, b, g, d, e, z, h, indicates that Dürer based it on a Greek model, in fact, on the commentary on Archimedes by Eutokius, where the letters are Α, Β, Γ, Δ, Ε, Ζ, Η (*cf. Staigmüller 1891, p. 40*). *Cf. Appendix, p. 460.*



SO ich dafoꝛen manicherley corpora wie man die mach anzeigt hab/wil ich auch leren so man
soliche gemecht ansicht wie man die in ein gemel müg pringē/zů solichem wil ich das schlech-
test corpus fürnemen/als den würffel/darpey anzeygē das man mit allen cōperen also hande
len mag/auch von liecht vñ schatten etwas zůuersten geben/vñ eins mit dem anderen zů gebrauchen.
Dann was gesehen soll werden das muß foꝛ sein/vnd wirt mit dem aug gesehen/darzů gehört auch
ein liecht/dann die finsternuß lest nichts sehen/auch muß ein mittel sein zwischen dem aug vnnd dem
das man sihet/wie hernach folgt.
Ein yetlichs liecht reycht durch gerad linien so weyt sein streym lauffen/so aber ein vndurchsichtig
ding für das liecht gestelt wirt/so stossen sich die streym daran ab/vnnd felt ein schatten so weyt die
streym linien des liechts verhalten werden. Das will ich im auffreyssē anzeygen.

[fig. 51a]

THEORY OF PERSPECTIVE

Having demonstrated how to construct various types of solids, I also wish to teach you how to render them in a painting. For this purpose I shall choose the simplest solid, that is, the cube, but this will demonstrate how to render other solids as well. I shall also speak of light and shadow and how they are to be used in relation to one another. Whatever is seen must be in the line of sight of the viewer's eye and it must be in the light, because nothing can be seen in darkness; moreover, there must also be a medium between the eye and the object that is seen, as explained below.

Every light radiates by means of straight lines, as far as its rays will reach. If an opaque surface is interposed, it will repel the rays of light and cast a shadow to the extent that the rays are held back. I will show this in the following diagram.

Cf. p. 423.

Darumb mach zům erſten ein nider gedruckten grund vierecket vñ gleych wincklich. e. f. g. h. auf diſe ebne ſtell ein würffel das wirt im grund ein gefirt felt / dann die vier oberen eck fallen auf die vier vnderen/darum̃ wirt ein yetlich eck zwifach bezeychnet/die vnderen vier eck ſind.a.b.c.d. aber die oberen viere.j.2.3.4.darumb komen. a1.b2.c3.d.4. zůſamen.

Nun iſt diſer nider gedrugt grund fertig.

Darnach muſt du diß gefiert felt vnd den würffel der darauf ſtet auf zihen / wie ein ſteinmetz ſeinen grund im aufreyſſen auf zeucht.

Dem thů alſo/mach ob dem gefierten feld.e.f.g.h. ein zwerch par lini ſo lang dz gefiert feld iſt/der anfang ſey.e.h.vnd end.f.g. diſe lini iſt ſo vill in der bedeutnuß als die vnder ebne.e. f. g. h. darumb ſind jre end zwifach bezeychnet.

Darnach far mit aufrechten linien auß dem nider gedruckten grund des würffels.a1.b2.c3.d4.vber ſich durch die zwerch lini.e.h.f.g.ſo hoch der würfel ſoll ſein/ſo finſt du die ſtat des würffels/der kumbt aufrecht auf die ee gedachten zwerch lini.Alſo wirt die vnder ſeytē des würffels die da auf der zwerch linien.e.h.vnd.f.g.ſtet/das ein end.a.d.das ander.b.c.aber die ober ſeyten wirt.j.4.vnd.2.3.alſo ſind die vier eck des aufgezognen würffels.j.4.2.3.b.c.vnd.a.d.verſtendlich ob dem vnderen grund zů gericht.

Darnach gehört das liecht zů ſtellen/aber zů gleycher weyß/wie ich zwen grund ſetz/ein nider gedruckten vñ ein aufgezognen.Alſo muß ich auch zů yetlichem grund ſein ſunder liecht ſetzen/zů dem aufgezognen ſetz ich die höch oder nideren deß liechts / vñ in dem nider gedruckten grund die weyten auf der ſeyten oder in die mitt.

Aber hie machs alſo/ſetz gegen dem aufgezognen grund ein liecht.o.ſo hoch vnd fern du wild.

Vnd zů dem nider gedruckten grund/ſetz das ander liecht.p.auf weliche ſeyten du wild / doch das pede liecht in gleycher weyten von dem nider gedruckten grund vñ aufgezognē würffel ſtend.Darnach zeuch auß dem oberen punctē. o. des liechts zwo gerad ſtreym linien durch die oberen eck des aufgezognen würffels.j.4.vnd.2.3.wo dann diſe ſtreymen fallen auf die lini.e.h.vnd.f. g. da ſetz zwen punctē i.k.ſo weyt reycht der ſchatten. Darnach zeuch auß den puncten.p.des vnderen liechts die ſtreym linien durch die eck des nider gedruckten grundes des würffels / die bezeychnet ſind.b2.c3. vnd.d4.vñ laß die ſtreymen für ſtreychen/wo dann auß dem puncten.i.k.aufrecht linien herab gezogen werdē durch die ſtreym linien des vnderen lietz im nider gedruckten grund die for gezognen ſind/die ſelb abſchneydung beſchleuſt des ſchatten leng vnd preyte/vnd pezeychen des ſchatten eck.l.m.n. die zeuch mit geraden linien zůſamen/des gleychen.b2.l.d4.vnnd. n. zeuch auch zamen ſo haſt du den vmb kreyß des ſchatten gar.

Vnd merck ſunderlich das diſe zwey liecht ein liecht ſein/des gleychen die lini.e.h.vñ.f.g.mit dem plano darunder.e.f.g.h. ein ding wie for gemelt auch der nider gedruckt vñ aufgezogen würffel iſt eins/ſuma pede grund vnd pede liecht iſt als ein ding/aber zům gebrauch von leychte wegen geſpalten. Wie das hernach iſt aufgeriſſen.

For this purpose, first draw the ground plan of the cube by drawing a square *efgh*. Now place a cube on this plane surface. It will in its ground become a square area because the upper four corners coincide with the four bottom ones. Therefore, each corner is marked doubly: the bottom four corners are *a, b, c,* and *d,* but the upper ones are 1, 2, 3, and 4. Accordingly, *a*1, *b*2, *c*3, and *d*4 belong together.

This completes the ground plan.

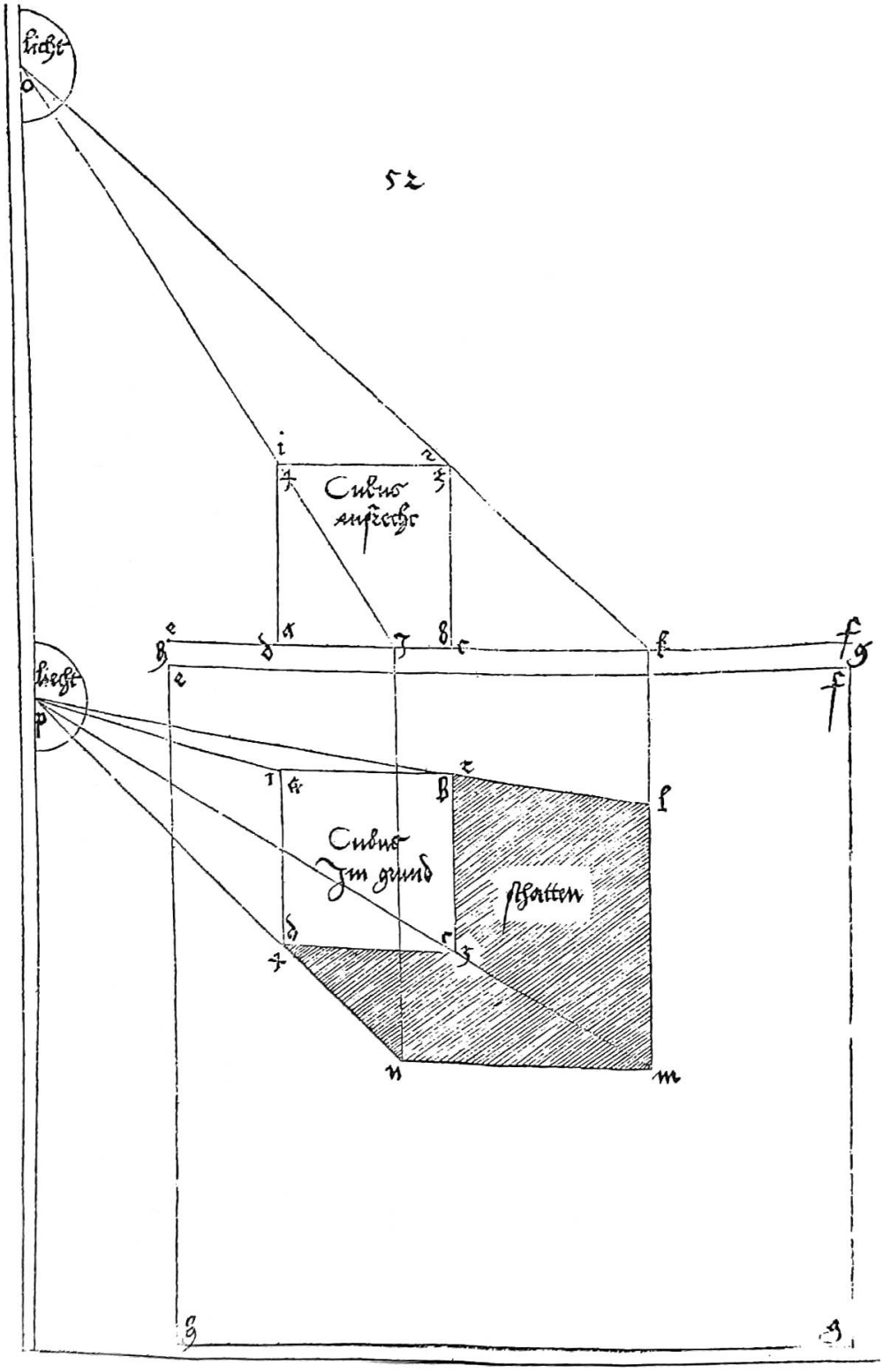
Then you must project the square ground and the cube on it as stonemasons do. Do this as follows: Above the square area *efgh* draw a parallel horizontal line as long as the square, and mark its beginning at *e, h,* and its end at *f, g*. This line is equivalent to the lower plane *efgh,* and for that reason it is marked with the same letters.

Next, erect vertical lines from the ground plan of the cube *a*1, *b*2, *c*3, *d*4 through the horizontal line *ehfg* to the correct height of the cube, and you will have the cube on top of the aforementioned horizontal line. The bottom side of this cube, which rests on the horizontal line *ehgf,* will then be *ad* at one end and *bc* at the other, but the top will be 1, 4, and 2, 3. In this way the four corners of the projected cube 1, 4, 2, 3, b, c, a, d, are understandably placed above its ground plan below.

Now it is necessary to position the source of light. Again I will do it both for the ground plan and for the projection. Therefore, I will have to indicate a source of light for each of these. For the projected one I can place the light source high up or lower; but for the ground plan it will be in the middle or on the side. However, in this instance, place the source of light *o* for the projected cube as high and as distant as you like.

For the ground plan, place the source of light *p* on either side, but both sources of light must be the same distance from the ground plan and the projection of the cube. Now draw two straight light rays from point *o* through the upper corners of the projected cube 1, 4, 2, 3 and where these rays meet the line *ehfg* place the points *i* and *k*. These indicate the extent of the shadow. Then draw rays from the lower source of light *p* through the corners of the cube's ground plan which are marked *b*2, *c*3, and *d*4, and extend these rays to where they meet vertical lines dropped down from the points *i* and *k*. They will delimit the length and width of the shadow. Mark the corners of this shadow *l, m,* and *n*. And then close in with straight lines *b*2, 1, *d*4, and *n,* which will designate the entire area of the shadow.

But remember that the two sources of light are really one and the same, and so are the lines *eh* and *fg* and the plane *efgh,* and also that the ground plan and the projection coincide. They are all shown doubly for the sake of this demonstration, in the following diagram.


52
Cubus
aufrecht
Cubus
Zu grund
Schatten

light

fig. 52

upright
cube

light

ground plan
of the cube

shadow

SO du nun disen for beschribnen würffel auf seinem geflertē feld mit liecht vnd schatten in ein abgestolen gemel wilt pringen / so thüt for not das du wist was darzů gehör/vnd durch was mittel das zůmachen sey.

Darumb muß zům ersten gesetzt werden der punct des augs.

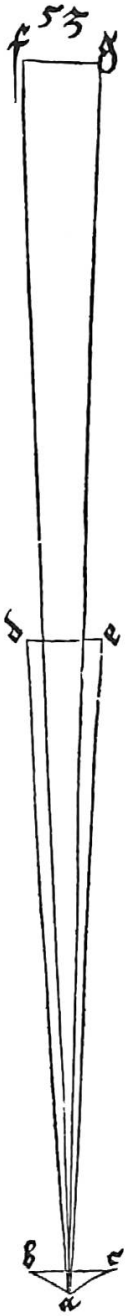
Zům anderen das ding dz da gesehen soll werdē/gleych dargegen oder auf einer seitē.

Das dritt ist das liecht/an das nichts gesehen wirt/wie for gemelt.

Das aug sicht allein durch gerad linien die ding die for jm sind /vnd mag durch kein krume lini sehenn /darumb wen zwey gleyche vndurchsichtige ding hinder einander stend / vnd das aug gerad dargegen /so kan allein das forder vnd das hinder nit gesehen werden. Darumb wen vill gesehen soll werden so müsen die selben ding von einander geteylt werden/auf das solichs die streym linien des gesichts begreiffen mögen. Es muß auch ein zimliche weyten oder lenge sein zwischen dem aug vnd dem das da gesehen soll werden. Darumb soll man das ding das da gesehen wirt nicht so nahent zům aug stellen dz es nit mit zů deckt wirt/vnd das gesicht verhalt/dañ es werden auß dem kleinen teyl des gsichtz in rechter weyten vill grosser ding gesehen. Auch soll das ding nit zů weyt gestelt werdē damit es dem gsicht nit verlorē werd / dañ wañ ein ding so gar weyt stet/ so schlahen sich die streym linien bey dem aug so nahent zůsamen/das dz aug das klein feld zwischen den streym linien nit mer sehē kan. Diß ist hie ein gleich muß aufgerissen/dich darnach zůrichten.

Aber das verste also/setz ein puncten.a. der sey dein fürgenumen aug/vnnd setz gantz nahent darfür/ein lini. b. c. vnnd laß auß dem puncten. a. genn streym lini an pede end. b. c. so finst du dein aug gantz verdeckt. Darnach thů dise lini. b. c. hinweg vnd setz ein andre lini. d. e. in einer zimlichenn weyten hinauß / vnnd zeuch streym linien auß dem. a. an pede ort. d. e. diß wirt das aug wol sehen / nun werdt dise lini. d. e. aber dannen than vnnd werd gantz ferr ein lini. f. g. gesetzt / vnnd zeuch wider auß dem. a. streym linien an die ort. f. g. so schlahen sich hinden bey dem aug. a. die streym linien so nahent zůsamē das dz aug das feld dar zwischen nit wol merr erkennē kan. Darum wenn man ein menschen so gar weyt von feren sicht/ so erkent jn das gsicht von seiner schwacheyt wegen nit. Darumb muß in solichen dingen das so kentlich gesehen soll werden in einer erkentlichen weyten sten. Aber lantschafften zů sehen vnd machen da man etwan sechs oder siben meyl sicht /hat es aber sein sunder art.

Nun merck das zwischen der weyten des augs vnd des das gesehē wirt soll genumen werden ein ebne durchsichtige abschneydung aller der streym linien die auß dem aug fallen auf die ding die es sicht/diß eben durchsichtig feld mag im abschneiden nahent zů dem aug oder ferr darfon/vnd nahent zů dem ding das es sicht gestelt werden/wirt die ebne nahent zů dem gesicht gestelt/ so gefelt das gemel das da werden soll klein dar auf /ruckt man aber die abschneydent ebne weyt vom aug /vnnd nahent zů dem ding das man sicht/so felt das gemel grösser darauf / des nym ein solichē verstand/setz zwo lini mit jren beden ortten an einander /also das sie ein spitzigen winckel geben /der sey a. vñ die zwey anderen end der zweyen linien sein. b. c. darzwischen setz zwo aufrecht lini die weyter vom. a. sey. d. e. die neher bey dem. a. sey. f. g. wo dann dise zwo lini. d. e. vñ f. g. von den zweyenn gablettten linien. b. c. abgeschniten werden/auß den selben linien



P

If you now wish to transfer the described cube with its area of light and its shadow to a painting, you will need to know how to do this and by what means. *fig. 53*

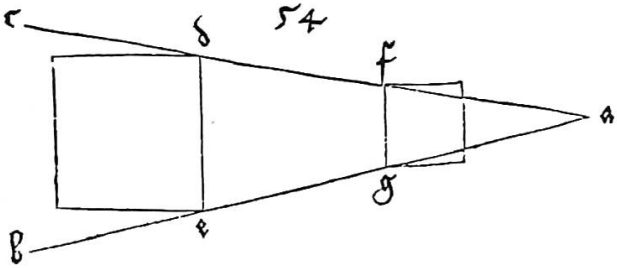
First you will have to determine the point of sight of the eye. Second, you will require the object, whether it is seen head on or in profile. Third, you require light, without which nothing can be seen, as mentioned before.

The eye sees the object placed before it only by straight lines. It cannot perceive by curved lines. Thus, if two opaque objects are placed one behind the other, the eye will see only the one in front, but not the one behind it. If, therefore, many objects are to be viewed, they must be spread out, so that they are in the line of sight of the viewer. There must also be a proper distance between the eye and the object to be viewed. The object should not be placed so closely to the eye that it becomes invisible or blurred, for even many large objects can be perceived by a small part of the eye if they are located at the proper distance. But neither should the object be so far away that it becomes lost to the eye, because if an object is too distant the lines of sight flow so closely together that the eye cannot perceive the small area of sight between them. This is shown in the adjoining diagram for your guidance.

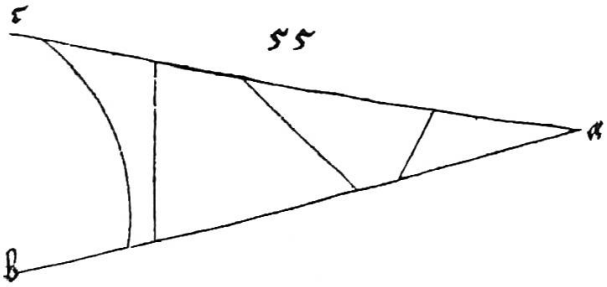
This is to be understood as follows. Point *a* denotes your eye. Very close to it, indicate a line *bc*, and then connect point *a* with radials to points *b* and *c*. Line *bc* will cover your eye. Then remove this line *bc* and place a second line, marked *de*, a good distance away. Draw radial lines from *a* to the points *d* and *e*. Your eye will be able to see this well. Now remove line *de* and draw a line *fg* at a considerable distance away. And again draw radial lines to points *f* and *g*. These will converge as they approach point *a*, so that the eye can no longer discern the area of sight between them. For this same reason, it is not posible to recognize the face of a man at a great distance. It is not because of a weakness. Accordingly, things which are to be seen properly must be placed at a reasonable distance. But this does not apply to landscapes, which can be viewed from a distance of even six or seven miles. This is a different matter.

Now note that between the eye and the object viewed a transparent pane is placed which will slice off all the lines of sight which emanate from the eye. This transparent pane may be close to the eye or farther away, and therefore closer to the object. If the slice is taken close to the eye, the area of the object to be painted will appear small; but if you move the pane farther away from the eye, the object will appear larger. This is to be understood as follows. Place two oblique lines *b* and *c* to form an acute angle *a*. Between these two lines, draw two vertical lines. Mark the one further away from *a* *de*, and the one closer to *a*, *fg*. And from the points where these two lines *de* and *fg* are cut off by the two lines *b* and *c*,

zeuch recht fierungen/so sichst du das die weyter firung.d.e.grösser/vnd die neher.f.g.kleiner wirt mit sambt allem dem das dareyn felt. Wie jch dann solichs hie neben hab aufgerissen.



WAs im gesicht zwischen den zweyen gabel linien. a.b.c. beschlossen wirt vnnd sie an rüret/es sey nahent oder ferr/aufrecht vber ort oder krum/dz scheynt dem aug.a. alles in einer grösse. Wie jch solichs hernach hab aufgerissen.



NVn wil jch zům werck greyffen/vnnd für mich nemen den for beschribnen würffel/wie der auf seiner gefierten ebne stet/mit sambt dem liecht vnd an zeygtem schatten den er würft in den nider gedruckten vnd auf gezognen grund/wie for aufgerissen ist/wie er auch so er angesehen wirt in dem gesicht scheynt/will jch im aufreyssen also zůuersteen geben/das jch das gesicht zů puncten machen vnd zerteylen will/gleych wie das eynig ding for in zwen/in einen nider gedruckten vnd aufgezognen grund zůrteylt ist/vnd dz gesicht zů mercken/will jch auf die nider gelegten puncten augē reyssen/dise puncte des gesichts stell jch auf ein seyten im aufreyssen so weyt von den zweyē grůnden als jch will/vnd reyß ein aufrechte lini dardurch/die parallel gegen der seyten des nider gedruckten grundes sey/vnd setz darauf einen puncten des gesichts zů dem aufgezognen grund hoch oder nider/darnach ich dz ding ansehen will/darauß miß jch die höhe/nideren/vñ tieffe/oder ferren. Den anderen puncte des gesichts setz jch vnder dz ober aug/auch auf die egedachte aufrechte lini/auf welliche seyte des nid gedruckte grůdes jch will/ob aber in die mitt/darauß miß jch alle preyte zů pede seyte ferr vnd nahent/dañ zeuch jch auß dem puncte des oberen gesichts streim linien auf alle ding die man sehen kan die mit pustabne oder zifferen gemerckt sind. Die erst streym lini des gesichts/das zů dem aufgezognen grund gestelt ist/zeuch jch in den puncten des liechts.o. die ander zeuch jch vnden zů ende des liechts cirkel. Darnach zeuch jch zwo linie oben in die vier eck des würffels/fore fallen zwey eck. 2.3. vnd hinden zwey eck.a.d. zůsamē. Darnach zeuch jch zwo streym linien in die zwen puncte.k.i.

erect squares. You will find that the more distant square *de* is larger and the closer one *fg* is smaller, including everything within its frame. This is shown in the following diagram.

fig. 54

Whatever is enclosed by the two forked lines *ab* and *ac* and touches them; be it near or far, vertical, oblique, or curved, everything appears to the eye in a certain size, as shown below.

fig. 55

Now I shall begin the procedure. I take the aforementioned cube, as it stands on its quadrangular plane, and render it together with its source of light and its shadow. I shall draw both its ground plan and its projection, and I shall also render it as it appears to the eye. To make this understandable, I shall designate the eye by a point and divide this point of sight in two, as before, as well as the object in its ground plan and in projection. These two points will be designated by eyes and I will draw them on one side, as far from the objects as I wish, and then draw a vertical line through them, parallel to the sides of the ground plan. Of the points of sight, marked on this vertical line, one will be used for the projected rendering, high or low, according to how the object is to be viewed, and I will use it to measure its height, depth, or distance. The second point of sight will be below the upper eye on the same vertical line, on whichever side of the ground plan I wish, or else in the middle. Accordingly, I measure the width on both sides, whether near or far. Then I draw rays from the upper point of sight to all points of the object which can be seen and which are marked with letters or numbers. I draw the first ray from the point of sight, relating to the projected view, to the source of light *o*, and the second I draw to the bottom of the light's arc. Next I draw two lines to the top four corners of the cube. In front, the corners 2 and 3 coincide, in the rear, the corners *a* and *d* correspond also. Then I draw two rays to points *k* and *i*.

Aber zeuch zwo linie auf die zwey ort der zwerch lini/darauf der würffel stet/die pedeudet ein fierung/ darumb sind jr pede ende bezeychnet fornen.g.f.vnd hinden.e.h. Also ist der aufrecht grund auß dem gesicht mit streym linien recht bezogen/wie das soll sein. Darnach zeuch auß dem vnderen aug das zů dem nider gedruckten grund gestelt ist/auch streym linien in alle puncte des nider gedruckten grun des auf seiner ebne.

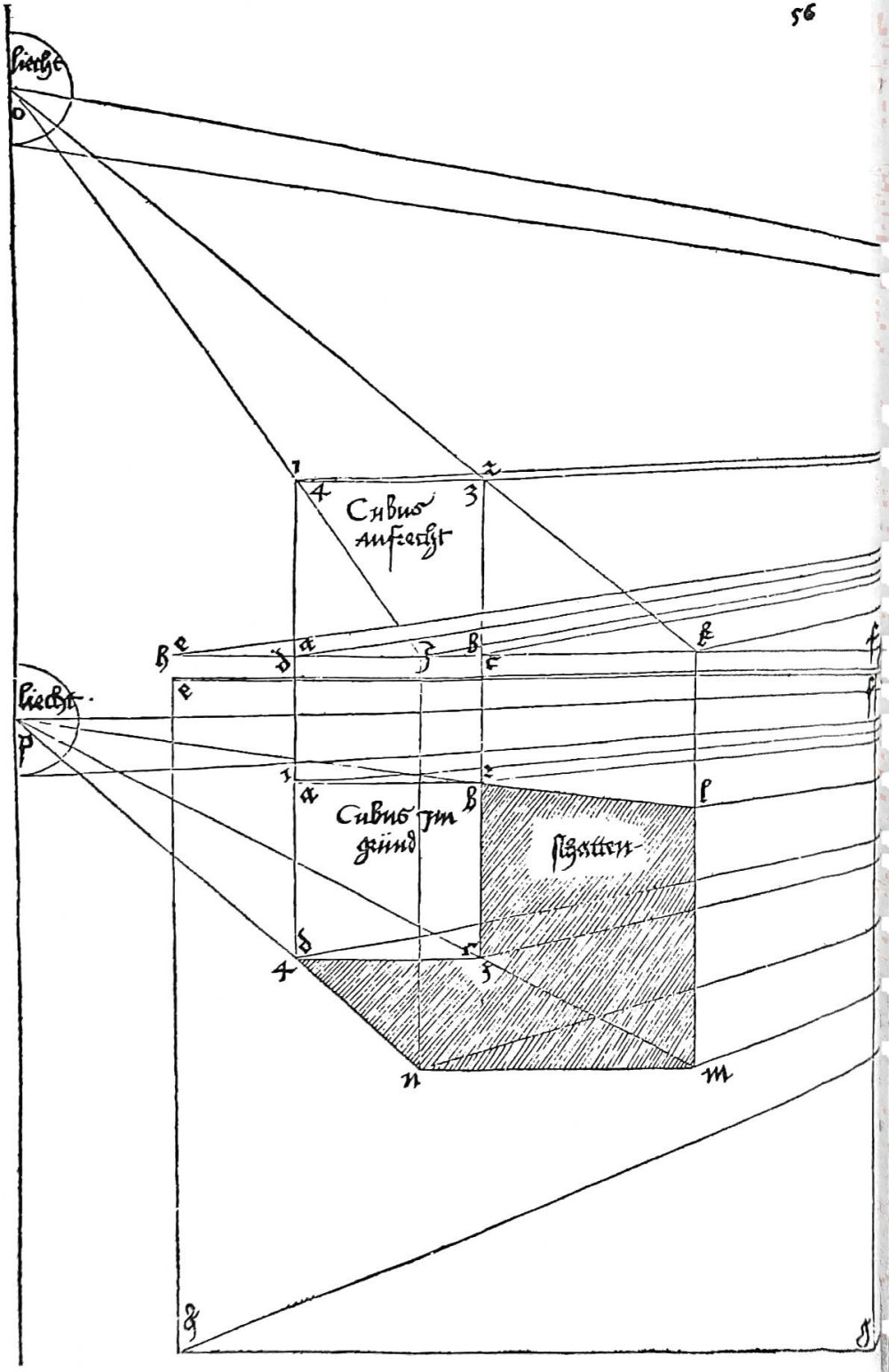
Erstlich far auß dem puncten des gesichtz mit streym linien auf die vier eck der ebne.f.g.h.e.Darnach auf die vier eck des würffels grunde/die dañ acht eck bedeuten/darumb sie fornen mit.b2.vnd.c3.hin den mitt.d4.vnd.a1.bezeychnet sind. Darnach zeuch noch drey streym linien auf die drey eck.l.m.n. des würffels schatten/nůn sind gezogē all streym linien zů peden gründen so vill du der bedarfst. So nůn das gesicht durch die streym linien das erreycht das es sicht/soll das in ein gemel gebracht werden/das pringt man zů wegen durch die for gemelten superficien/das ist ein durchsichtiger planus oder eben feld der all streym linien durchschneydet/disen planum must du in dem aufreyssenn ein lini lassen sein/darumb mach dise aufrechte parallel lini nahent pey den gründē zwischen dem gesicht auf das die ding groß scheynen/wie foren gemelt/vnd auf diser lini müssen die zwey gesicht stenn den fornen gemelß zů rechtenn angelen/man möcht auch wo von nöten dise lini hindersich oder fürsich leynenn/aber dise lini schneydet all streym linien ab. Darnach zeuch auß des gesichtz puncten zwo zwerch lini zů gleychen wincklen in die aufrechten lini der superficien/vnd reyß in die puncten do sie an rüren auch zwey augen/dise vier augen bedeuten nůn ein gesicht/aber dise zerspaltung pringt leychtickeit in der arbeyt.

P ij

I also draw two lines to the sources of the two horizontal lines on which the cube rests, that is, to the quadrangle marked *gh* in front and *eh* in the back. Accordingly, the projected rendering is properly connected to the point of sight by rays, as it should be. Now I draw similar rays from the second point of sight to the ground plan and to all its points, as well as to the plane on which it is drawn.

First I connect the point of sight by rays with the four corners of the plane *fghe*. Then I connect it with the four corners of the cube's ground plan, which are equivalent to eight corners, wherefor they are marked *b*2 and *e*3 in front, and *d*4 and *a*1 in the rear. I then draw three further rays to the three corners *l, m,* and *n* of the cube's shadow, and I have drawn all the necessary lines to both plans of the cube.

Now that the eye has reached all the points within its range of sight, the object can be placed in a painting. This is accomplished by interposing a transparent plane that slices off all the lines of sight, as has been mentioned before. This is represented in a drawing by a vertical line, close to and parallel to the projections, between the point of sight and the object, which will appear large [or small] depending on distance, as explained above. This line must also be at right angles to the two lines of sight which meet the front of the object. If necessary, the line has to be tilted forward or backward, but it must slice off all the rays. Then I draw two horizontal lines at equal angles from the eyes to the vertical line, denoting the transparent pane, and I mark the two points where the horizontal lines cross the pane with two eyes. All four eyes actually denote only one eye, but they are here divided to simplify the procedure.


liecht
o
Cubus
aufrecht
liecht
p
Cubus im
grund
schatten
n
m

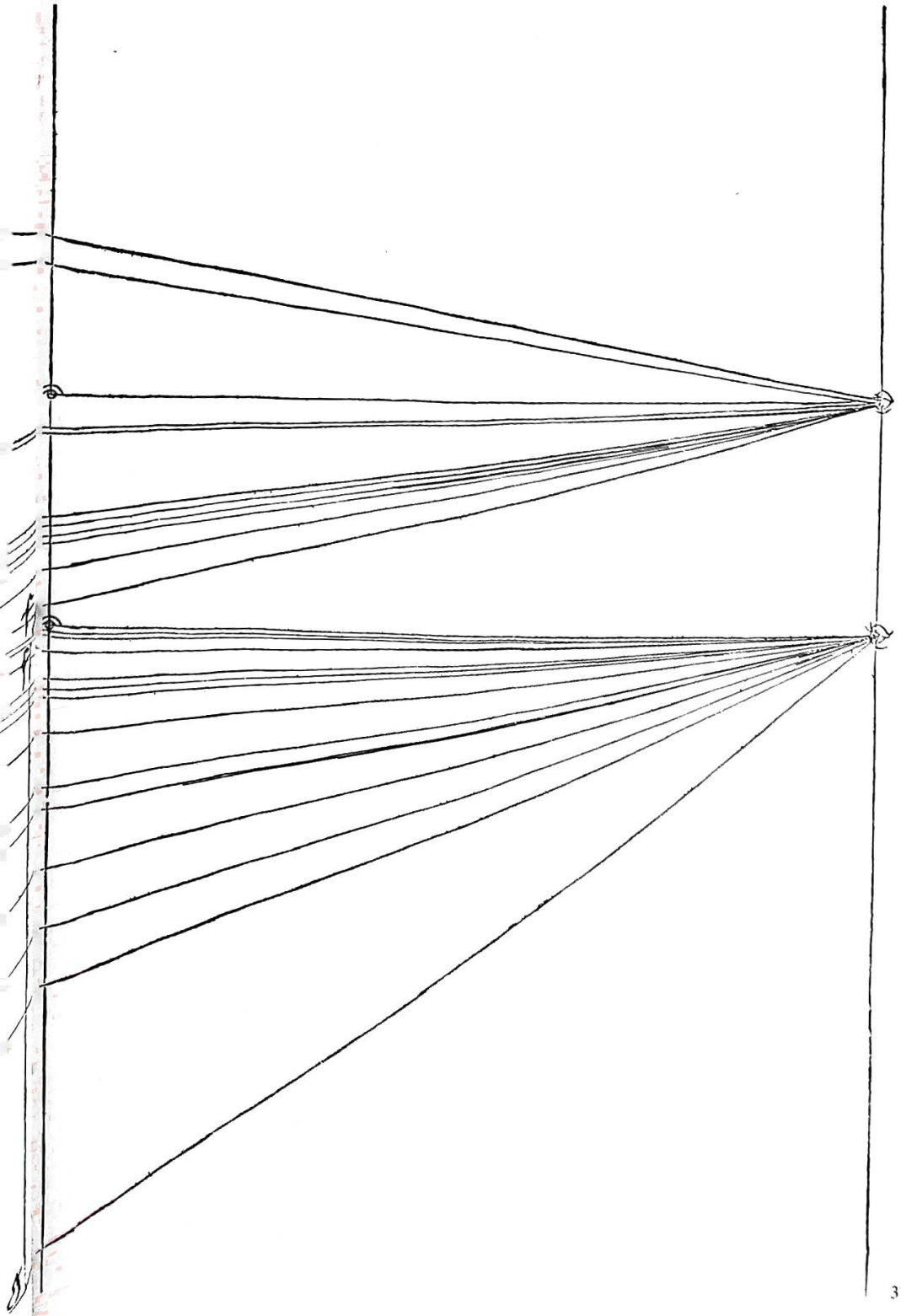


fig. 56

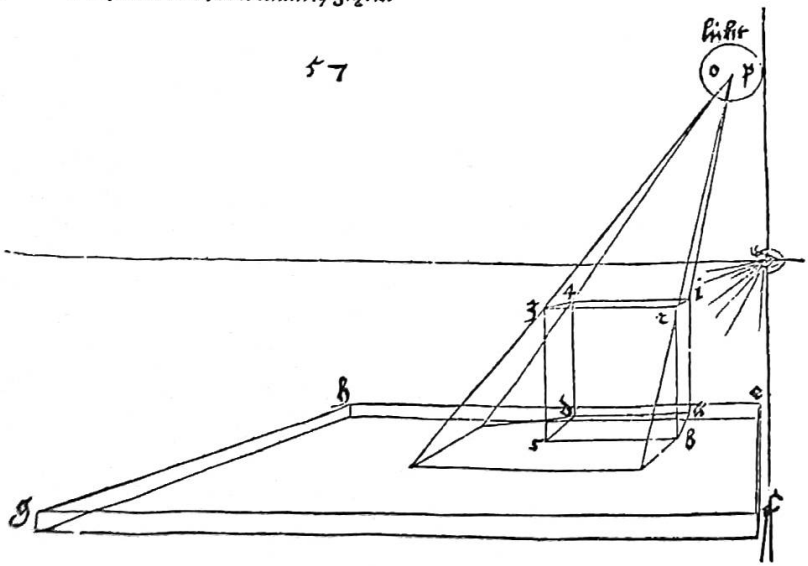
So du nun die for beschribnen meynung vor augen sihest vnd verstest sie/ so nym ein ander papir vnd reyß darauf zwo kreutz linien zů rechten wincklen/vnd in der mitt da sie sich durch einander schliessen/da setz den puncten des augs/das stet hie an stat der forigen vier augen/zů disem puncten des augs müsen alle höhe/nideren/tieffen vnd preyten auf peden seyten gepracht vnd gesetzt werden/die dy forigen streym linien anzeygen.

Darumb nym zwen cirkel zů deinem messen von minder yrrikeyt wegen/den einen brauch zů dem aufrechten grund/den anderen zů dem nider gedruckten.

Nun nym den cirkel den du brauchen wild zů dem aufgezognen grund/vñ setz jn mit dem einen fues auf die forgemacht lini der superficien in das aug das da gehört zů dem aufgezognen grund/vñ mit dem anderen fues setz jn auf der obgedachten lini in die streym linien die da auß dem weyteren aug in den puncten des liechtz.o.gezogen ist/vnd behalt dise höch.

Darnach nym den anderen cirkel/vnd setz jn auf der superficien oder durchsichtigē lini in das ander aug das da gehört zů dem nider gedruckten grund/vnd den anderen fues setz wider auf der durchsichtigen lini in die streym lini/die da auß dem weyteren vnderen aug in den puncte des liechtz.p.gezogen ist/also trag dise zwen puncten mit den zweyen cirkelen zůsamenn zů deiner nachfolgetten kreutz lini wie hoch der punct.o.ob dem aug ste/so gibt dir der ander cirkel wie weyt der punct.p.auf der seyten stet/dise zwen puncten kumen in einen puncten den zeychen dann mit den zweyen pustaben.o.p.wo du jn hin setzt. Also thů jm mit allen streym linien die da auf der durchsichtigen lini durch streychen/vnd nym wie for gemelt alle jr höch vnd nideren von dem öberen aug mit dem ersten cirkel/des gleychen thů jm mit dem anderen cirkel auf der durchsichtigen lini bey dem vnderen aug/nym alle preyten von den durchstreycheten streym linien wie weyt sie von dē aug auf der seytē sten/die trag dañ all zů dem aug deiner kreutz lini/so fallen albeg die zwen puncte die auf der durchsichtigenn lini genumen werden pey peden augen des aufgezognen vnd nider gedruckten grundes in einen puncten/wie hoch nider oder weyt sie auf einer seyten sten sollen/die bezeychen dann wo sie hin fallen albeg mit jren pusta ben oder zifferen/vnd wo jch von der durchsichtigen lini rede/da verste albeg die superficien die zů negst bey den gründen aufrechten gezogen ist.

Darnach zeuch die gemachtē puncten mit gestrackten linien zůsamen/so sichst du was darauß wirt/vnd auß disen dingen erferst du wo alle eck eins yetlichen dings sten soll/auch die da von dem aug nit gesehen mügen werdē/das ist ist hie mit plintryssen angezeygt. Wie jch das hernach pey seiner kreutz lini eygentlich hab aufgerissen/aber dargegē vber hab jch solichs allein was gesehē wirt aufgerissen/vnd den schatten ein wenig mit der schraffirung angezeygt dich darnach zů richten/diß ist der reche grund des abstelens was zů der malerey gehört.



Now that you have the preceding explanation before your eyes and have understood it, take another sheet of paper and draw two lines which cross at right angles on it. At the point where they cross, indicate an eye, which here takes the place of the four eyes used in the preceding drawing. All levels, on both sides, whether high or low, deep or wide, will have to be placed according to and related to this point of sight like the rays in the preceding drawing.

Take therefore, to avoid errors, two compasses, and use one for the ground plan and the other for the projected rendering.

Now take the compass which you intend to use for the projected rendering and place one of its legs on the eye of the line in the preceding drawing which denotes the transparent pane belonging to the projected cube, and the other leg on the ray which connects the more distant eye with the source of light *o*. Keep this opening of the compass.

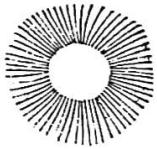
Then take the second compass and place its one leg on the other eye on the line denoting the transparent pane, but belonging to the ground plan, and the other leg, again on this line of the transparent pane, where it meets the ray connecting the lower eye to the source of light *p*. Now transfer these two distances by means of the two compasses to the following crossed lines. However high point *o* is placed above the eye, the second compass will show you how far to the side point *p* will be placed. These two points coincide in this drawing and their point of coincidence is therefore marked with both letters *o* and *p*. Follow this method for all the rays which pass through the transparent pane, using the first compass for those related to the upper eye, and the second compass for those related to the lower eye. Transfer all the distances from the eyes to the transparent pane to the eye of the crossed lines, and all points from the projected as well as the ground renderings will be combined and coincide by numbers and letters to the proper height or width.

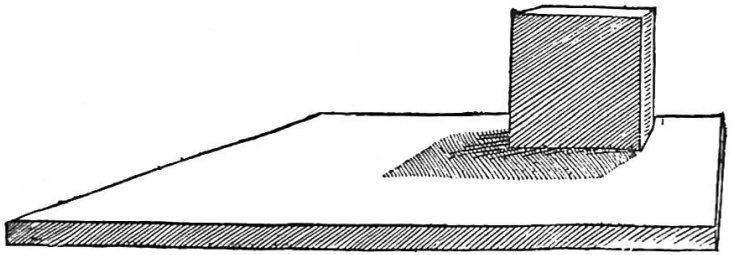
Then connect all the indicated points by straight lines and you will see the result. It will show you where the corners of the object to be painted are to be placed. Whatever cannot be seen by the eye is here indicated by blind lines [*lines of construction*]. I have drawn this next to the crossed lines below, in order to show what will happen and then how it will look without the lines of construction, where I indicate the shadow by some cross-hatching. This is the proper basis for the rendering of objects in painting [in proper perspective].

light

fig. 57

Dürer's recommendation of the use two compasses hints that he experimented a great deal with this method (cf. Staigmüller 1891, p. 44).





HErnach wil jch durch ein anderen vnd neheren weg/gleych das for beschriben ding abgestol len/in das gemel pringen. Durch ein solichen weg.

Jch leg vber zwerch ein lini in der leng der forigen. e. f. g. h. des forderen aufgezognen grundes/die da an stat einer gefierten ebnen ist/vnd setz ein nahet aug auf der seyten ob der lini/wie dann das for auf dem puncten des augs der kreutz linien stet pey dem for beschriben ding.

So das gemacht ist/als dann zeuch jch auß disem aug zwo gerad lini an pede ort der nider gelegten lini. e. f. g. h. die machen vnden zwey eck/vnd der fierung sind drey seyten gemacht die jch viereckeet abstelen will. Nun must du die hinder seyten wissen zů machen/wie hoch sie vbersich steygt/dz sind also. Stell ein ander aug auf die seytē in der weyte wie dz bey dem for beschribnē grund stet/aber gleych in der höch wie das neher aug. Auß disem aug zeuch zwo gerad linien an bede ort der fürgelegten linien. Darnach reyß ein aufrechte lini. aa. bb. die das forder eck an rürt/wo dann dise aufrecht lini abschneydt die lang streym lini die auß dem weyterem aug in den spitzigen winckel zogen ist/in den puncten setz. cc. Auß disem puncten. cc. zeuch ein zwerch par lini durch die zwo streym linien die da auß dem nahetten aug auf die zwey vnderen ort der zwerch lini der fierung zogen sind. Wo dann die streym linien durch schniden werden/da machen sie zwey eck/also ist dise gefierte ebne recht abgestolen/gleych wie die for gemacht/darumb pezeychen auch jr vier eck mit den vier pustabē. e. f. g. h. wie hie foren im ersten gethan ist. Diß hab jch hienach also aufgerissen/ee jch weyter gee.

fig. 58

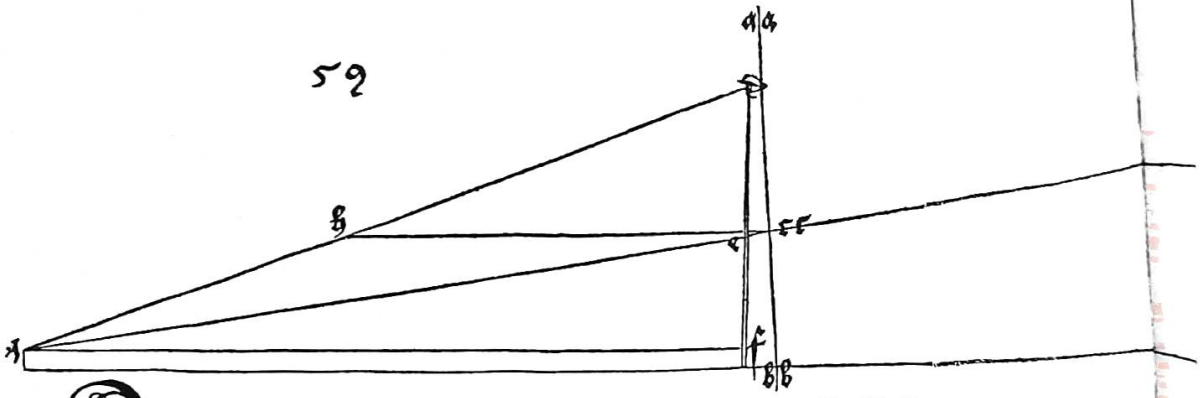
A SHORTCUT METHOD OF PERSPECTIVE

In what follows I shall describe a second and shorter method of bringing the aforementioned object into a painting in the proper perspective. This is the method:

I draw a horizontal line equal in length to the preceding lines *efgh* of the projected rendering, which here represents a quadrangular surface. Then I place the near point of sight on the side above the line in the same manner as for the two crossed lines.

Once this is done, I draw two straight lines from the eye to both ends of the line *efgh*. This will result in the forming of three sides and the two bottom corners of the quadrangle which I show here in perspective with four corners. Now I will have to know how to do the side in the rear, and how high it is to be. I proceed as follows. I place a second eye at a point more distant, as in the earlier construction, but here I place it on the same level as the near eye. I draw two straight lines from this [second] eye to both ends of the existing lines. Then I erect a vertical line *aa bb* which touches the forward corner. Where this line crosses the long ray emanating from the distant eye to the acute angle, I mark *cc*. From this point *cc* I draw a horizontal line parallel to the base through the two rays which connect the near eye with the two ends of the bottom line. The points where these two rays are traversed denote two corners, and in this manner the quadrangular plane is rendered properly in perspective, as in the preceding method. Therefore, I also mark its corners with the four letters *efgh*, as before. Before preceding further, I have drawn this below.

59

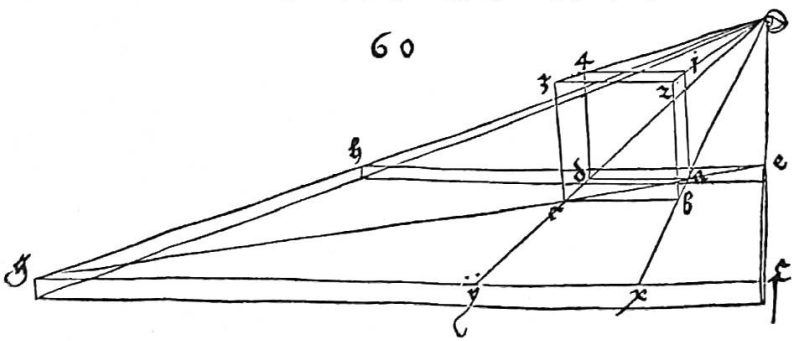


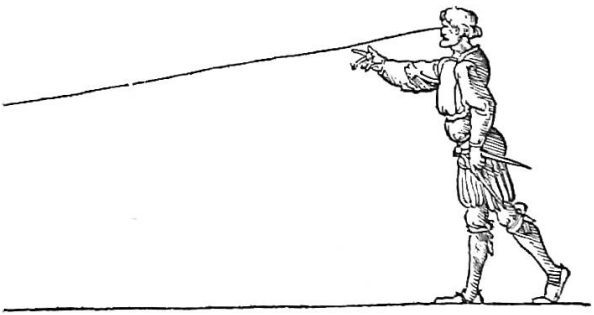
SO nun diser gefiert planus abgestolen fertig ist/als dann stell den würffel darauf an sein stat zů gleycher weyß wie er dann hie foren auf seim abgestolen plano stet. Das zů machen find also.

Nym die leng von einer seyten des würffels im foderen nider gedruckten grund/vnd setz die mit zweyen puncten.x.y.auf die vnderen zwerch lini.f.g.deiner ytzigen abgestolnen fierung/in der weyten von dem eck.f. so weyt sie stett im forderen nider gedruckten grund/von der seyten des gefierten plano.e.f. Darnach zeuch zwo streym lini auß dem aug ut die zwen puncten.x.y. zwischen dise zwo lini muß der würffel mit seiner vnderen fierung hinden auf disen planum gestelt werden. Aber wie weyt hinderfich/das such also so du in dem forderen nider gedrucktenn grund ein ortstrich.e.g.reyßt/so wirt auch diser ortstrich ein ortstrich im nider gedrucktenn grund des würffels sein/dann dise lini get durch seine zwey eck.1/a.vnd.3/c.Nun so das ist/so zeuch auch ein ort lini.e.g.in deinem ytzigem abgestolnem feld/wo dann dise durch schneyd die zwo streym lini.x.y.da setz auf der lini.x.ein.a. vnnd auf der lini.y.ein.c.Darnach zeuch zwo zwerch lini auß den puncten.a.c.wo dañ die zwerch lini.a.durch schneydet die streym lini.y.da setz ein.d. Aber wo durchschneyd an die zwerch lini.c. die streym lini.x. da setz ein.b. also stet der gefiert planus vnden an dē würffel mit sein vier ecken recht auf den gefiertē abgestolnen plano. e.f.g.h. wie da foren in dem anderen.

Nun zeuch auß den vier ecken.a.b.c.d. vbersich vier aufrecht lini/vnd die forderen zwo zeuch so hoch vbersich als lang da ist die zwerch lini. b. c. vñ zeuch obē in for gemelter höhe ein zwerch lini von einer lini zů der anderen/vnd setz in die selben zwey eck ob dem.b.die ziffer.2.vnd ob dem.c.die ziffer.3.Darnach zeuch zwo streym linien auß dem aug in die zwey eck.2.3.wo sie dann abschneyden.a.d.da setz ob dem.a.die ziffer.1.vnd ob dem.d.setz.4.Also ist der würffel recht gemacht/wie in dem forigen abgestolnem grund.Wie ich dann das hienach also hab auf gerissen.Ee ich weyter ge.

60





Now, after this quadrangular base has been shown in perspective, I place a cube on it in the same manner as in the earlier rendering. [i.e., in *fig. 58*]. Proceed as follows:

Take the length of one side of the cube on the near side of the ground plan and mark it off with two points *x* and *y* on the lower horizontal line *fg*. It should be as far from point *f* as it is from the line *ef* in the earlier ground plan. Then draw two rays from the eye to *x* and *y*. The bottom quadrangle of the cube must be placed between these two lines in the back. The distance to the back is determined by a line *eg* which passes through the two corners 1*a* and 3*c* in the previous diagram. For this reason, you will also draw this line in the present diagram, and where it crosses the two rays *x* and *y*, mark point *a* on *x* and point *c* on *y*. Now draw two horizontal lines from points *a* and *c*, and where the horizontal line *a* crosses ray *y*, mark *d*. And where the horizontal line *c* crosses *x*, mark point *b*. Now the quadrangular base of the cube is properly situated with its four corners on the perspectively rendered base *efgh*, exactly as in the earlier method.

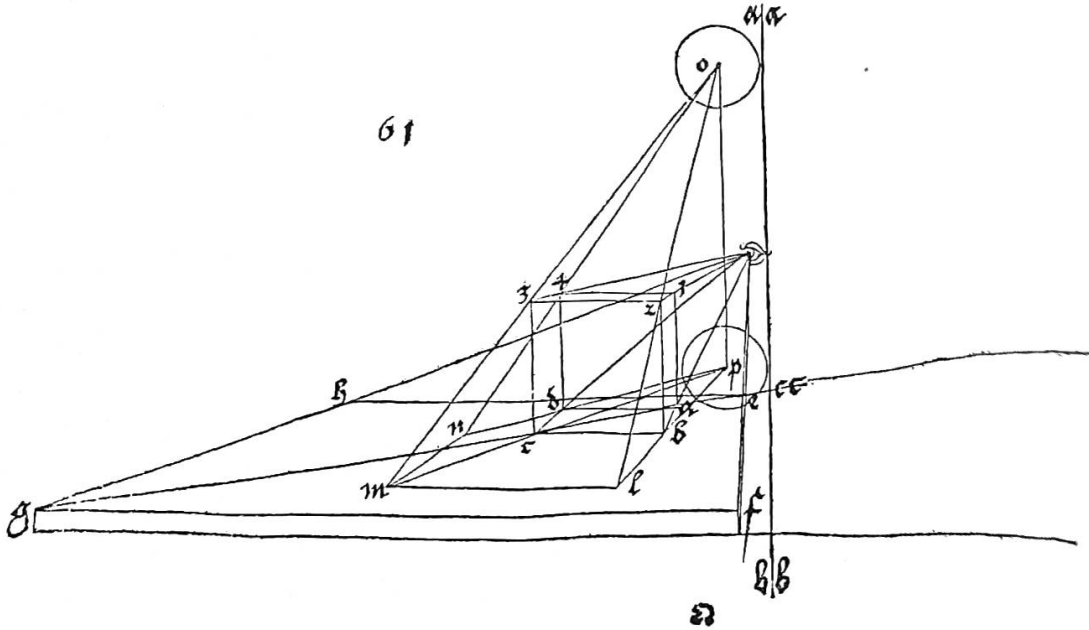
Now erect four vertical lines from the four corners *abcd*. The height of the forward lines should equal the length of the horizontal line *bc*. Draw a horizontal line at that height from one line to the other and mark the two corners above *b* with the numeral 2, and above *c* with the numeral 3. Next, draw two rays from the eye to the corners 2 and 3, and where they cross line *a* and *d*, mark numeral 1 above the *a*, and numeral 4 above the *d*. This completes the proper construction of the cube in perspective, like the one constructed earlier by a different method. Before I continue, I have drawn a diagram of it below.

fig. 60

SO nun der würffel abgestolen auf sein gefierten abgestolnen feld stet vnd gemacht ist/als dann stell das liecht vnd mach den schatten von dem würffel auf sein planum. Aber das zů finden dem thů also.

Stell das liecht ob dem aug in die höch auf weliche seytē du wilt/diß liecht sey.o.aber ich stell es gleych an die stat wie es forn beschriben ist. So nun das gestelt ist dann zeuch auß dem punctim. o. ein aufrechte lini vnder sich herab / darauf gehört zůsetzen ein punct. p. da pey das vnder liecht verstanden wirt. Ist nun sach das ich das liecht ferr setzen will so setz ich den puncten.o.auf der lini die vom.o. her ab gezogen ist dester höher. So ich aber das liecht neher haben will so ruck ich den puncten.p.dest ferrer herab. Aber hie will ich es angefert in der weyten setzen/wie es forn stet. So nun diß zwen puncte des liechts.o.p.gemacht sind.Als dann zeuch gerad streym lini auß dem liecht.o.durch die drey oberen eck des würffels.2.3.4.vñ laß die radios fürab streychen. Darnach reyß aber gerad linien auß dem puncten. p. durch die vnderen drey eck des würffels. b.c.d. wo dann dise drey streym linien die oberen drey streym linien des liechts.o.abschneyden da setz drey puncten. l.m.n. Darnach zeuch mit geraden linien zůsamen.b.l.vnd.l.m.vnd.m.n.vnd.n.d. Also ist der schatten des würffels recht gemacht in seim abstelen/wie im forderen beschriben. Vnnd das klerlich zů sehen hab ich all ding hie nach mit seiner zůgehörung aufgerissen/darin wirst du gleych das forig finden.

Hab auch darnach sunderlich was zům gemel pleyben sol allein aufgerissen vnd geschraffirt solichs dest pas zůuersten.

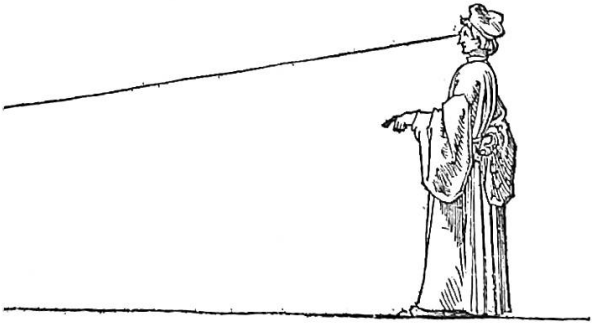


Now that the cube has been rendered in proper perspective on its base, shine a light on it and draw the shadow the cube casts on its base. To determine this, proceed as follows:

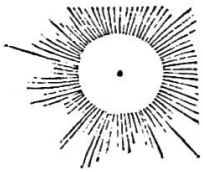
Place the source of light above the level of the eye on whichever side you prefer, and mark this source of light *o*. Here I will place it in the same spot as before. After you have done this, drop a vertical line from *o* down to a point *p* which denotes the reflecting surface below the source of the light. If the light is to be moved, I will move the source of light higher up along this vertical line. If I wish to move the light closer, I move point *p* further down. But here I have chosen the same distance as in the earlier construction. Now that the two points *o* and *p* have been established, draw straight rays from *p* through the three upper corners of the cube 2, 3, and 4, and on down to the base. Then draw straight lines from *p* through the lower three corners *b, c,* and *d* of the cube, and where these three lines cut off the three rays emanating from the source of light *o,* mark three points *l, m,* and *n*. Then connect *bl* with *lm,* and *mn* with *nd.* This will give you the shadow of the cube in proper perspective, as before. So that you can see this clearly, I have drawn it below with all the details, and you will see that the result is the same as before.

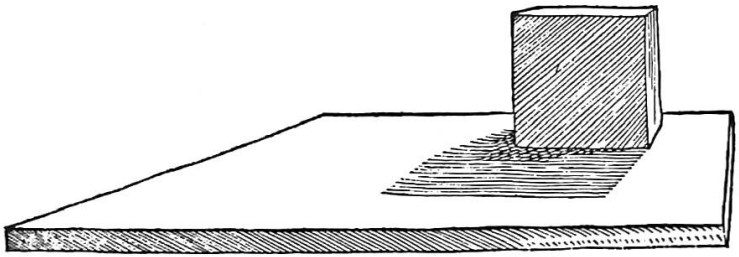
I have also drawn what will appear in the painting without the lines of construction, and I have shaded it, so that you will understand it better.

fig. 61



For the preparatory drawing of the scholar, see p. 442.





ZV gleycher weyß wie ich den cubus in ein abgestolen gemel gebracht hab/also mag man alle corpora die man in grund legen vnd außziehen kan / durch söliche weg in ein gemel pringen.

Hernach will ich vnderweyssen /wie man ein yetlich ding das man sihet/ vnd nit fast weyt stet durch drey feden messen/vnd dardurch in ein gemel pringen mag.

Ein anders will ich leren was man sicht wie man das mag durchzeychnen

WIlt du durch zeychnen was du for dir sihest / so rüst for einen geschickten zeug darzů / nemlich also.

Faß ein reyn flach glas in ein gefierte ram / darnach mach ein pret so preyt als die ram ist/ aber lenger / vnd beschlag die glas ram mit zweyen panden / vnnd nagel pede pant auf der anderen seyten der gelenck innen an das pret / also das die ram vnd das pret daran auf vnnd zů můg than werden wie ein pret spil / auf das man das glas auf das pret so man will nider můg legen zů behaltē. Darnach schlag auf beden seytē mitten in dz pret zwey klöblein mitt eysnen stenglen die sich gelencken lassen/vñ mach die so lang dz sie die ram des glases erreychen/ so du die von dem pret zů gleychen winckelen auf hebest/ vnd mach formen die stenglen flach vnd ein loch dardurch/vñ schlag ein hecklein darhinder das vmb gee / darnach schlag in die glas ram zů peden seyten da die flech der stenglein hin reychen zwey klöblein / so du dañ die stenglein daran legst vnd die hecklein für thůst so stet die ram fest/ darnach mach ein gefiert vberlengt holtz lenger dann das pret preyt ist / das nym auf einer seyten auß so preyt das pret ist / vnd das dz gefiert holtz zů peden seyten mit seiner gentze für das pret gee/vnd zwing diß holtz also in dem außgenumen zwerchs auf das pret/ auf das man es hin vnd wider gegen dem glas vñ darfan schiebē můg/diß vier ecket holtz so auf dē pret ligt nim in der mitt oben nach lengs viereckết holl auß / aber nit gar biß an die örter / aber durch die zwey örter por zwey runde löcher / dardurch stos ein lange schraufen/aber dise schraufen soll in den rundē löcheren nit geschrauft sein/allein darzwischen / nůn mach ein ander holtz der halben ram hoch / das zepf vnden gerecht in die gefierten nuet des zwerch holtz / vñ das der vberschus zů beden seytē an dem aufrechten holtz auf dem zwerchē plat auflige/auf das/dz aufrecht holtz winckelrecht hin vnd her zwerchs geschoben můg werden/vnd

fig. 62

One can render other solids in perspective in the same manner as I have done with the cube by first drawing the ground plan and projection of each solid, and then using a similar method to render them suitable for use in paintings.

Later on I will show how to render suitable for use in paintings anything that can be seen, and that is not too far distant, by measuring it with three threads.

FIRST PERSPECTIVE APPARATUS

Here I will teach another way of tracing an object.

If you wish to trace what you see before you, you can construct an apparatus for this purpose as follows:

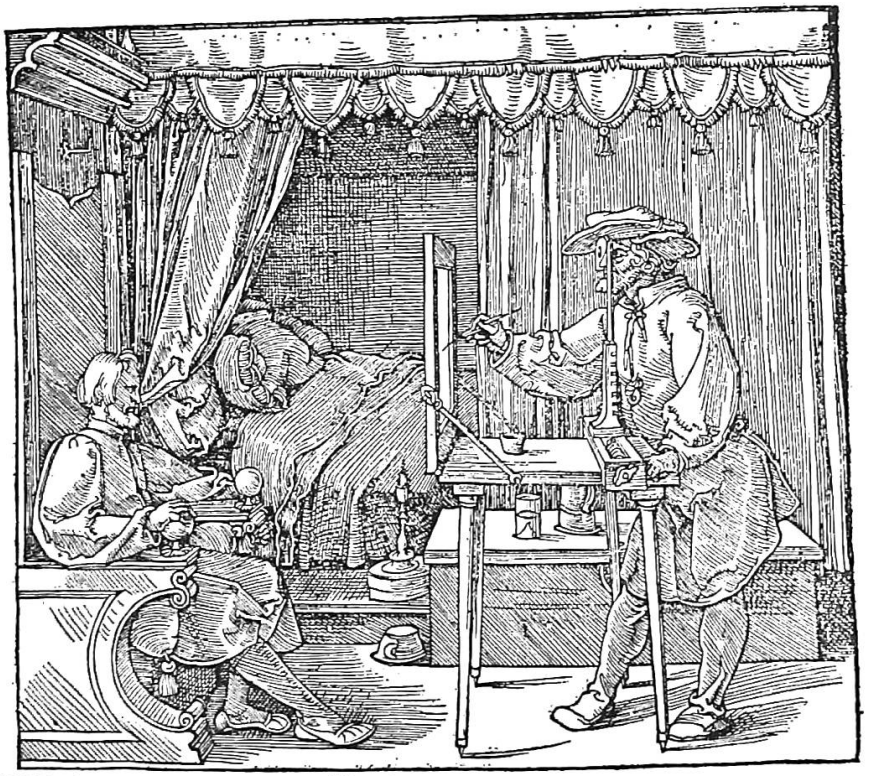
Place a clean flat pane of glass into a quadrangular frame. Then take a board of the same width as the frame, but longer. Hinge the frame to it as for a board game, so that you can fold the frame down to the board if you wish. Then attach two lugs at the midpoints of the board's sides, and attach iron links to them which can move freely and can reach the glass frame at equal angles on both sides. Form hooks at the end of the two links which can be locked into two lugs on the sides of the frame. Next, take a four-cornered length of wood, longer than the width of the board, and groove it so that it will slide horizontally on the board, closer or farther away from the frame. Now cut a square slot along the entire length of the sliding piece, sparing its ends, but drill a round hole through each of the ends. Then insert a long screw through these holes, but do not screw it into them. Now cut another wooden piece to half the frame's height, with a tongue on the bottom, so that it will fit into the slot of the horizontal piece, and so that the ledges on the bottom of the vertical piece slide on the horizontal one. The vertical piece can therefore be moved to and fro at right angles to the horizontal one.

por vnden in das ein zepft aufrecht holtz ein rund loch / vnnd mach ein schraufen mütterlein / in weli
che die for gemelt lang schraufen gerecht sey / darnach steck die schraufen mit dem forderen teyl auf ei-
ner seyten des zwerch holtz zů dem runden loch hinein / vnnd schrauf sie durch das mütterlein des auf-
rechten holtz piß wider zů dem anderen loch hinauß / also magst du mit diser schraufen das aufrecht
holtz gewiß hin vnd her zihen auf weliche seyten du wilt. Darnach por mitten durch dz aufrecht holtz
nach lengs ein rund loch / vnd schneyd das holtz auf einer seyten ein wenig auß / vnnd auf einer sey-
ten des selben offnen schnittes schneyd vill kleyner kerblein darein / darnach mach ein gedreten stab
der recht in das geport loch sey / vnd mach zů vnderst ein zenlein daran / vnnd stoß das rund holtz in
das egemelt geport loch / also das dz zenlein in den ofnen schnit des aufrechtē holtz hinab ge / vnd so oft
du diß rund holtz vmb einen grad erhebest vnd stet wilt behalten / so oft scheub sein zenlein in ein kerb-
lein / also magst du disen stab hoch oder nider ziehen / vnnd oben an disen stab mach ein klein dünn ge-
schicktes pretlein vnd por ein loch dardurch / auf das du darauß mit einem aug dest gewisser durch dz
glas sehen mügest in der ram / was du dann dardurch sihest das verzeychen mit einem pensel auß ei-
nem glaser lot auf das glas / darnach zeychen das selb auf das ding darauf du malen wilt. Sölichs
ist gůt all dennen die yemand wöllen ab Conterfeten / vnd die jrer sach nit gewiß sind / so du dann der
massen einen wild abmachen / so leyn jm das haubt an / auf das er stet vnuerrückt halt biß das du all
notstrich tuest / so das geschehen ist dann magst du dich der farben gebrauchen / aber du must ein stet
liecht suchen.

Item so du dem obgemelten pret darauf das glas gemacht ist vnden zwo zwerch leysten an nagelst /
vnd zwey löcher in yetliche porest / vnd dann den gedretē stab darein steckest / die vnden eysnen steft ha
ben / dz alles recht in ein ander verfüget / magst du dich als eines tisch zů disem ding füglich gebrauch
en / diß alles mag zerlegt werden / auf das es leychtlich zů tragen vñ mit zůhandelen sey. Solichs hab
ich hernach auf gerissen.

Drill a round hole into the lug on the bottom of the vertical piece and insert a nut into it which corresponds to the long screw. Now insert the long screw through the side of the horizontal piece and screw it into the nut that is embedded in the vertical piece until the screw reaches the other end of the horizontal piece. From now on you will be able to move the vertical piece to and fro by means of this screw. Now drill a round hole down the middle of the vertical piece and cut a narrow slot on one side of it. On this same side, cut many small notches. Then insert a round rod through the top of the vertical piece so that it fits snugly. Affix a lug to the bottom of this rod so that it will protrude through the narrow slot and can be retained by the notches at any desired height. At the top of this rod attach a small thin board and drill a hole through it, so that you can look through it at the frame with one eye. Now draw whatever you wish to paint on the pane of the glass. This is very suitable for portraiture—especially for those [painters] who are not sure of themselves. If you wish to use this method to paint a portrait, let the subject rest his head so that he will not move it until all the needful strokes are completed. After that has been accomplished you may also use color, but you must be sure to have a steady light.

If you nail two horizontal strips of wood to this board to which the glass is hinged, and drill two holes in each, you can insert into these holes four round rods with iron fittings which will convert the apparatus into a table. This can then be easily taken apart, so that it can be carried and taken along. I have drawn this below.



Ein andre meynung.

DVrch drey feden magst du ein yetlich ding das du mit erzeychen kanst in ein gemel bringen/ auf ein dafel zůuerzeychnen/dem thů also.

Pist du in einem sal so schlag ein grosse nadel mit einem weyten ór die darzů gemacht ist in ein wand/vnd setz das für ein aug/dardurch zeuch einen starcken faden/vnd henck vnden ein pley gewicht daran/darnach setz einen tisch oder tafel so weyt von dem nadel ór darinn der faden ist alß du wilt/darauf stell stet ein auffrechte ram zwerchs gegen dem nadel ór hoch oder nider auf weliche seyten du wilt/die ein türlein hab das man auf vnd zů můg than/diß thürlein sey dein tafel darauf du malen wilt. Darnach nagel zwen feden die als lang sind als die auffrecht ram lang vnd preyt ist oben vnd mitten in die ram/vnd den anderen auf einer seyten auch mitten in die ram vnd laß sie hangen. Darnach mach ein eysnen langen steft der zů forderst am spitz ein nadel ór hab/dareyn feden den langen faden der durch das nadel ór an der wand gezogen ist/vnd far mit der nadel vnnd langen faden durch die ram hinauß/vnd gib sie einem anderen in die hand/vnd wart du der anderen zweyer feden die an der ram hangen. Nůn brauch diß also/leg ein lauten oder was dir sunst gefelt so ferr von der ram als du wilt/vnd das sie vnuerruckt peleyb so lang du jr bedarfst/vnd laß deinen gesellen die nadel mit dem faden hinauß strecken/auf die nöttigisten puncte der lautten/vnd so oft er auf einem still helt vnnd den langen faden anstreckt/so schlag alweg die zwen feden an der ram kreutzweyß gestrackes an den langen faden/vnd kleb sie zů peden orten mit einem wachs an die ram/vnd heyß deinen gesellen seinen langen faden nach lassen. Darnach schlag die türlein zů vnnd zeychen den selben puncten da die feden kreutzweyß vber einander gen auf die tafel/darnach thů das türlein wider auf vnd thů

fig. 63
The First Perspective Apparatus

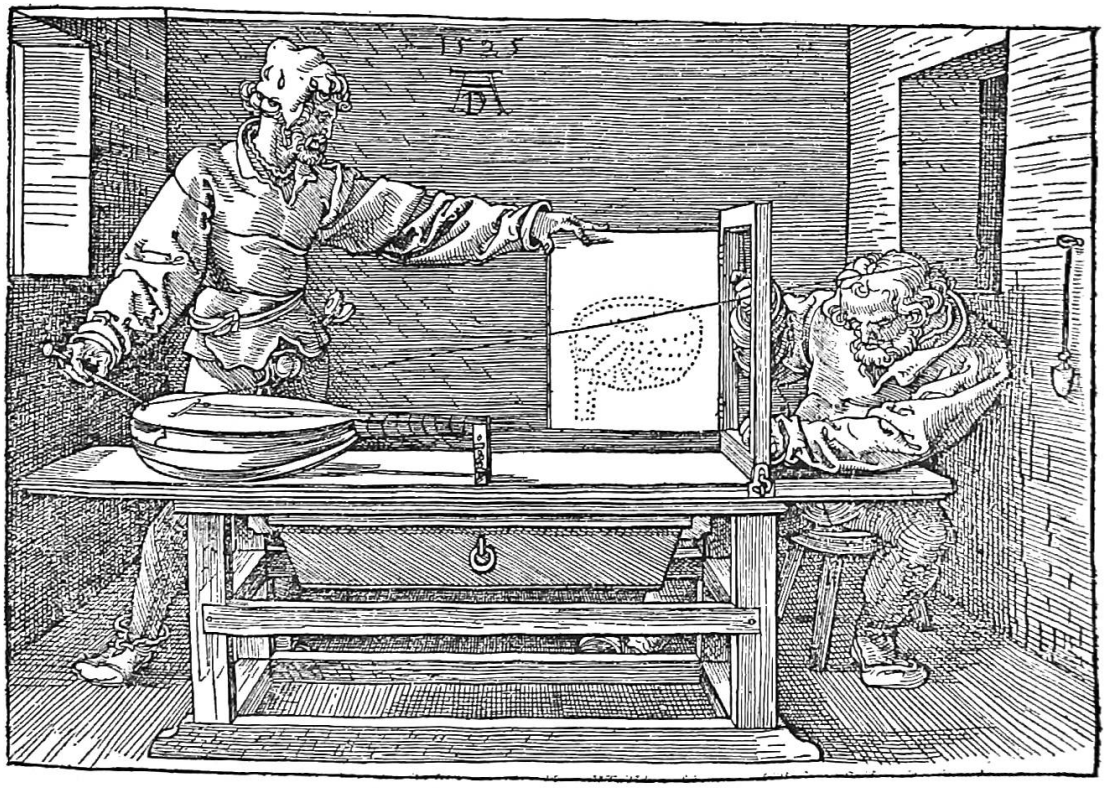
SECOND PERSPECTIVE APPARATUS

A second method.
You can render anything within reach in correct perspective by means of three threads and draw it on a tablet as follows:

If you are in a large chamber, hammer a large needle with a wide eye into the wall. It will denote the near point of sight. Then thread it with a strong thread, weighted with a piece of lead. Now place a table as far from the needle as you wish and place a vertical frame on it, parallel to the wall to which the needle is attached, but as high or low as you wish, and on whatever side you wish. This frame should have a door hinged to it which will serve as your tablet for painting. Now nail two threads to the top and middle of the frame. These should be as long, respectively, as the frame's width and length, and they should be left hanging. Next, prepare a long iron pointer with a needle's eye at its other end, and attach it to the long thread which leads through the needle that is attached to the wall. Hand this pointer to another person, while you attend to the threads which are attached to the frame. Now proceed as follows. Place a lute or another object to your liking as far from the frame as you wish, but so that it will not move while you are using it. Have your assistant then move the pointer from point to point on the lute, and as often as he rests in one place and stretches the long thread, move the two threads attached to the frame crosswise and in straight lines to confine the long thread. Then stick their ends with wax to the frame, and ask your assistant to relax the tension of the long thread. Next close the door of the frame and mark the spot where the threads cross on the tablet. After this, open the door again and continue

For preparatory drawings for fig. 63, *see Appendix, pp. 461–62.*

mit einem anderen puncten aber also piß das du die gantzen lauten gar an die tafel puncterst / dann zeuch all puncten die auf der tafel von der lauten worden sind mit linien zůsamē/so sichst du was darauß wirt/also magst du ander ding auch abzeychnen. Dise meynung hab ich hernach aufgerissen.



Vnd damit günstiger lieber Herr will ich meinem schreyben end geben / vnd so mir Got genad verleycht die bücher so ich von menschlicher proporcion vñ anderen darzů gehörend geschryben hab mit der zeyt in druck pringen/vnd darpey meniglich gewarnet haben/ob sich yemand vnderstein wurd mir diß außgangen büchlein wider nach zů drucken /das ich das selb auch wider drucken will / vñ außlassen geen mit meren vnd grösserem zůsatz dañ ietz beschehen ist/darnach mag sich ein yetlicher richtē/Got dem Herren sey lob vnd eer ewiglich.

N iij

Gedruckt zů Nüremberg.
Im. 1525. Jar.

with another point, moving from point to point until the entire lute has been scanned and its points have been transferred to the tablet. Then connect all the points on the tablet and you will see the result. You can use this method for drawing other things. I have drawn this device below.

fig. 64
The Second Perspective Apparatus
Man Drawing a Lute

And with this, dear gracious Sir, I shall end my writing, and by the grace of God I shall eventually also publish my books on human proportion and related matters about which I have written. At the same time, I wish to earnestly warn anyone not to copy this book I have published because I intend to print it again and publish it with several substantial additions to what is written here. Let everyone be guided by this. Praise to the Lord and honor in eternity.

Printed in Nuremberg
in the year 1525

Wie wol jch müglichen fleyß hab an gekert/das dise büchlein recht vnd wol corregirt auß geen möchten/noch dann haben sich durch die auß ziehung vnd wider eynsetzung der pustaben/ auch die eyl etlich yrtum in worten vnd dem verstand zügetragen/der nötigsten auß den selben will jch eyns teyls hiemit anzeygen/dz ander wirt ein yetlicher verstendiger selb wol wissen zů corregiren.

Jm. B. am fünften plat an der zehenden zeyl liß für/durchschneyden/durchschnitten.

Jm. E. am anderen plat an der anderen seyten an der achten zeyl liß für/rechten/gleychen.

Jm. E. am vierten plat in der fünftzeheten figur im ersten cirkel soll. d. e. mit einer lini zůsamen gezogen werden.

Es sollen auch im obgemelten plat die pustaben in der sechtzeheten figur die jr schrift anzeyget hinzů gesetzt werden.

Jm. F. am dritten plat ist die sechs vnd zweyntzigst figur versetzt/soll die hinder zů foderst steen.

Jm. F. am vierten plat an der zeheten zeyl liß für das letzte wort/corporen/figuren.

Jm. J. am anderen plat an der vierten zeyl laß die wort/hundert vnd eyn vnd viertzig aussen vnd liß darfür/vnd sechtzig.

Jm. J. am letzten plat an der dreyzeheten zeyl liß für das letzt wort/vnterteylen/ anderteyl.

Jm. K. die ander zeyl laß vngelesen dann sie ist vnrecht gesetzt vnd vbrig

Jm. N. am fünften plat vnder der. 43. figur in der anderen zeyl stet/manicherley/dar für liß/vilerley.

Es ist auch in der obgemelten figur in der ciffer das hinder herfür gesetzt.

Jm. P ij. an d' fünftzehetē zeyl liß form in der zeyl für die zwey wort/formen gemels/den ferren gemeß.

Jm. P. am letzten plat an der anderen seyten an der fünftzehetē zeyl liß für die zwey wörter/schneyd an/schneydet.

Keyserliche freyheit wirt in dem nechsten büchlein der Proporcion so jch zů drucken for hab eyngeleybet wirt.

Although I have been most diligent to watch that these books were properly and well corrected before publication, because of the distribution and reimposition of type, and because of the hurried execution, some errors in words and meanings did occur. I will list the most important ones below. The others can be easily corrected by understanding readers themselves.

. . . . . .

The Imperial Copyright will be included in the next book concerned with Proportion which I intend to publish.

Part II

Edition of 1538

Vnderweysung der Messung/ mit dem Zirckel vnd richtscheyt/

in Linien Ebnen vñ gantzen Corporen/ durch Albrecht Dürer zusamen gezogen/ vñ durch jn selbs (als er noch auff erden war) an vil orten gebessert/ in sonderheyt mit. xxij. figurē gemert/ die selbigen auch mit eygner handt auffgerissen/ wie es denn eyn yder werckman erkeñen wirdt/ Nun aber zu nutz allen kunst liebhabenden in truck geben.

1538

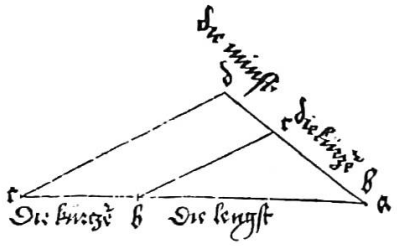
A Manual of Measurement
of Lines, Planes, and Solids
by Means of Compass and Ruler
Assembled by Albrecht Dürer
Revised by Himself While
He Was Still Alive and Expanded
by Thirty-Two Figures Which Were
All Drawn by Himself As Any
Artisan Will Recognize, and
Now Again Published for the
Use of All Who Love Art

1 5 3 8

AD

vnd zeuch dañ von der geneigten lini aus dem punckten.c.in den punckten.b.auff die zwerchen eyn gerade lini/ disse ortlini macht eyn driangel.a.b.c/Aber die vorgemelt kützer lini.b.c.die mit jrem end b.am.a.steet laß follent gerad hinauß streichen/so weit du der dürffen wiedest/ Darnach zeuch eyn gemesse barlini geden der ortlini.b.c.aus dem punckten.c. der zwerchlini/ wo dann disse ortlini die fürstreichent leynent lini.b.c.durchschneidet/da setz eyn.d.so wirdet die lini.c.d.eyn vergleichliche lini gegen den zweyen fürgebnen linien.a.b.c.vnd doch die minst/ vnd helt sich eben gegen der mittlern wie sich die mittler gegen der grössern helt/ Dann die zwu barlini.c.d.vnd .b.c. teylen vergleichlich diselinien/diß ist fast eyn nutzlich ding zu wissen vnd zu vill dingen breuchlich.

50



NOch eyn ander meynung etlich vergleichlich linien gegen eynander zu finden/die such also/reiß eyn zwerchlini/darauff stell zwu/eyn lange vñ kurtze bede aufrecht linien zu gleichen winckeln/ in zimlicher weyten neben eynander/ Die lenger sey oben.a.vnden.b.aber die kürtzer sey oben/c/vnden/d/ darnach leg eyn richtscheit auff /a/ c/vnd reiß eyn lini vom/a/biß vnden durch die zwerchlini dahin setz eyn/x/Nachfolget so vill du linien zwischen den zweyen auffrechten / a/ b/ vnd c.d.proporcionales finnden wilt/ so vill punckten setz auff die lini.a.b. also das sie auff jr gleich weite felder machen/solcher punckten wöl wir in der folgeten figur drey auff die lini.a.b. setzen mit den zifsen bezeychet.1.2.3.aus disen punckten zeuch gerade linien in den pünckten.x.darnach reiß eyn ortlini.b.c. wo dann diser ortstrich die linien die aus den punckten .1.2.3. in den punckten .x. gezogen sind durchschneidet / durch die selben punckten zeuch drey auffrecht linien/ also das sie paralel sind/ mit den zweyen auffrechten a.b.vñ.c.d.vnd bezeychen die nechst aufrecht lini bey .a. b.oben mit eynem.e.vnd vnden.f.die ander darnach oben.g.vnden.h. die dritt vnd nechst bey .c. d.oben .i. vnden l.also halten sich dise linien alle vergleichlich gegen eynander/durch dise figur ist auch vill zu machen/die sichstu hernach auffgerissen.

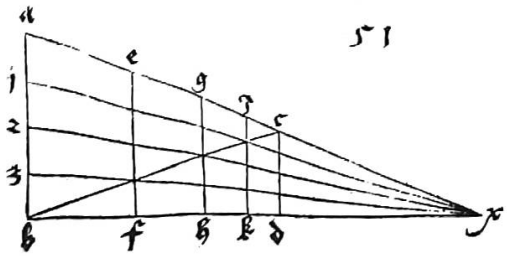


fig. 50

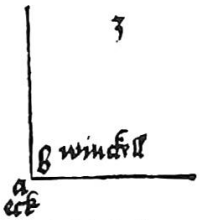
DETERMINATION OF PROPORTIONAL LINES

There is yet another method of determining lines which are proportional to each other. Draw a horizontal line and erect on it two vertical lines at right angles, one longer and one shorter, but placed a distance apart. Mark the longer one *a* on top and *b* on the bottom, and the shorter one *c* on top and *d* on the bottom. Then place a ruler on points *ac* and draw a line extending down to the horizontal line and mark that point *x*. Thereafter, place as many points on line *ab* as you wish to determine proportional lines between lines *ab* and *cd*. These points should be spaced equally apart. In the figure below we shall place three such points on the line *ab* and mark them 1, 2, and 3. Then draw straight lines from these points to point *x*. Now draw a diagonal from *b* to *c* and where this diagonal crosses the lines emanating from points 1, 2, and 3, erect vertical lines which are parallel to the vertical lines *ab* and *cd*. Mark the line closest to *ab e* at the top and *f* at the bottom; the second one *g* on top and *h* on the bottom; and third, which is next to *cd*, *i* on top and *k* on the bottom. Then all these lines will be proportional to each other. This figure can be utilized in many ways and is shown below.

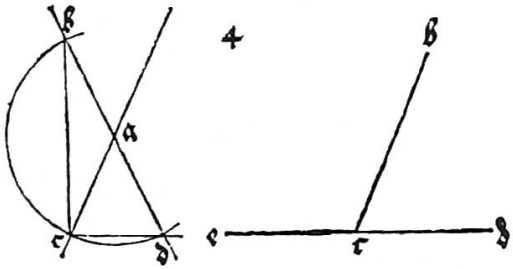
fig. 51

Cf. p. 129. Staigmüller provides the mathematical proof for this method (1891, p. 22).

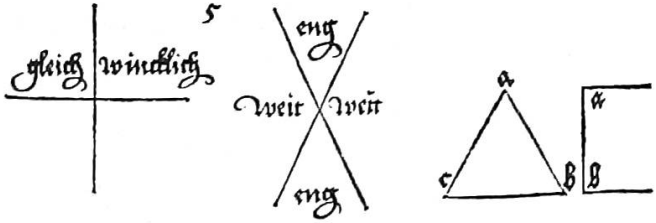
Aber ee das ich die figuren anheb zu machen / will ich vor ein wenig vō den winckln reden / Erstlich soll man mercken / das ein winckel vnd ein eck gleich linien haben / Aber die vnderschid des winckels vñ eckes / im werck ist diser / Wañ du aussen auf die scherpf sichst so heist es ein eck / sichstu aber jnnen in die tieffe / so heyst es eyn winckel / das hab ich vnden aufgerissen / zum eck außwendig gesetzt eyn.a. vnd in winckel eyn.b.



Man soll auch mercken das dreyerley winckel vñ eck sind / eyn rechter winckel vñ eck / eyn weiter winckel vnd stumpf eck / eyn enger winckel vnd spitzig eck / die werden leichtich also gemacht / Erstlich zu dem rechtē winckel / reiß zwo gerad linie / ongeferlich creutzweiß vber einander / vñ in dem punckten da sie an eynander abschneiden / setz eyn.a. vñ setz ein zirckel mit dem ein fuß in das .a. vñ mit dē andern reiß durch drey örter der gestrackten linien / vñ wo sie abgeschnitten werden / da setz.b.c.d. vnd zeuch.b.c. vnnd.c.d. mit geraden linien zusamen / so ist.b.c.d ein rechter winckelhacken / Darnach zeuch die lini.d.e lenger hin auß biß an das end.e. vnd neyg die aufrecht lini mit dem end.b. gegen dem.d. so begeben sich zweyerley winckel / eyn enger zwischen.b.c.d. vnd eyn weytter zwischen b.c.e. dañ was eim teyl genumen / wirdet dem andern zugelegt / diß hab ich vnden auffgerissen.



Man soll auch wissen / wenn zwo gerad linien / durch eynander creutzweiß gleich gezogen werden / so geben sie vier recht winckel / werden sie aber vngleich durch einander gezogen / so werden zweyerley winckel / alweg die gegen eynander vber steen die sind gleich an eynander / sie sind weit oder eng / Es ist zu mercken das drey winckell eines rechten triangels.a.b.c. halten so vill innen als zwen recht winckel einer fierung.a.b. wie das vnden auffgerissen ist.



Diese dreyerley winckel mügen auch mit krumen linien gezogen werden / außgebogen als wen zwen zirckel durch einander gend / oder eingebogen hol / als wenn zwu kugel aussen in einem punckt an ein ander anrürē / so machen sie zwen solch winckel / es ist auch die endrung in kleinen vñ grossen zirkelrissen / die man im winckel zusamen zeucht / Es werden auch winckel gezogen mit zir-

fig. 3

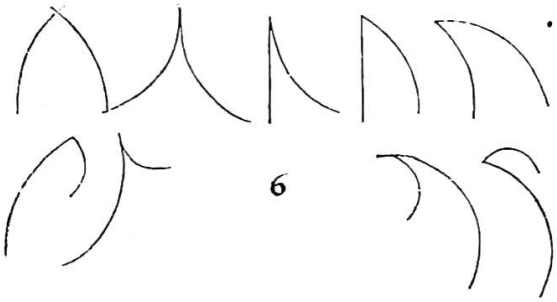
fig. 4

One should also know that if two straight lines cross at equal angles, four right angles will be formed. But if they cross at unequal angles, the opposite angles will be equal, whether wide or acute. It must be noted that the three angles of the equilateral triangle *abc* are equal in sum to the two right angles of a quadrangle *ab,* as shown in the figure below.

fig. 5

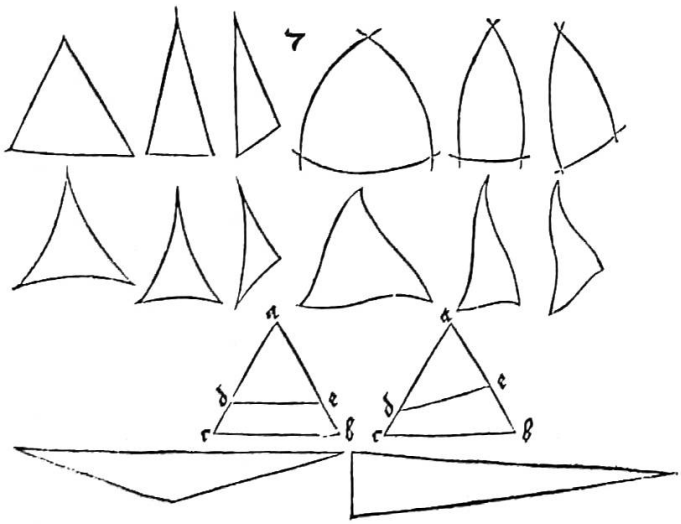
Cf. p. 137.

klissen in eynander / die eyn form gewinnen wie die eber zeen / die mügen mit gleichen zirkellinien oder vngleichen gezogen werden / Darnach sind winckel zumachen / auß geraden vnd krumen linien / ein vnd auß gebogen solcher winckell hab ich eyns teyls hie vnden auffgerissen.



6

WEyter ist wissenlich das keyn ebne minder dann mit dreyen geraden linien mag vmzogen werden / Dañ aufs wenigst schliessen drey gerade linien ein drecket figur / der driangel aber vō geraden linien / sind dreyerley art / der erst ist von dreien gleichen seitten / der hat drey gleiche eck oder winckel / der ander ist von zweyen gleichen / vnd von eyner vngleichen seitten / hat zwen gleich vnd ein vngleichen winckel / Der drit driangel / hat drey vngleich seitten / vñ drei vngleich winckel / Man sol wissen so man einen rechten driangel. a. b. c. die zwu seitten / a / b / vnnd / a / c / mit eyner paralel lini gegen der seitten / c / b / abschneidet / so bleybet der driangel / a / d / e / gleich so wol eyn rechter driangel als / a / b / c / vnd ist kein vnderschid zwischen jnen / dañ die grösse vnd kleyne dañ jre winckel sind all gleich aneynander So du aber die seitten des rechten driangels / a / b / vnnd / a / c / mit eyner schlemen lini / d / e / abschneidest / so wirdet der driangel / a / d / e / vngleich / Solch mancherley driangel / mügen auch mit krumen linien gezogen werden / auß oder einwartz gebogen / oder durch schlangē linien / Es mügen auch figuren gemacht werden / die den driangeln gleich sehen / da keyn scharff eck an ist / sonder alle ding gend muglet darinn / solch figur mügen auch mit zirkellinien oder schlangen weiß gezogen werden wie ich das vnden hab auffgerissen.



E 2

fig. 6

OF SURFACES

It is common knowledge that no surface can be circumscribed with fewer than three straight lines. At the least, three lines will enclose a triangle. There are three kinds of triangles formed by straight lines: first, one with three equal sides which has three equal angles or corners; second, with two equal and one unequal side which has two equal angles and one unequal one. The third triangle is formed by three unequal sides and three unequal angles. One should know that if the two sides *ab* and *ac* of an equilateral triangle are cut off by a line parallel to the line *cb,* the remaining triangle *ade* will still remain equilateral and it will not be different from the triangle *abc* except in size, but all the angles will correspond. If, however, you cut off the sides *ab* and *ac* by means of an oblique line *de,* the resulting triangle *ade* will have unequal sides. Various triangles can also be constructed with curves—convex, concave, or serpentine in form. It is also possible to draw figures which resemble triangles but lack sharp corners, formed by arcs or serpentine lines, as in the diagram below.

fig. 7

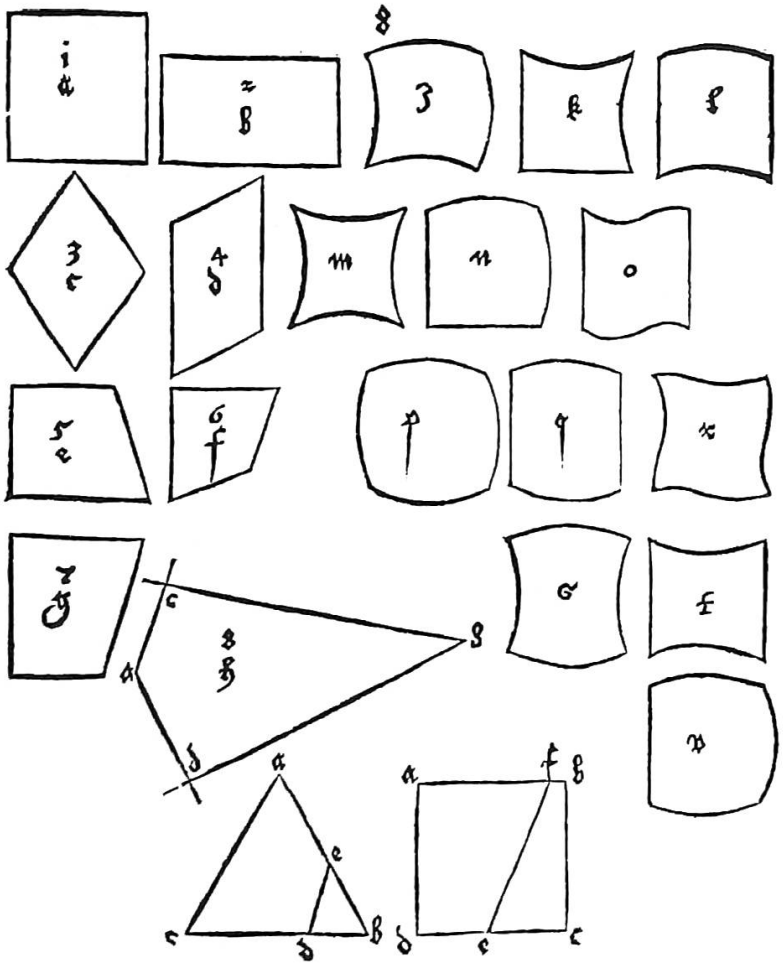
Cf. p. 139.

Weyter ist zu mercken so vier linien/die alle eyn leng haben/ zu rechten wincklen/an einander gesetzt werden/ so machen sie eyn rechte firung die sey/a/Darnach sind ander geflert figuren aber nit alle gleich seittig/ jnemlich ist eyne die hat vier recht winckel/ vnnd die zwu seitten gegen eynander vber/sind lenger dann die andern zwu / dise firung sey.b. Die drit vierung hat vier gleiche seitten/vnd wirdt rautens weiß gezogen/gewint zweyerley eck/vnd die gegen einander vber stend/sind gleich aneinander/ dise firung sey.c. Die viert firung/ist auch ein rauten/aber mit zweyen langen seitten gegen eyander vber/ vnnd die andern zwo sind kurtz dise firung sey/d/ Die fünfft firung hat zwey rechte eck/ zwo gleiche seitten/ eines quadratz / vnnd zwey vngleiche eck/ vnd zwu vngleich seitten / da auch in den vngleichen seitten eyne lenger dann die ander ist/ dise fierung sey.e.Die sechst firung hat eyn rechten winckel/zwu recht quadratisch gleich seitten / vnd zwu vngleich/ doch ist der selben eyne so lang als die ander / die mag man lenger oder kürtzer machen/ dann die rechten gleichen seitten sind/ vnd hat zwen eng vnd eyn weitten winckel/dise fierung sey .f Aber ist ein fierung eins rechten winckels/drier gleichen seitten /vnd dreyer vngleicher winckel/ dise firung sey.g. Darnach ist ein firung zu zihen /ob man wil/ von vier vngleichen wincklen vnd seitten/ dise fierung sey.h. Aber zu beweisen das die firung.h.zu machen sey wie oben angezeygt/so mach ein weitten winckel.a.vnd dargegen eyn engern winckel.b.vnd schleuß auß jren seitten zwey eck.c.d.doch also das all seitten vngleich an einander werden/ so begibt sich wie.a / b. vngleich an einander sind das auch.c.d.vngleich werden vnd keins dem andern gleich ist.

Man mag zwu fierung von vngleichen seitten zihen/da die eyne zwey gleiche eck eynes rechten triangels hat/ vnd die ander zwey gleiche eck eyes rechten quadratz /als so du machest eyn rechten driangel/a.b.c.vnd schneidest das eck.b.mit eyner schlemen lini.d.e. ab/so wirdet eyn firung/a/e/d/c/ vō vngleichen seitten/ vnd bleiben die zwey eck/a/c/rechte driangle eck/ /d/e/sind vngleich/ Also mach auch eyn rechtes quadrat.a.b.c.d.vnd schneid die zwey eck.b/c/mit eyner schlemen lini/ e/ f/ hinweg/ so bleyben/a/d/ recht wincklich/ aber/e/f /vngleich/ Der gleichen fierung mügen mancherley weiß gezogen werden/ als mit krumen linien/auß oder eingebogen/ damit vil dings zu messen ist/ wie ich das nach folget mancherley weiß zu zihen in der verwegßlung hab auffgerissen / in ordnung des /a/ b/ c/ nach eynander berzeichet.

. . . It is marked *h*. In order to prove that such a figure can be constructed, draw a wide angle *a* and opposite it an acute angle *b*. Then extend their respective sides until they cross at points *c* and *d*. All sides of this figure will be unequal if *a* and *b* are unequal in their relationship. Accordingly, *c* and *d* will also be unequal, and none of the sides will be equal to another.

Cf. p. 140. This text refers to fig. 8 *on the following page.*

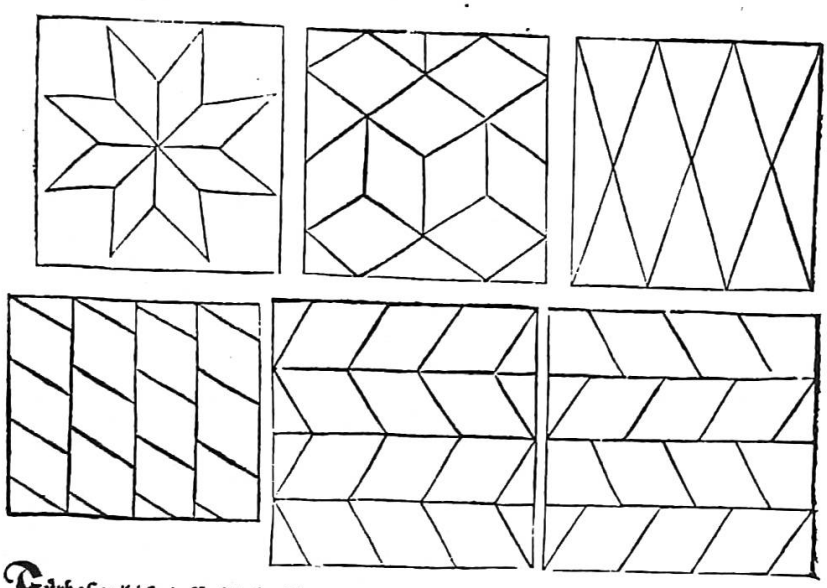


TVn will ich anzeygen wie man auff eyner ebnen gleich ecket figuren/ gerad oder vngerad als da sind/drey/fier/fünff/sechs ecket figuren/ ꝛc. soll machen. Erstlich mach eyn sechßecket figur wie das die der zirkel vnuerruckt selbs gibt/ Setz eyn zirkel mit dem eyn fuß/ in Centrum. a. vñ reiß mit dem andern eyn runden riß gros oder kleyn wie du jn haben wilt/ so du dann den zirkel mit dem ein fuß in den runden riß stelst· vnd dritteſt mit beden füssen im zirckelriß herumb/ so werden. 6 punckten die bezeichen mit ziffern. 1. 2. 3. ꝛc. Darnach zeuch die punckten. 1. 2. vnd. 2/3. vnnd. 3. 4. ꝛc.

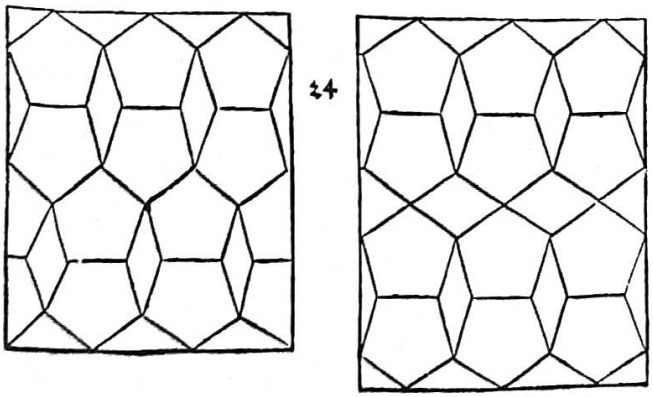
E 3

fig. 8

Cf. p. 141.



Fürbaß wil jch ein fünf/sechs/siben/vñ ein acht eck/ytlichs sunderlich zusamen setzē/doch eines anders dañ/das ander. Zu eynē muster setz zum ersten/drey fünf eck mit jren seitten/auf eyn zwerchlini/also das sie mit jren ecken aneynander anrüren/ Darnach setz vnden hregegen/aber drey fünfeck mit jren seitten an die oberen/die auch mit jren ecken an eynander an rüren/so werdē zwischen denn funff ecken/ablang rauten firung/also mach das noch eyn mal/vnnd stoß alweg solcher zwen teyl/den eynen mit seinen ecken in des andern winckel/das ist dye erst meynung/vnnd die geneuest zusamen setzung der fünffeck. Darnach mach die zwey zusamen gesetzten teyl der fünfeck/wie vor/vnd setz sie darnach mit jren ecken zusamen/also das eyn ytlich fünfeck mit eyner seiten vnd dreien ecken/ vier ander fünffeck anrür/so werden zwischen den fünefecken zweyerley rauten firung/neben do die seitten an eynander stossen enge/vnd zwischen den ecken weitter/das ist so weit zu brauchen als man will. Zum fünften setz die fünfeck also aneynader. Erstlich mach eyn fünfeck vnd setz eyn geich messig fünffeck an ytliche seitten/ darnach setz an die selben fünf/fünfeck/an eyn ytliche suderlich an jr zwo seitten zwey andre fünfeck/so werden zwischen den fünfecken fünf schmal rauten firung/ Darnach stoß fünfeck in die winckel zu rings herum/die do worden sind/also das sie mit jren ecken die schmal rautten firungen an rüren/also thu im für vnd für/ so weit du wildt/ Du magst auch fünf rosen von den fünffecken zusamen setzen/ die all an eynander anrüren/vnd darnach vmb kerrt /an eynander henckem so offt du willt/vnnd das felt darneben außfüllen war mit du wilt/ solchs alles ist hernach auffgerissen.



24

fig. 23a (expanded)

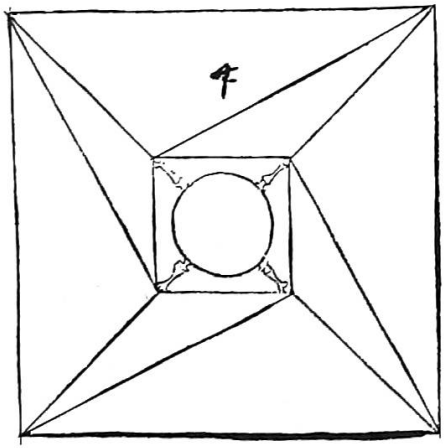
No change in text

fig. 24

Cf. p. 160.

So ich von mit den seulen hab angefangen/will ich eyn wenig weitter dar von schreiben Gar mancherley weiß mügen die seulen gemacht werden/vnd nach dem sie tragen sollen so vil müssen sie stercker sein Etlich machen den seulen füß vnd haubter / aber eyntelys machen nur pfeiler die aus dem grundt stechen / vnnd in der höch teylt man jhre theyl auß zu den pögen der gewelb/ oder man lest den pfeiler für streichen / vnd besunder zird der bögen darein laufsen /wie sich dann das begibt das etwan eyn stab in eym holkelen/ vnd eyn widerwerdigs durch das ander schleust/ wer dem recht thut/ sicht es frembd vnd wercklich/wie das die künstreichen bawleut wol wissen/in solche pfeiler mag auch mancherley verkerung der holkelen siebe vnd fasen ecke vnd winckel gebraucht werden, Aber dise ding müssen im grund ordenlich auffgerissen vnd darnach aufgezogen werden. Es mügen vier pfeiler gegen eynander gesetzt werden eyner größ/ vnd eyn ytlicher sein sunder zird im grund haben/ so die auffgezogen vnnd auß der pfeiler teyl eyn gewelbgeschlossen wirdt / sicht das gar wunderlich / wer aber mer lieb zu gleichen dingen hat der gebrauch sich des seins gefallens. Nach dem aber vil sind die grosse lieb haben zu seltzamen reychungen in den gewelben zu schliessen/von wolstandes wegen/ den wil ich vnden eyne oder zwu auffreissen/ ob die ymandt gefelt der mag sich jrer gebrauchen. Auch will ich etlich gründ zu den pfeilern machen vnd auffreissen.

Des gleichen etliche vberschiessete gesims die man vnden zu den pfeillern braucht/ hoch oder nider ob dem estrich. In dem hab eyn ytlicher selb auff die recht maß acht dann solten alle ding nach der leng auffgeschriben werden / würd diß büchlein gar zu lang. Vnd welche gründ mit eynfachen rissen zogen sind die söllen doch vnden in jren anfengen in rechter maß beleibet vnd verleistet werden wie das die auffgerisnen gesims hernach anzeygen/ man mag auch die pfeiler von allerley ecken machen vnd zird darein bringen wie man will.



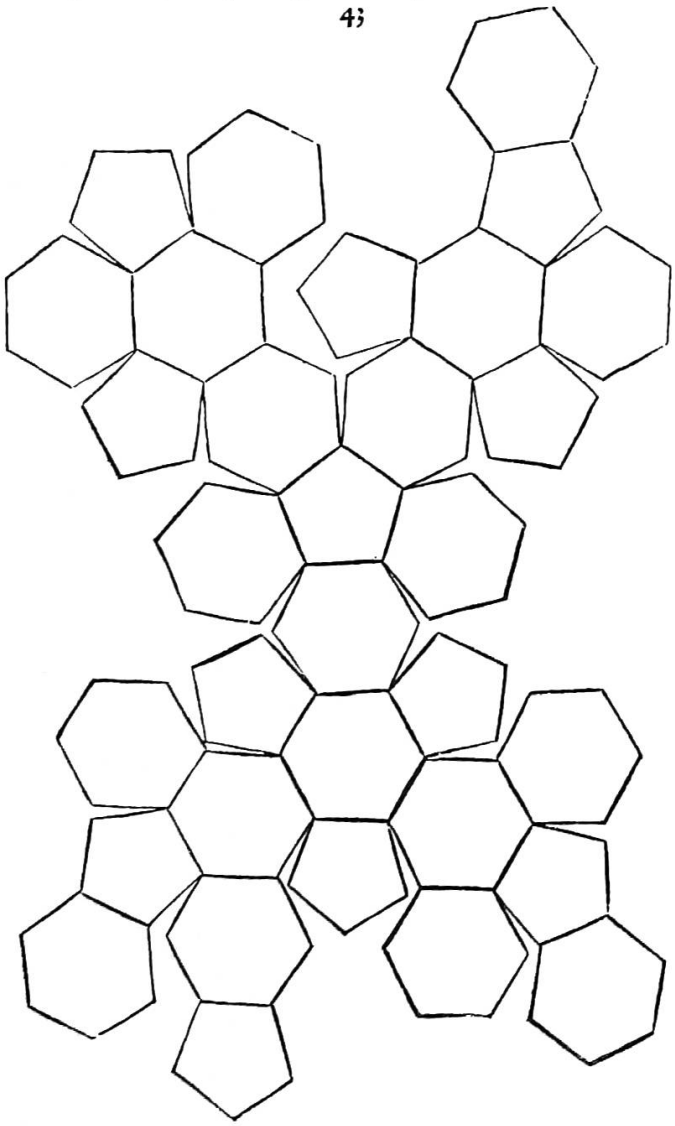
No textual change.

fig. 4 (altered)

Cf. p. 190.

Jn anders das mach auß zweintzig sechsecketer flachen feldern/gleichseitig vnd wincklich/ so man darzu thut zwölf fünfecketer flacher felder/ so die gleichseittig gegen den sechsecketen felden sind/ vnnd in jnen selbs auch gleich wincklich vnd ordenlich an eynander gesetzt werden/wie ich das offen im plano hernach hab aufgerissen/ So man dann das alles zusamen schleust/ so würt ein corpus daraus/ das gewinnet zwey vnd sechtzig ecke/ vnnd neüntzig scharpfer seitten/ dis Corpus rüret in einer holen kugeln mit allen seinen ecken an.

43



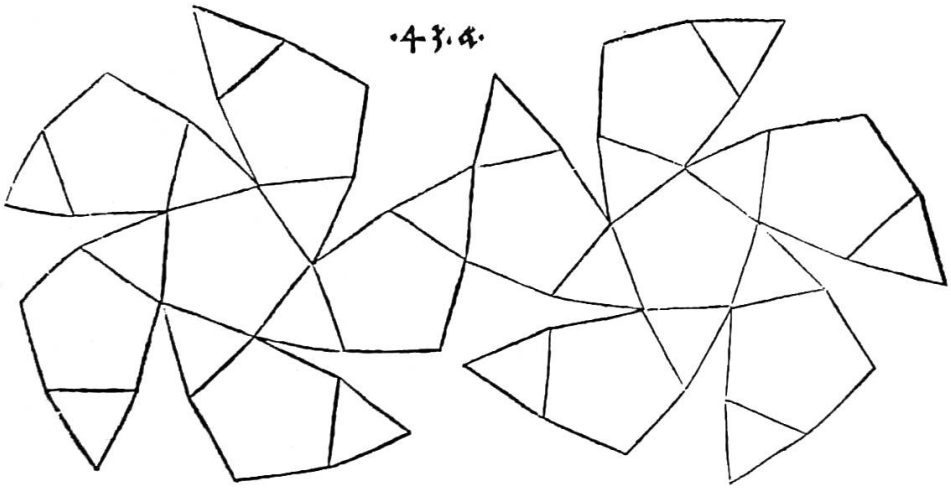
TRUNCATED ICOSAHEDRON

Yet another figure is made from twenty hexagons of equal sides and angles and twelve pentagons having sides equal in size to those of the hexagons. The angles of the pentagons also being of uniform size. The folding pattern in the proper arrangement is pictured below. If it is folded the resulting solid will have sixty-two corners and ninety edges and all its corners will touch the surface of a hollow sphere in which it is placed.

fig. 43

This construction follows the one pictured on p. 344.

Ein anders Corpus mach aus zwölff fünfecketen flachen feldern/ vnd zweintzig triangleter ebnen feld/ alle von gleichen seitten/ vnnd das ein itlichs felt gleiche eck in im selbs hab/ So du die alle zusamen legest darauß würd ein Corpus von dreissig ecken vnd sechtzig scharpfer seitten wie das hernach offen im plano ist auffgerissen/ dis Corpus rüert auch in einer holen kugel mit allen seinen ecken oben an.



So man ein kugel mit zwölf meridian linien zerteylet / vnd sechs paralel linien dardurch zeucht/ vnd alle eck da die linien durch einander streichen punctirt werden/ so dann von puncket zu puncket gerad linien gezogen werden/ vnnd flache felder zwischen den linien gemacht werden/ Daraus wirt ein Corpus das gewinet acht vnd virtzig gefierter feldt/ keyns recht wincklich/ vnd gewinnet vier vnd zweintzig triangliche felder/ ein itlichs mit einem spitzen winckel/ vnd gewindt zwey vñ sechtzig eck/ vnd hundert vnd zwu vnd dreissig scharpfer seitten/ wie ich das hernach in grund gelget vnd aufgezogen fürgerissen hab.

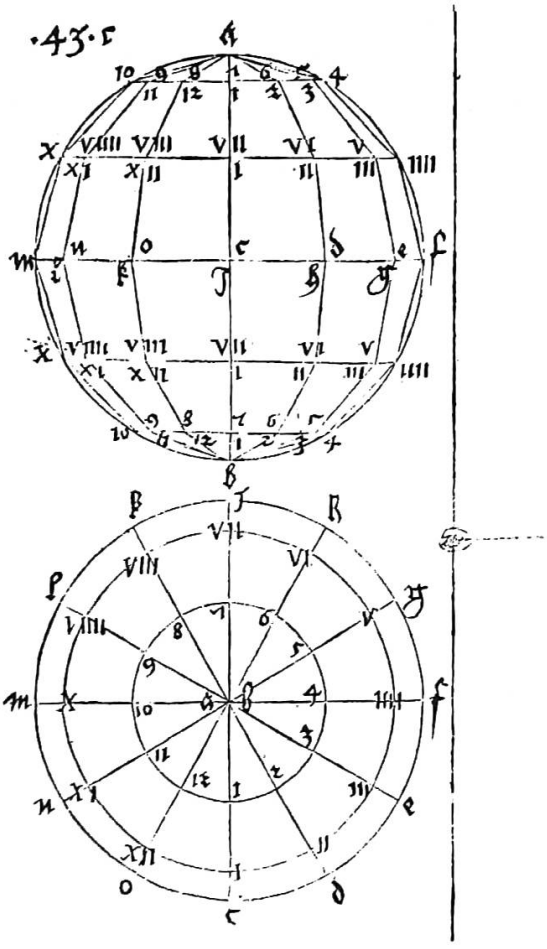
ICOSIDODECAHEDRON

You can construct another solid consisting of twelve pentagons and twenty tri equilateral and having corresponding corners. If folded together the resultan have thirty corners and sixty edges. Its folding pattern is shown in the diagram b the corners of this solid will touch the periphery of a sphere that encloses it.

fig. 43a

POLYHEDRON WITH FORTY-EIGHT QUADRANGULAR AND TWENT TRIANGULAR FACETS

If a sphere is divided by twelve meridians and six lateral lines and all points where th lines cross are connected by straight lines so that flat planes are formed b result in a solid consisting of forty-eight quadrangular—none of which is r and twenty-four triangular facets. Each of the latter will have an acute ang will have sixty-two corners and one hundred-thirty-two edges, as shown below perspective, as well as with its ground plan.



Es ist wol zu wissen wie lang ein zirkellini sey so sie gestreckt vnnd gerad gezogen würdet / das mach also / Nym die leng des Diameters aus der zirkellini / der setz gerad drey an einander dise leng sey. a. b. daran setz ein sibenteyl von der leng des Diameters mit einem punckten. c. so ist. a c. so lanck als die zircellini mechonice / wie das hernach ist aufgerissen.

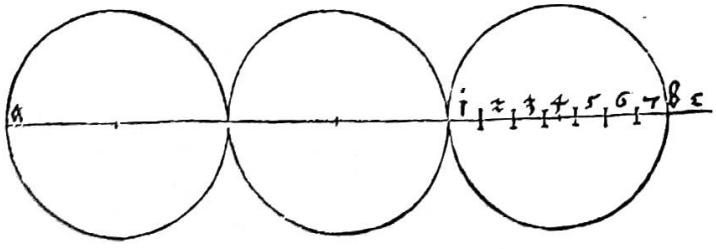


fig. 43c

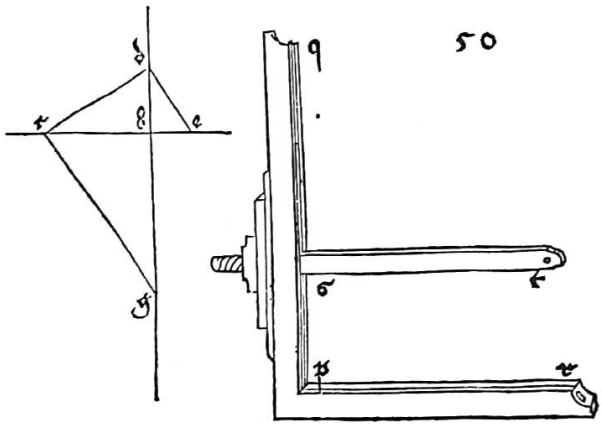
DETERMINING THE CIRCUMFERENCE OF A CIRCLE

It is useful to know how to convert the circumference of a circle into a straight line of equal length. Proceed as follows. Place three lines each equaling the diameter of the circle end to end to form line *ab*, then extend this line by one-seventh of the diameter and mark it point *c*. Then *ac* will equal the circumference of the circle, as achieved by mechanical means, as shown below.

[fig. 43d]

For the preparatory drawing, see Appendix, p. 465.

winckelmes.q.p.lege auf der lini.d.b. da ruck das richtscheyt.t.s. also lang biß das der winckel.s. sey auf der lini.b.d. vnd das richtscheyt.t.s. berür den punckten.e. vnd so das alles geschicht vnnd auf gerissen ist/dañ so wirt.p.r. wie.c.g. vnd.p.s. wie.c.d. vnd.s.t. wie.d.e. vnd auß dem wirt kunt vnd offenbar das die zwen dryangel.g.c.d. vnd.c.d.e. sind gemacht vnnd beschriben wie sie an dem anfang sind für genumen. Wie du das in der folgetten figur sihest auf gerissen.



Noch magst du die egedacht meynung anderst machen ausserhalb des forbeschribnen instrumentz oder winckelmeß/das also die zwo vngleychen fürgegebne linien.a.b.vnd.b.g.sollen in einem rechten winckel.b.zusamen gestossen werden. Darnach beschleuß follent eyn viereckt feld.b.d.des ortstrich sey.a.g.den theyl mit einem punckten.e.in der mitt von einander/ vnd die zwo seiten.d.a.vnnd.d.g erlenger als weyt das not ist. Darnach leg auff den punckten.b.ein richtscheyt.also das es hin vnd her müg geruckt werden/so lang biß es abschneydet.d.h.vnd.d.z.der massen das die lini.c.h.vnd.e.z.geleych lang seiten/vnd das dz richtscheyt auf dem punckten.b.ligent beleyb.das vergwiset der cirkelryß. Nachfolget zeuch ein aufrechte lini.e.t.auf die lini.d.g.also teylet/ e.t/ die lini.d.g/ in zwey gleycheteyl durch die ander propositiõ des sechsten buchs Euclidis/ darauß folget das die recht anglich viereckt figur so gemacht wirt von.d.z.vnnd.z.g.mit dem quadrat der linien.g.t.ist geleych dem quadrat so auß.t.z.gemacht wirt/ Das verste also mach auß.d.z.vnd.z.g ein ablange fierung zu gleichen winckeln. Darnach mach ein rechtz quadrat auß.t.z.so helt das so vil jnnen als die ablang fierung.d.z.vnd.z.g.vnd das jnner so du ein quadrat auß.t.g.gemacht hin zusetzest/vnd ein winckel mit erfüllest wie das hernach auff gerissen ist.

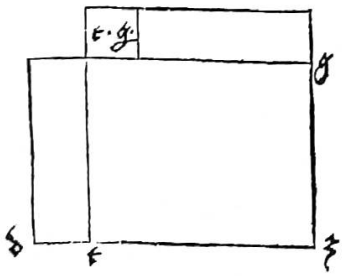


fig. 50

. . . according to Euclid's Book VI, proposition 2. Accordingly, the rectangle with the sides *tz* and *zg* and the square made with the line *gt* are equal in area to a square made from the side *tz*. This is to be understood as follows: Construct an oblong rectangle out of *dz* and *zg*. Then place a proper square on length *tz*. This square will have the same area as the oblong rectangle with sides *dz* and *gz* plus the square *tg*, which completes the figure, as shown in the diagram below.

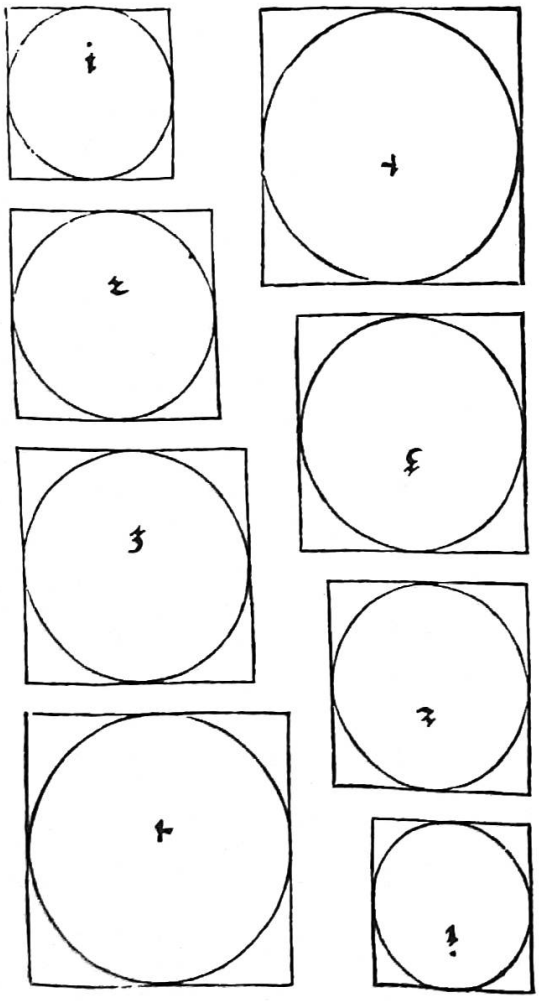
[fig. 50a]

Staigmüller (1891, p. 41) provides the mathematical proof for this construction.

Also magst du auch den für gegebnen cubum dryfachen/dann so oft du zwischen des für gebnen Cubi seiten/vnd der deyfachen erlengeten seiten zwo mittellini erfindest/so du dann wider einen cubum auß der minderen machest / der selb cubus helt sich dryfach gegen dem ersten fürgegebnen/ also mag ein cubus so offt gefilfeltigt werden/ so offt man jm die einen seiten erlengert.

Aber ein exempel zů dem gewicht wil ich herzu setzen also.

So du ein pürsen kugel von einem pfund schwer hast/magst du die stettiglich durch den for angezeygten weg vmb ein pfundt erschweren/ dann die proporcion gibt auch in gleychem metal das gewicht gleych/so du dañ die kugel in einen cubum reyssest/vñ darnach den cubum zwyfach/dryfach/vierfach ergrösserst/vnd dann die kugelen wider in sie alle reissest/so helt sich auch das gewicht so darnach gossen wirt/zwifach/trifach/vierfach gegen einander. Wie ich das hernach hab aufgerissen/das magst du piß auf hundert pfunt füren.



[fig. 51a (revised)]

Cf. p. 364. The text on this page appears on the preceding page in the 1525 edition.

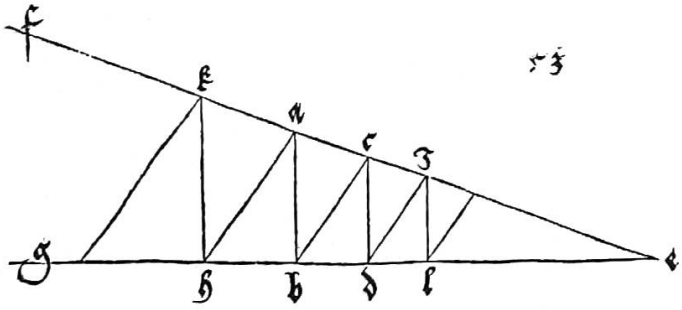
Doch ist ein ander weg.darauß vil Cubos nach einander zu tupliren/tripliren oder zu quadrupliren sind so offt man wili/ auch mag man sie durch solche weg haibiren/ dem ist also zuthan.

Erstlich reyß ein gerade zwerchlini darauf setz mit zweyen linien aufrecht zu gleychen winckeln neben einander zweier Cubis seitten/ die sich tupel oder tripel gegen einander halten. Wir wöllens hie toppel nemen/die lenger sey oben.a.vnden.b.vnnd die kürtzer sey oben.c.vnden.d.Nun leg ein Richtscheit auf.a.c.vnd reiß ein lini so lang du der bedarfst/ vnnd wo dise lini die zwerchlini durch schneydet da setz ein.e.aber fom hinaus setz ein.f.des gleichen setz an die zwerchlini fom ein.g.

So du nun ein lini zu einem Cubo finden wilt/des seiten sich zum cubo.a.b.toppel halt/So reiß erstlich ein ortlini.c.b.als dann reyß zwu parallellinien gegen der lini.c.d. fom vnnd hinden / die eine fom oben herab auß dem punckten .a. auf die zwerch lini. b.g. dahin setz ein.h. die ander auß dem punckten .d. vörsich an die lini .c.e. dohin setz ein.i.darnach reiß zwo aufrecht linien die sich gegen .a.b. vnd.c.d.paralellisch halten die erst auß dem punckten.h. biß an die lini .f.a. dohin setz ein.k. die ander auß dem punckten.i. biß auf die zwerch lini.d.e.dohin setz ein.l.

So man nun ein seiten eines cubus aus der lini.k.h.macht/so helt der selb cubus zwey mal so vill jnen als der cubus des seiten von.a.b.gemacht ist/der ander cubus so aus.i.l.gemacht wirt/helt halb so vill jnen /als der cubus so durch die lini.c.d. gemacht ist/solichs magstu dich hindersich gegen dem .c. oder fürsich gegen.f.g. brauchen/fürsich mert sich der cubus vmb noch als vill/ hindersich aber nymbt er vmbs halbteyl ab.

Item alle dise linien die in diser erfindung gezogen werden sind alle proportzen gegen ein ander/ darumb vergleychen sie sich gegen ein ander/dann eben wie sich die aufrechten linien gegen einander halten/ also halten sich auch die ortlinien gegen einander/auch halten sich geleych gegen einander die linien zwischen.k.a.c.i.deß gleichen/die linien zwischen.h.b.d.l.diß ist alles recht vnd woll von vichen demonstrirt worden/vnd ist behend nützlich vnd gut/dise figur sichstu hernach aufgerissen.



So ich daforen manicherley corpora wie man die mach anzeygt hab/ will ich auch leren so man solliche gemecht anfich wie man die in ein gemel müg pringen/ zu solichem will ich dz schlechtest corpus fürnemen/ als den würffel/ darpey anzeygen das man mit allen cörperen also hindelen mag/auch von liecht vnd schatten etwas zuuersten geben/ vnd eins mit dem anderen zugebrauchen/dann was gesehen soll werden das müß for sein /vnd wirt mit dem aug gesehen/darzu gehört auch ein liecht/dann die finsternuß lest nichts sehen/auch muß ein mittel sein zwischen dem aug vnd dem das man sihet/wie hernach folgt.

ANOTHER METHOD OF MULTIPLYING THE SIZE OF A CUBE

There is yet another way to double, triple, or quadruple cubes consecutively as many times as desired. By the same method they can also be halved. Proceed as follows:

First draw a straight horizontal line and erect on it two vertical lines at right angles to it next to one another to represent the sides of two cubes which are in a proportion to each other of one to two or two to three. In this instance we shall use the proportion one to two. Mark the longer line *a* on top and *b* on the bottom, and the shorter one *c* on top and *d* on the bottom. Now place a ruler on *ac* and extend the line down to a point *e* where this line meets the horizontal line. Mark the opposite end of the oblique line *f*, and the opposite end of the horizontal line *g*.

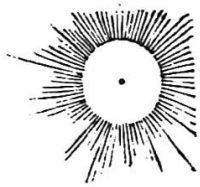
If you now wish to find the side of a cube which is double the size of the cube *ab*, proceed as follows. Draw a diagonal *cb*, and then draw two lines parallel to line *cb* in front of it [to the right of it] and behind it [to the left of it]. Draw the first line from point *a* toward the horizontal line *bg* and mark point *h* where it meets this line; then draw the second one upward from point *d* to the line *ce*, and mark point *i* where it meets *ce*. Then erect two vertical lines, parallel to *ab* and *cd*—the first from point *h* to the line *fa* and marked point *k* where it meets that line, and the second toward point *i* and marked *l* where it meets the bottom horizontal line *ge*.

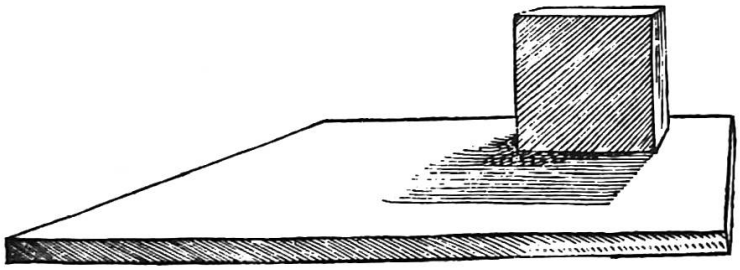
If you then construct a cube with the side *kh*, its volume will be twice that of a cube with the side *ab*. The cube made with the side *il* will have half the volume of a cube made with the side *cd*. You can continue this towards point *e* on the right or towards points *fg* on the left. Toward the left it will double in volume and toward the right it will decrease by halves.

fig. 53

All the lines of this figure are proportional to each other and therefore have definite relationships, because in the same way that the vertical lines are proportional to one another, the oblique lines are also related, and likewise the distances between *k, a, c,* and *i* are proportional to those between *h, b, d,* and *l*. This has been properly proven and demonstrated by many others, and it is good and useful, as shown in the diagram below.

The last paragraph on this page corresponds to the one that appears after fig. 51a *of the 1525 edition.*





Gleicher weyß wie ich den Cubus in ein abgestolen gemel gebracht hab/also mag man alle corpora die man in grund legen vnnd aufzihen kan/ durch solliche weg in ein gemel pringen.

Wenn du in einem abgestolnen planen ein puncten finden wilt/der dir in eyner rechten fierung fürgeben wirdet/ dem must also than/Setz ein rechte fierung.a.b.c.d.also das.a.b.oben zwerchs sey darnach setz die abgestolne fierung.a.b.g.f.oben an die ander/ vñ das aug darzu sey.o. dann setz in die rechte fierung einen punckten .e.wo du hin wilt /darnach reiß in die fierung ein ortstrich.a.c.also reiß auch ein gleichmesigen diameter.b.f.in die abgestolen fierung /darnach reiß aus dem gegebnen puncten.e. eyn parallel lini gegen oder mit der seitten der fierung biß an die zwerchen .a.b.dahin setz ein.h.von dann reiß durch die abgestolen fierung ein gerade lini gegen dem aug.o.biß an die zwerchen.f.g.da setz ein.m.darnach reiß in der rechten fierung/ ein gerade paralellini aus dem puncten .e.biß an den Diameter .a.c. da hin setz .ein.i. von dann far mit einer aufrechten parlini biß an die zwerchen.a b.da hin setz ein.k. von dann reyß zu der abgestolnen fierung gerad gegen dem aug.o.biß an den ortstrich.f.b.da hin setz ein.l.von dann far parallel ob .a.b.zwerchs an die lini.h.m.da hin setz ein.n. Diß ist der gefunden punckt.in der abgestolnen fierung. vnd stet gleych messig in seinem teyl wie der punckt.e. in der vnderen rechten fierung/ Dise figur hab ich nachfolget also auf gerissen.

Vnd zu gleycher weyß ist ein yetlicher für gegebner punckt in einem cubo zu finden. So man dē cubum fur mit zweyen planen durch den für gegebnen punckten.aufrecht vnd zwerchs zerschneydet. dise zwen schnit geben im aufreissen zwo linien so du aber den Cubum in das abgestolen bringest so findet sich der punckt in zwerchen schnit.durch die weyß wie oben angezeygt ist.

fig. 62

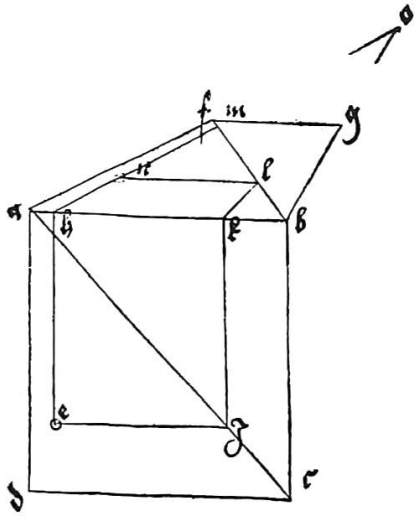
One can render other solids in perspective in the same manner as I have done with the cube, by first drawing the ground plan and projection of each solid. In this way these solids can be made suitable for use in paintings.

DETERMINATION OF A GIVEN POINT IN A PERSPECTIVELY RENDERED OBJECT

If you wish to find a given point in an object which is rendered in perspective, such as a square, proceed as follows. Draw a square *abcd* so that *ab* is the top horizontal line, and extend this proper square on top with another square in foreshortened perspective and mark it *abgf*. Mark the corresponding vanishing point, indicated by an eye, point *o*. Then place a point *e* inside the proper square at a place of your choosing. Next, draw a diagonal *ac* and a corresponding diagonal *bf*, the latter in the foreshortened square. Then erect a vertical line on point *e*, parallel to the side of the square and extending up to line *ab* and mark point *h* at the spot where they meet. From there draw a straight line inside the foreshortened square toward the eye point *o*. Where this line meets line *fg* mark point *m*. Next draw a horizontal line inside the proper square from point *e* to the diagonal *ac*, and at the spot where these lines meet, mark point *i*. From there erect a vertical line, and where it meets line *ab* mark point *k*. Then draw a line from this point inside the foreshortened square towards point *o*. Where this line meets the diagonal *fb* mark point *l*, and from there draw a horizontal line, parallel to *ab*, to the line *hm*, and mark that point *n*. That is the point you have tried to determine in the perspectively rendered square, and it corresponds to point *e* in the proper square on the bottom. I have drawn this diagram below.

Thus, any given point can be determined in a cube that has been rendered in regular, as well as foreshortened view by dividing up the cube at the location of the given point, as shown above.

This method is interposed in the 1538 edition after the first paragraph of p. 174 of the 1525 edition. The corresponding diagram appears on the next page. Staigmüller 1891, p. 46. Ivins (1938, p. 40) pointed out that this diagram is improperly drawn because the diagonal within the foreshortened square should not be drawn from f *to* b *but from* a *to* g. *Panofsky (1915, p. 37) observed that this method derives from Piero della Francesca who alone concerned himself with this problem. Although the preparatory drawing for this method does not survive, related drawings demonstrating this method for pentagons and triangles are among Dürer's manuscripts in London. See Appendix, pls. 463-64. Cf. Strauss 1976, pp. 157-58.*



Nün will jch leren was man sicht wie man das mag durchzeychnen.
Wilt du durch zeychnen was du for dir sihest/so rüst for einen geschickten zeug darzu/nemlich also Faß ein reyn flach glas in ein gefierte ram/darnach mach ein pret so preyt als die ram ist/aber lenger/vnd beschlag die glas ram mit zweyen panden/vnd nagel bede pand auf der anderen seitten der gelenck innen an das pret/also das die ram vnd das pret daran auf vnd zu müg than werden wie ein pret spil/auf das man das glas auf das pret so man will nider müg legen zu behaltē. Darnach schlag auf beden seitten mitten in das pret zwey klöblein mit eysnen stenglen die sich gelencken lassen vnd mach die so lang das sie die ram des glases in der mitt erreychen/so du die von dem pret zu gleychen winckelen aufhebest/vnd mach fornen die stenglen flach vnnd ein loch dardurch/vñ schlag ein hecklen darhinder dz vmb gee darnach schlag in die glaß ram zu beden seitten da die flech der stenglein hin reychen zwey klöblein so du dann die stenglein daran legst vnd die hecklein für thust so stet die ram fest/ darnach mach ein gefiert vberlengt holtz lenger dann das pret preyt ist/ das nim auf einer seitten auß so preyt das pret ist / vnd das das gefiert holtz zu peden seitten mit seiner gentze für das pret gehe/vnd zwing diß holtz also in dem außgenumen zwerchs auf das pret/ auf das man es hin vnnd wider gegen dem glas vnnd darfon schiben müg/ diß vierecket holtz so auf dem pret ligt nym in der mitt oben nach lengs vierecket hol auß / aber durch die örter por zwey runde löcher / dardurch stoß eyn lange schraufen / aber dise schraufen soll in den runden löchern nit geschrauft sein/allein darzwischen/ Nun mach ein ander holtz der halben ram hoch/ das zepf vnden gerecht in die gefierten nüt des zwerchholtz/vnd das der vberschuß zu beden seitten an dem aufrechten holtz auf dem zwerchen plat auflige/ auff das/ das aufrecht holtz winckelrecht hin vnnd her zwerchs geschoben müg werden/ vnd por vnden in das eyn zepft aufrecht holtz eyn rund loch/vnd mach darein ein schraufen müterlein/in welches die vorgemelt läg schrau fen gerecht sey/darnach steck die schrau fen mit dem forderen teyl auf eyner seitten des zwerchholtz zu dem runden loch hinein/vnd schrauf sie durch das müterlein des aufrechten holtz pis wider zu dem andern loch hinauß / also magst du mit diser schraufen dz aufrecht holtz gewiß hin vnd her zihen auf welche seitten du wilt/ Darnach por mitten durch das aufrecht holtz nach lengs ein rund loch/ vnd schneid das holtz auf einer seitten ein

Q

[fig.62a]

The text corresponds to the one on p. 388 of the 1528 edition.

Weyter merck ein leichtern bessern wege zu brauchen / der aus der vorbeschribnen meynung des durchzeygnens genumen ist/ das hat Jacobus Keser darauß erfuͤcht vnd funden/vnd darumb das er fast gut nutz vñ weyter mit auß zurichten ist/ dañ mit der forigen meynung vnd behender zu get/So will ich das gemeynem nutz zu gut/ vnd her Jacob Keſers ſinreich gemuͤt got zu eren/wie billig hernach anzeygen/

Flache ding leiden ſich/das man ſie mit einem nahetten aug durchzeychen auf ein glas. Aber andere Corpora gewinnen ein vngeſtalt/ſo man dz aug im conterfeten nahent hinzuſtelt/ von der gehen abſtelung wegen / dann die nehern ding bey dem aug ſcheynen gegen den ferreren zu gros/ Was ich auff ein glas durchzeychen / ſtet das ſelb ding weit von mir / ſo wuͤrdet es kleyn auff dem glas/darumb das ich das glas nit weitter von mir rucken kan/dann ſo ferr ichs mit der hand erreychen mag .Ruck ich aber das glas nahent zu dem ding/das ich durchzeychnen ſoll/vnd halt meyn aug weyt dar von/ſo kan ich mit der hant das glas aber nit erreychen Darumb muß man ein andre meynung fuͤrnemen/darmit vill muͤe vnd arbeyt erſpart/ vnnd die zeyt nit verlom werd / auch darumb das man ein ding groß vnd kleyn wie man will muͤg abverzeychnen/ Welicher ein ding groß will durchzeychnen/ſchier wie es an im ſelbſt iſt der muß das glas daraufer durchzeychnet/nahent zu dem ding rucken/das er durchzeychnen will/ Vnd das aug ſoll zu zymlicher weyten dar von geſtelt werden dardurch die gar gech abſtelung zu vermeyden/ Nun kan dein hand an dem glas/vnd dein aug ferr dar von auf ein mal nit ſein/darumb muß her Jacob keſers fortheyl hie gebraucht werden Der hat zu ſolicher nottorft ein beſunder instrument erfunden/das ich hernach anzeygen will iſt gerecht vnd gut.

Erſtlich ſtel das aug an ein ende/wie vorgemelt wo du hin wilt/ vnd bezeychen das mit einem .o. darein heſſt mit dem eine ende/ein reyne dünne ſtarcke ſeidene ſchnur/ſo lanck du der bedarfſt/Diſer punct des augs.o. iſt nit minder nutz an ſeiner ſtat/ dann ein lebendig aug/ das wirdeſt du hernach verſten/An diſe ſchnur ſtreyf fom ein abſchen darzu bereytet/das macht alſo.Stoß von eynem reynem puxholtz / ein ablang driecket holtz anderhalber ſpannen lang / vnd die zwu lengern ſeitten des dryangels mach gleych ein yetliche ſeitten eyns zweynzigteyls lang von des holtz lenge /aber die vnderſt trit ſeiten mach halb ſo breyt als der andern eine.Darnach port ein gerad loͤchlein/ nach lengs durch das holtz mitten zu negſt ob der ſchmeleren ſeitten des driangels/ dardurch die ſchnur hin vnd wider gezogen muͤg werden.Auff diß drianglet holtz ſetz auf die ſcharpf ſeitten zu forderſt ein ſpitzig abſehen ſo hoch /der driangel iſt/diſe ſpitz ſey oben.a.aber vnden bey dem loͤchlein do die ſchnur herauß gezogen iſt ſetz ein.f.vñ hinden ein.d.Nun muſtu hinden ob dem.d.auf der ſcharpfen ſeitten des holtz ein loͤchlein durch ein klein preytlein zum abſehen in rechter hoͤhe aufrichten/dz man das/ſo oft man das instrument hin vnd her ruckt / in rechte ein hoͤch zum abſehen richten moͤge.

Das ſind alſo/ befeſtig dein instrument an der ſchnur /vnnd ſtreck ſie gerad an/alſo das.f.d.o. eyn gerade lini ſey/ Darnach reiß ein gerade lini.a.o.wo dañ ein auſrecht lini von dem.d. vberſich gezogen oben.a.o.anrurt/ da ſetz ein.b.diß iſt die recht hoͤch zum loͤchlein des abſehens auf den ſpitz .a.das magſt du verſten bey dem negſten vnderen triangel.a.f.vnd.o.darzwiſchen.b.d.anrurt.

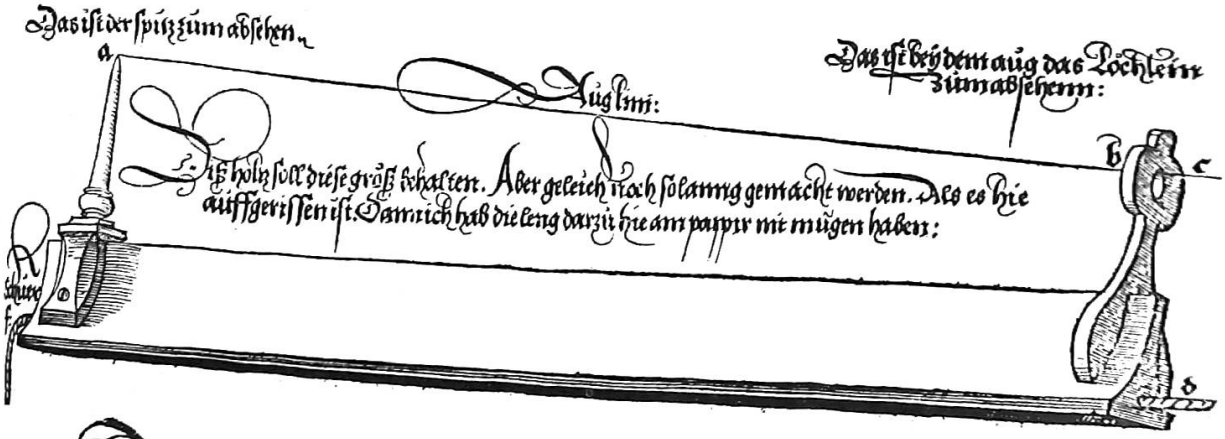
Remember further an easier and better method that derives from the aforementioned explanation of how to trace. It was invented by Jacobus Keser and is very useful and more can be done with it than with the preceding method. It is also more practical. Therefore, for the common good and to honor God for having endowed Jacob Keser with so inventive a mind, I shall explain this method below.

Flat [two-dimensional] things are suitable for tracing on a glass pane from the near point of sight. But other solids become distorted if the eye is too close to them during the process of drawing them. For the same reason, objects which are too close to the eye appear too large compared to objects at a greater distance. If an object is far away from me, when I trace it on the glass pane it will become small on the pane because I cannot place the glass pane farther away from me than I can reach with my hand. But if I place the glass very close to the object to be traced, but retain the distance of the eye, I cannot reach the pane with my hand. For that reason one has to resort to another method which will save much trouble and work and loss of time, and one can use it to render large and small objects. Anyone who wishes to draw a large object in its original size has to position the glass pane on which it is to be traced very close to the object. And the eye must be at a reasonable distance to avoid distortion. But for the hand to be close to the glass and the eye to be far away is impossible. For that reason Jacob Keser's invention has to be used in this case. To fill this need, he has invented a particular instrument which I will now describe, because it is exact and good.

First, place a point representing the eye on one end wherever you prefer [for instance, on a wall], and mark it *o*. Attach to this point a thin string of pure silk, as long as you require it. This point *o* is nothing less than the position of a real eye, as you will understand from what follows. At the other end of the string attach the scanner, which you will construct in the following manner. Cut a piece of clear boxwood having a profile in the shape of an oblong triangle, and measuring a span and a half. The two longer sides of the triangle should be equal to one-twentieth the length of the wood, but the bottom width [of the triangle] should be half as wide as the others. Then drill a straight hole lengthwise through the wood, slightly above the small side of the triangle, so that the string can be pulled to and fro through it. Now place on the ridge of this triangular board a pointer as high as the triangle, and mark its topmost point *a*. At its bottom, where the string emerges, is point *f*, and at the opposite end point *d*. Now you must place a small board with a small hole in it at the end above *d* at a height at which it can be used for scanning. This part can be moved to and fro at the appropriate height during the scanning process.

Then proceed as follows. Attach the string to the instrument and pull it taut, so that points *f*, *d*, and *o* form a straight line. Then draw a line *ao* and erect a vertical line from *d*. Where this vertical line meets *ao* mark point *b*. This point indicates the correct level of the small hole used to scan the object pointed to by the pointer *a*. In other words, *bd* divides the triangle *afo*.

Hernach sichst du auch das Instrument aufgerissen.



SO nün das instrument fertig recht/ vnd alle ding in guter ordnung sind/ als dann heb an vñ arbeyt wie hernach folgt.

Leg das Corpus vnd stell das glas darfür/ vnd heft die schnür hinden in den puncten.o. vnd streyf das instrument daran/ also das der spitz /a.gegen dem glas/ vnd das löchle gegen dem .o ste/ vñ nim die schnur die durch das instrument gezogen ist in dein lincke hand/ vnd streck sie an vñ ruck das instrument fürsich oder hindersich so nahent oder fer du das bey dem glas haben wilt / vnd halt das gewiß auf deinem daumen mit der schnur.f. vnd las die schnur an dem rechten ort fürstreychen/ vnd wende mit der lincken hand die absehen/ löchle vnd spitz einwerts gegen der nasen/ also dz du mit dem rechten aug/ wie man pflegt mit einer puxsen durch bede absehen sehest erstlich durch dz löchlein/ darnach vber den spitz durch das glas auf das corpus an alle ort/ So du nün mit der lincken hand dz instrument also mit an gestreckter schnür zu dem absehen recht gewendet hast/ so nym in die recht hand ein pensel oder federn/ vnnd wie dich der spitz.a. das ist das forder absehen auff alle haubt strich oder beschneydung des corpus weyset/ so du mit dem instrumẽt herum ferst / also verzeychen das mit der rechten hand/ Also das die federn oder pensel auf dem glas/ vnd der spitz des instruments mit einander gend so magstu nit allein punckt/ sunder alle haubt strich wie linien füren/ in aller maß so behendiglich als wen man etwas von einem papir auf das ander durchzeychnet/ solichs dest bas zu versten hab ich disc figur hernach aufgerissen.

[fig. 65]

Now that you have completed the instrument and everything is in good order you can begin the task, as follows:

Put the object in the desired position and place the glass pane in front of it. Attach the string to point *o* and connect it to the instrument, which is placed so that its pointer is near the pane but its scanning hole is closer to point *o*. Take the string that has been threaded through the instrument in your left hand and move it to and fro along the string at whatever distance from the pane you wish to have it. Keep it in the desired position by placing your thumb on the string at point *f*. Move the instrument with your left hand toward your nose so that you can look through the scanning hole with your right eye as you would sight a shotgun, using the pointer to look through the glass at the object. Now that the instrument has been positioned with your left hand and the string is taut, take a pencil or pen with your right hand and mark off the points corresponding to the indications of the pointer *a*. In this manner you can mark off not only the points, but also the principal lines. It is all as practical as if you were to use a piece of paper to trace a design from another sheet. All this is shown in the following diagram.

For the preparatory drawing, See Appendix, p. 466.

Item noch ein anderen brauch zu Conterfeten/dardurch man eyn ytliches Corpus mag grösser oder kleyner abconterfeten wie vil man wil/deshalben nutzlicher dañ mit dem glas darumb das es freier ist/ Darzu soll man haben ein ram mit einem gitter von starckem schwartzen zwirn gemacht/die lucken oder fierungen eine vngeferlich zweyer finger breyt/ Darnach soll man haben ein absehen oben zugespitzt/ also gemacht/ das man es höher oder niderer richten mag/ das bedeut das aug mit dem. o. Darnach leg hinaus in zimlicher weitten dz corpus so du conterfeten wilt/ rucks vnd peugs nach deinem willen/vñ gee alsweg hinder sich vnd hab dein aug zu dem absehen.o. negst daran/vnd besich das Corpus wie es dir gefall/ vñ ob es recht nach deinem willen lig/ Darnach stell dz gitter oder ram zwischen dem Corpus vnd deinem absehen also/ wilt du wenig lucken oder fierungen begreiffen/so ruck es dest neher zu dem Corpus/ darnach besich wie vil dz corpus im gitter lucken begreuf nach leng vñ breyten/ darnach reiß ein gitter gros oder klein auf ein bappir oder tafel darein du conterfeten wilt/ vnd sich hin vber dein aug.o. des spitz am absehen auf das Corpus/ vnd was du in yder fierung des gitters findest/ das drag in dein gitter das du auf dem bappir hast das ist gut vnd gerecht/ Wilt du aber für das spitzig absehen ein löchle machen/ dardurch du sihest ist eben so gut/ solcher meynung hab ich hernach ein form aufgerissen.

[fig. 66]

There is yet another method of copying an object and of rendering it larger or smaller according to one's wish, and it is more practical than using a glass pane because it is less restricted. In this method one uses a frame with a grid of strong black thread. The spaces or quadrangles should be about two fingers wide. For scanning, one must prepare a pointer whose height should be adjustable to be at eye level, which is marked *o*. Then place the object to be drawn a good distance away. Move it or bend it as you like, and view it from level *o* to ascertain that it is in the proper position, so as to please you. Then place the grid or frame between the object and the pointer. If you prefer to use fewer spaces of the grid, move it closer to the object. Check how many spaces of the grid will be utilized to accommodate the width and height of the object and then draw a grid, large or small, on a sheet of paper or a panel on which you wish to draw. Now begin to scan the object with your eye—point *o*—placed above the pointer, and where it points on the grid in the frame, mark it off on the grid on your sheet of paper. It will be good, and it will be correct. But if you prefer to drill a small hole into your scanner, it will serve the same purpose equally well. I have drawn this method below.

[fig. 67]

For the preparatory drawing of fig. 66, *see Appendix, p. 466. The invention of the grid method* [velo, *some times called* graticola] *was claimed by Alberti in his* De pictora. *Leonardo da Vinci describes both this and the glass pane method in a manuscript among his literary remains* (*Panofsky 1915, p. 41*).

Item ob einer von einem kleinen bild/einen grossen risen an ein hohen thüren wand wolt malen/ solt man dann so vil bappir zusamen leumen/ das gros genug würde zu einem gitter / wer verdrossen vnd vngebrauchsam/ darumb mach kein gros gitter von bappir/ sonder schneyd groß quadraten auß bappir als gros die fierungen in deinem gitter solten seyn worden/ darnach mach eyn fierung nach der andern auß/wie dafom angezeygt ist/ verzeychen die firungen wie sie nach einander gehören/ darnach leg sie zusamen wie ein kartenspil/vnd so du an die mauren kumbst/magstu eyn plat nach dem andern auß machen/vñ darfst den risen nicht wie sonst not ist gantz verzeychnen.

Zu dem freuntlichen leser.

Zum ende dises buchs/ So bekent der erber man Albrecht Dürer mit seyner eygene handschrifft/zu der zeit/als er noch hie im leben /das er seinem schreiben so er in disem buch an den erbern vnd weysen Bilibaldum Pirckheymer gethan/ein ende wil geben/vnd mit der zeit /so im gott das leben verlihe die bücher weil er von menschlicher proportion/vnd andern darzu gehörig geschriben/ jm truck lassen außgeen/ wie es dann von jme selbs/ vor seinem absterben mit vleiß ist geschehen. Auch nachmals auß genugsamer verlegung Agnes Dürerin seiner nachgelaßne wittib / in guth latein gepracht/auf das solchs jres haußwirts kunst vnd arbeyt auch andern/welchen teutsche sprach vnbekandt/ zu nutze möcht reychen. Hierumb soll menigklich gewarnet sein / dises buch in keinen wege nach zutrucken bey peen vnd straff/ so verlichne von Kayserlicher Maiestat/freyheyten anzeygen/ darnach mag sich ein yetlicher richten/ Gott dem herren sey lob vnnd eer ewigklich Amen.

Gedruckt Zu Nürenberg durch Hieronymum Formschneyder.
Anno. M. D. XXXVIII.

If you need to paint a tall giant, based on a small picture, on the wall of a high tower, it would be wrong and impractical to glue together many sheets of paper, sufficient for so large a grid. Instead, cut large squares of paper, as large as the quadrangles of your grid should be. Then prepare one quadrangle after the other, as explained before, and mark each quadrangle [so you will know] how they fit together. Then stack them like a deck of cards, and when you work on the wall, you can draw one sheet at a time, and you will not have had to draw the giant in his entirety, as would otherwise be necessary.

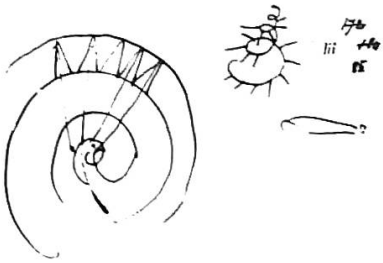
To the friendly reader

Now we have reached the end of this book. The honorable Albrecht Dürer, when he was still alive, promised in his dedication of this book to the honorable and wise Willibald Pirckheimer that in time he would, God willing, also issue books about human proportion and other matters pertaining to it. And before his death he did that, and he accomplished it with diligence. These books were then also published in Latin by his widow Agnes Dürer, so that others, not familiar with German, might gain knowledge of her husband's art and labor. For that reason warning is here given that this book, upon pain of punishment, may not be copied in any fashion assured by his Imperial Majesty's copyright. Let everyone pay heed. Praise to God in eternity. Amen.

Printed in Nuremberg by Hieronymum Formschneyder.
Anno. M.D.XXXVIII.

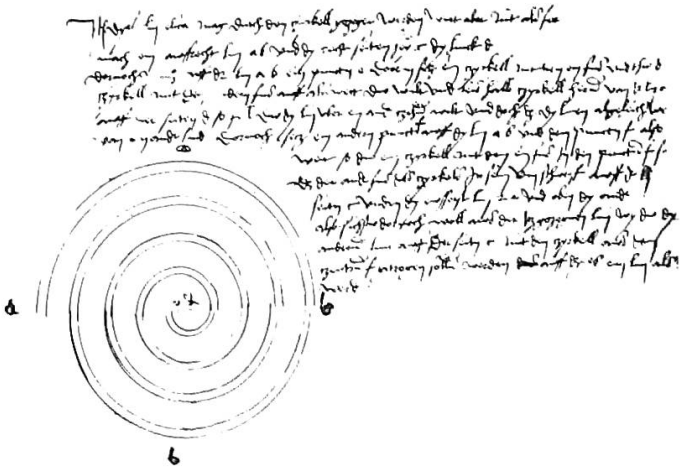
Appendix

Reference Plates



Construction of a Bishop's Crozier

No watermark. London, British Museum, Sloane 5229/85r. Rupprich 1969, p. 318. Strauss 1974, p. 2868. See p. 55.

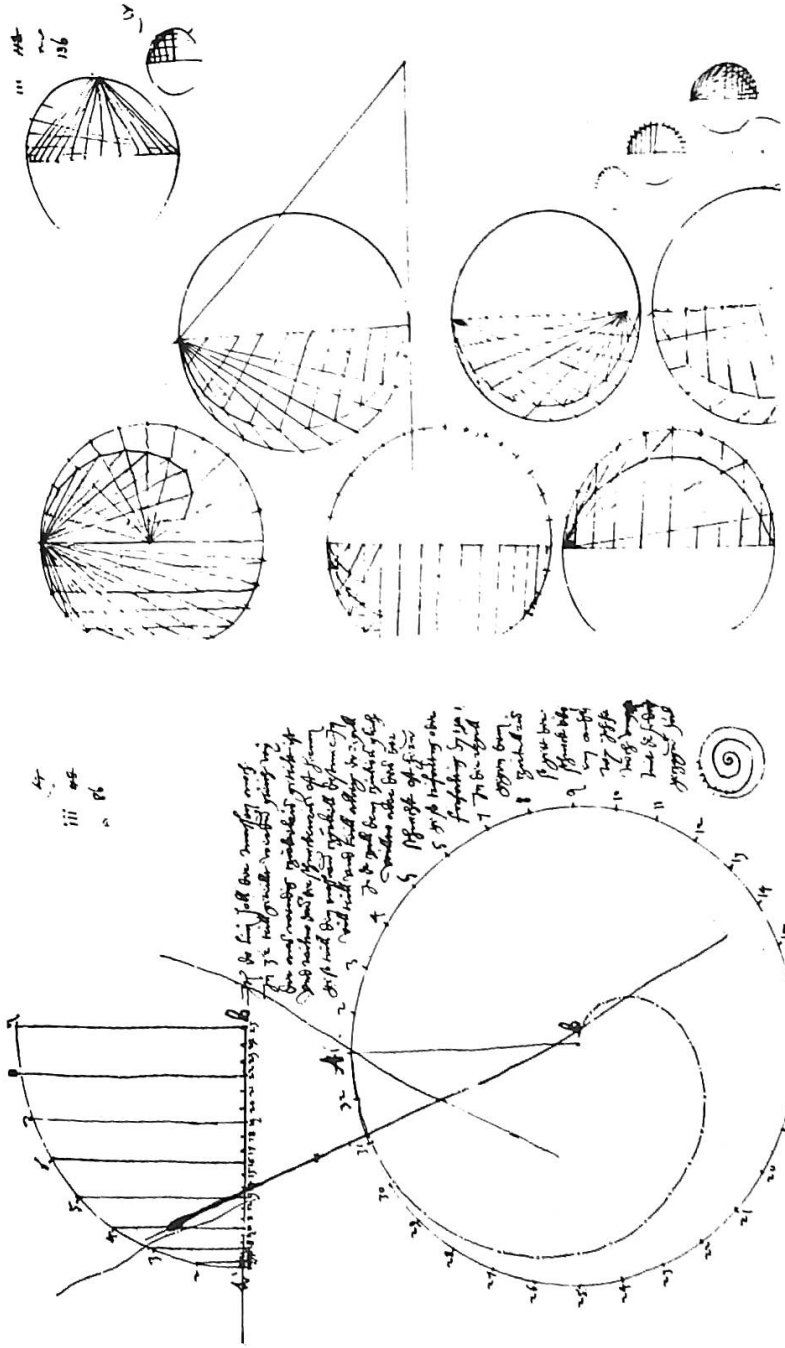


Construction of a Spiral

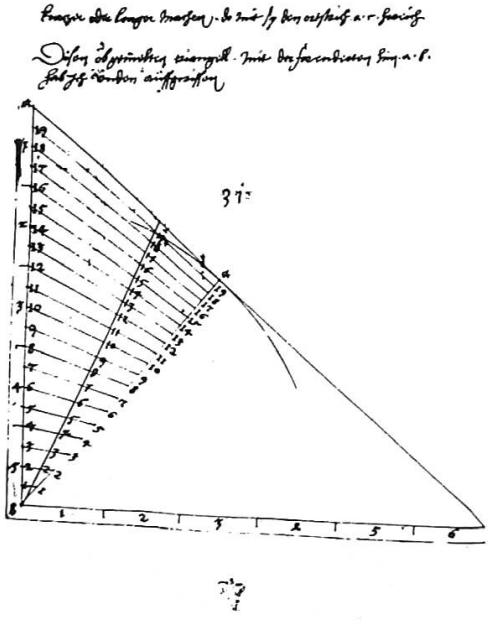
Watermark: Cardinal's Hat. London, British Museum, Sloane 5229/118r. Rupprich 1969, p. 318. Strauss 1974, p. 2812. Circa 1507. See p. 47.

A Scholar

No watermark. Dresden, Sächsische Landesbibliothek (R.147, fol. 173). Strauss 1974, p. 2294.
See p. 385.

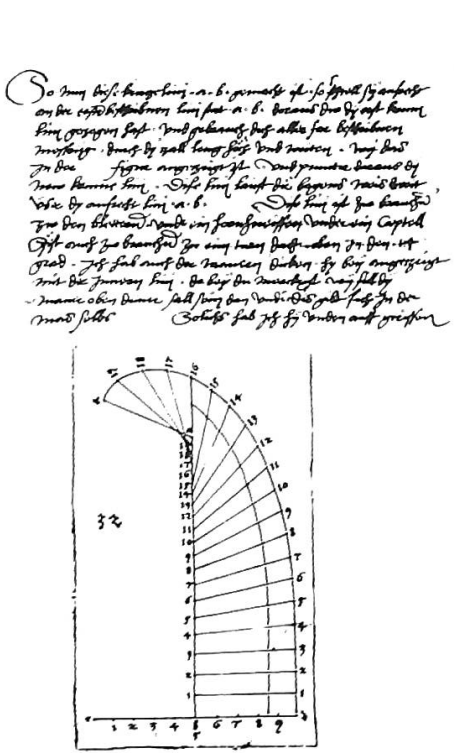


Construction of Spirals
Watermark: Cardinal's Hat. London, British Museum, Sloane 5229/86r and 136. Rupprich 1969, p. 318. Strauss 1974, p. 2813
Circa 1507. See p. 73.



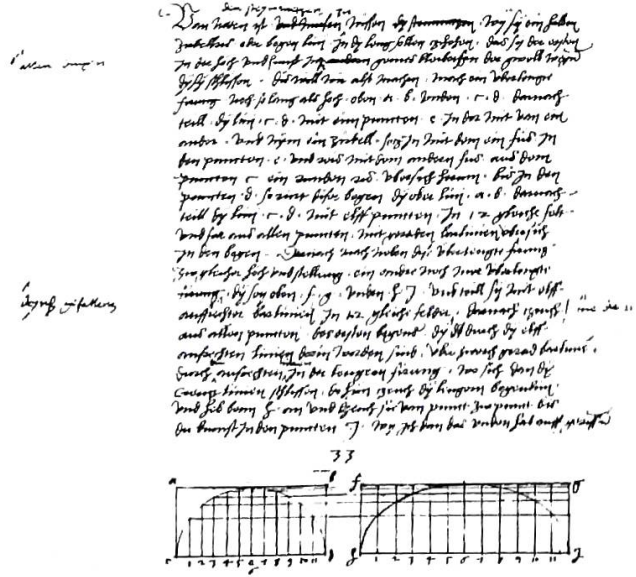
Transformation of a Curve

Watermark: Coat of Arms with two Fleur-de-lis and an Attached Letter B. London, British Museum, Sloane 5229/100v. Rupprich 1969, p. 329. Strauss 1974, p. 2852. Circa 1524. See p. 91.



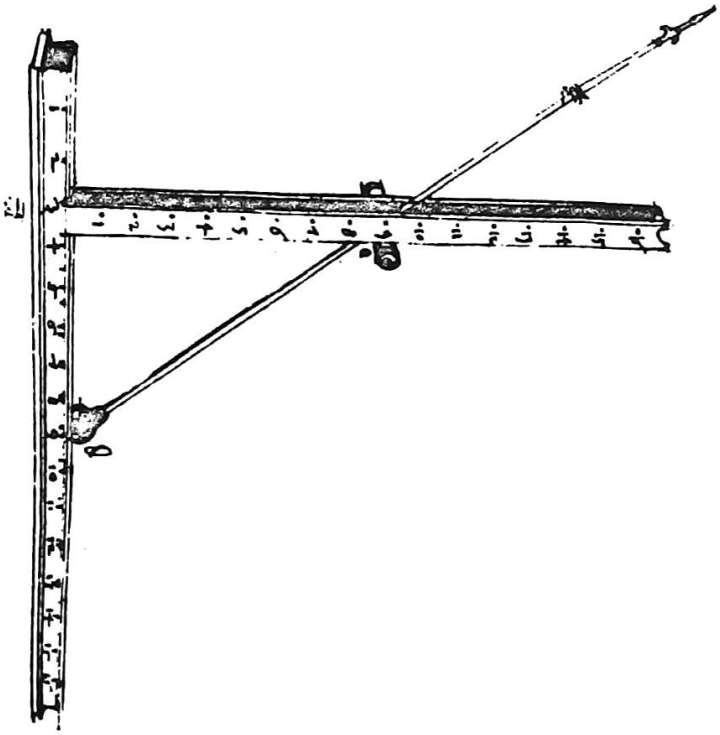
Construction of a Curve

Watermark: Coat of Arms with Two Fleur-de-Lis and the Attached Letter B. London, British Museum, Sloane 5229/102r. Rupprich 1969, p. 329. Strauss 1974, p. 2853. Circa 1524. See p. 92.

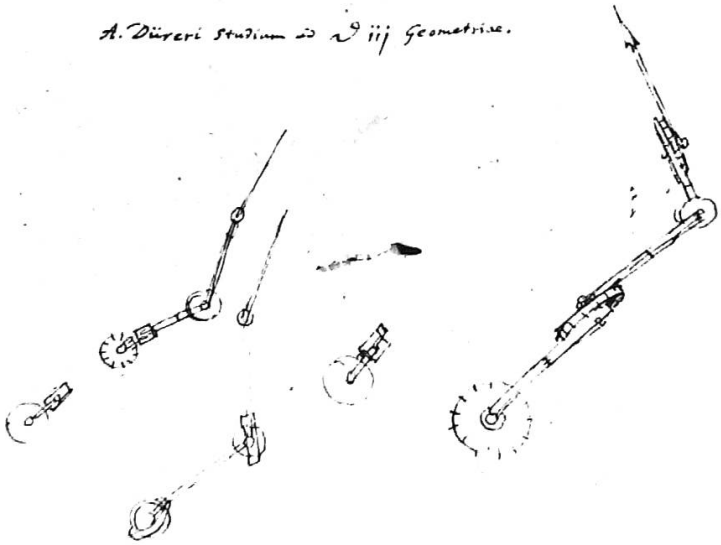


Method of Extending the Width of a Semicircle

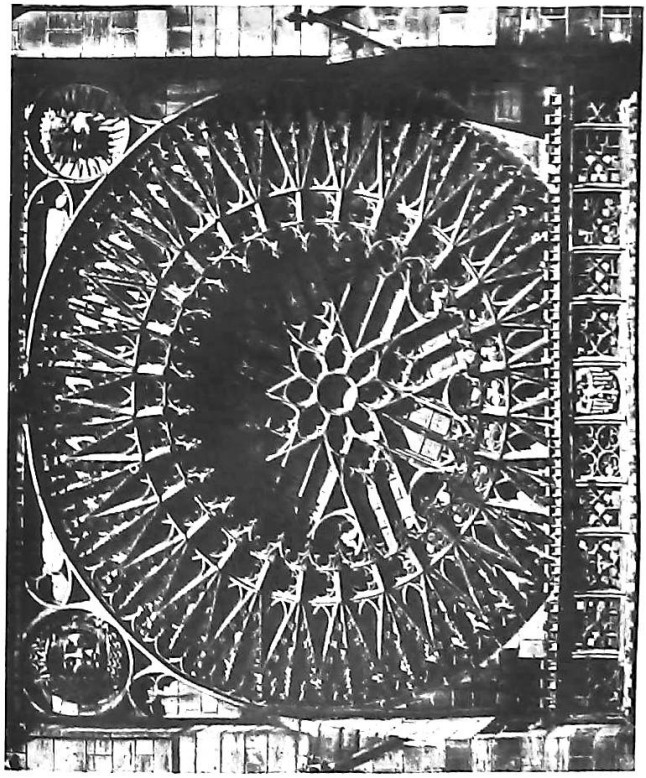
Watermark: Coat of Arms with Two Fleur-de-Lis and the Attached Letter B. London, British Museum, Sloane 5229/102v. Strauss 1974, p. 2853. See p. 95.



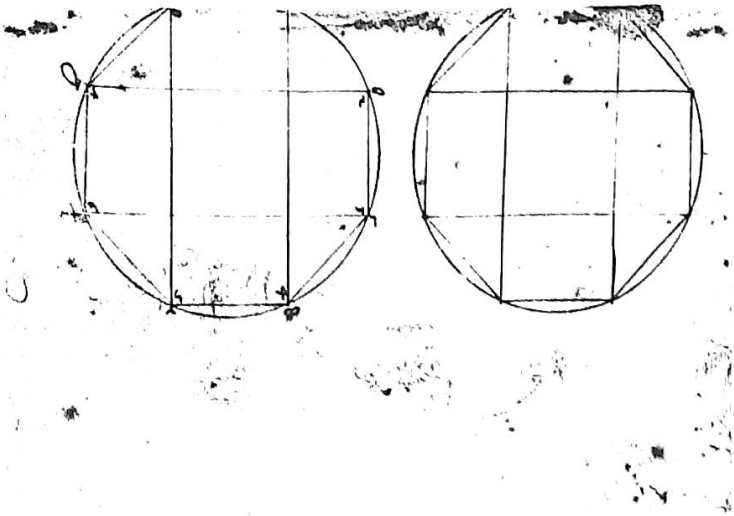
Instrument to Draw Curves
Erlangen, University Library. Rupprich 1969, p. 322. Strauss 1974, p. 2864. Circa 1524. See p. 109.



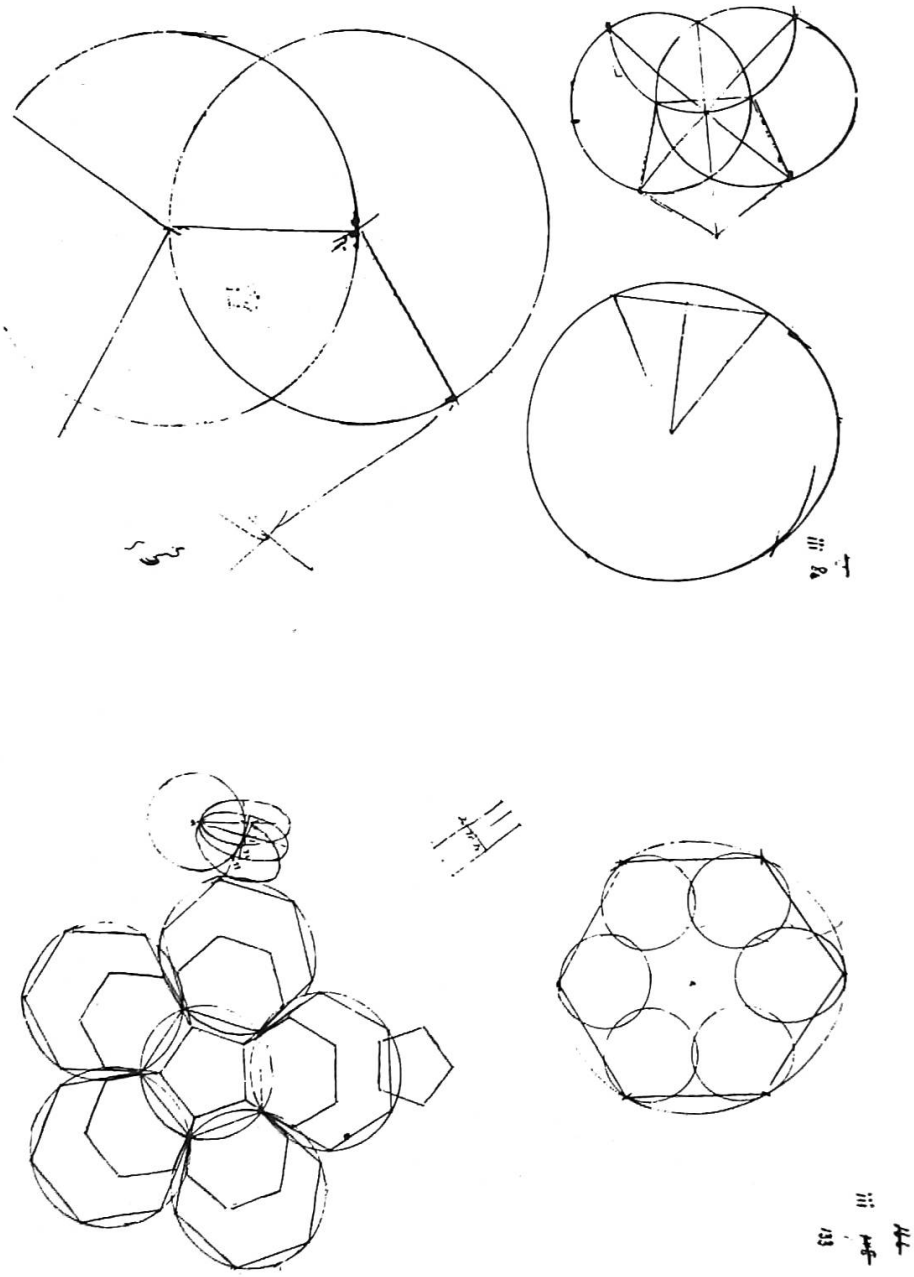
Instrument to Draw Curves
Watermark: Coat of Arms with Two Fleur-de-Lis and the Attached Letter B. Nuremberg, Germanisches National Museum (Merkel, fol. 4). Rupprich 1969, p. 322. Strauss 1974, p. 2863. See p. 117.



Rosette above the main portal of St. Lorenz's in Nuremberg.
Circa 1470. See p. 145.

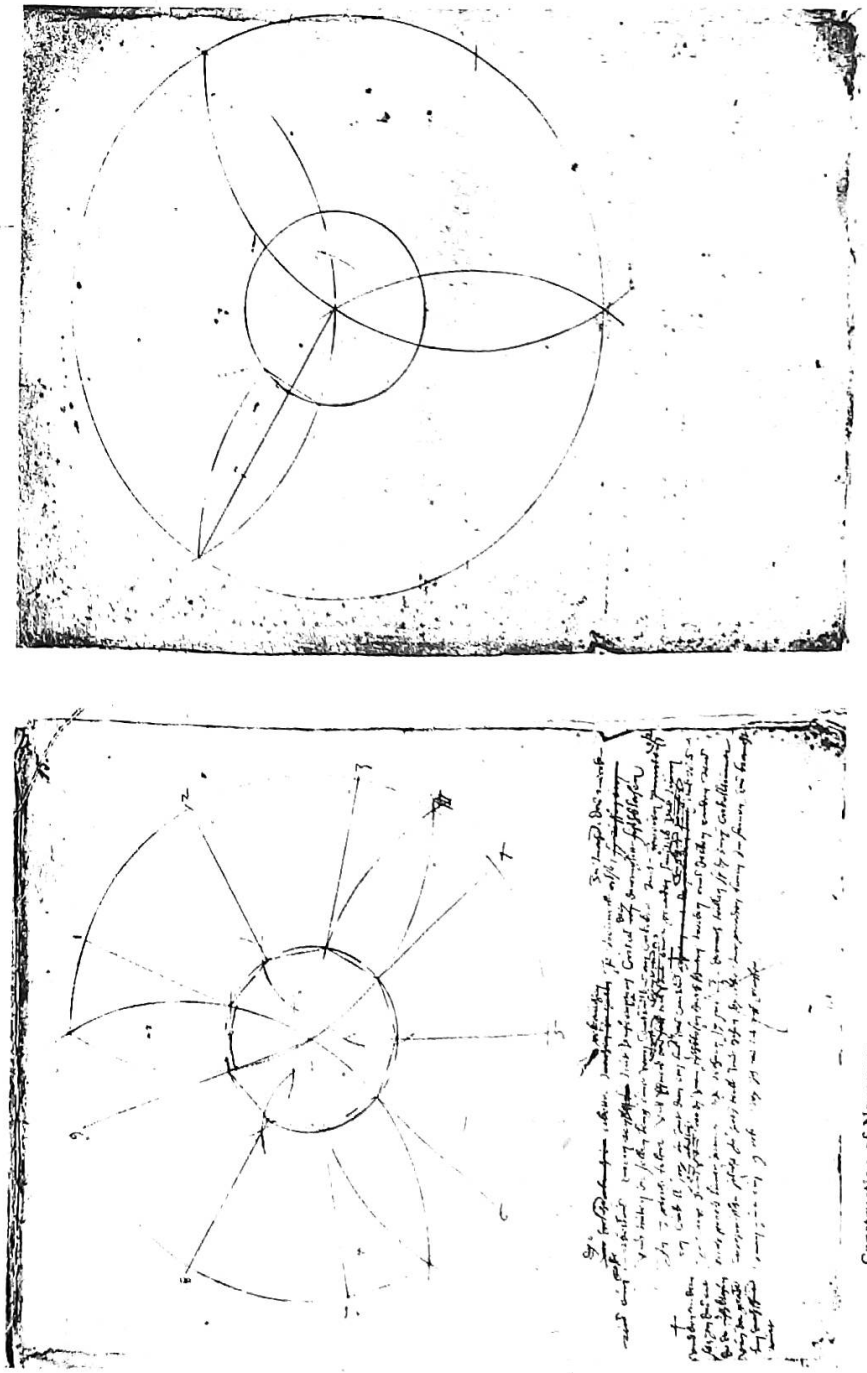


Construction of an Octagon
Verso of "Madonna, Head of a Stout Man" (S.1514/12). Rotterdam, Museum Boymans-van Beuningen. Strauss 1974, p. 1416. Circa 1514.
See p. 145.



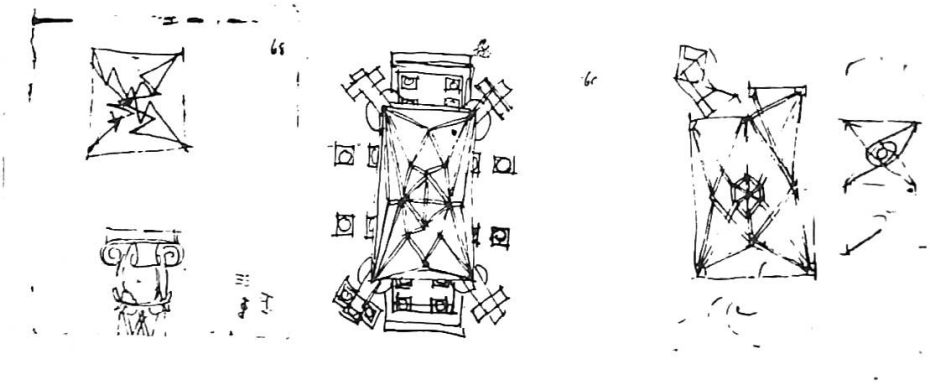
Construction of Polygons

No watermark. London, British Museum, Sloane 5229/84a and 133r. Rupprich 1969, p. 335. Strauss 1974, p. 2861. Circa 1524. See p. 147.



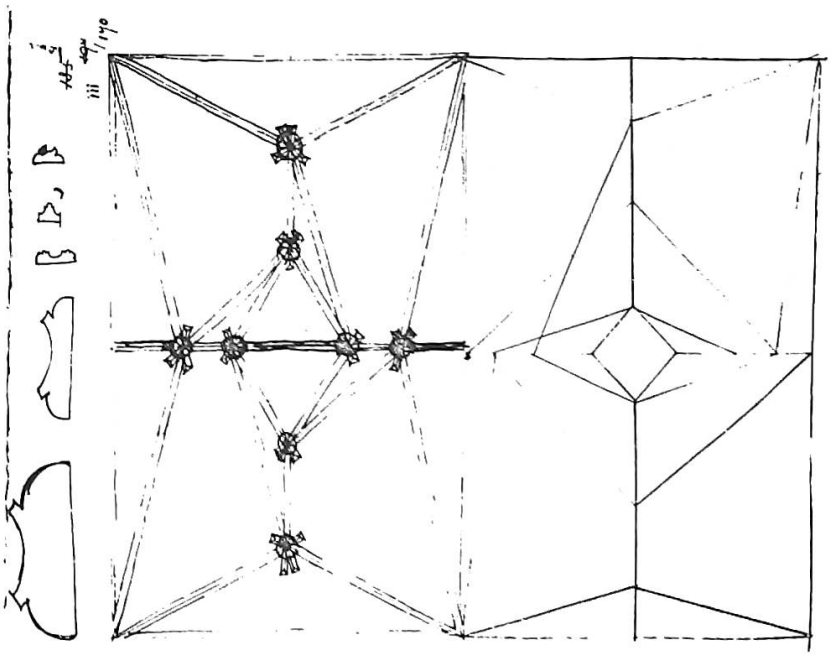
Construction of Nonagons

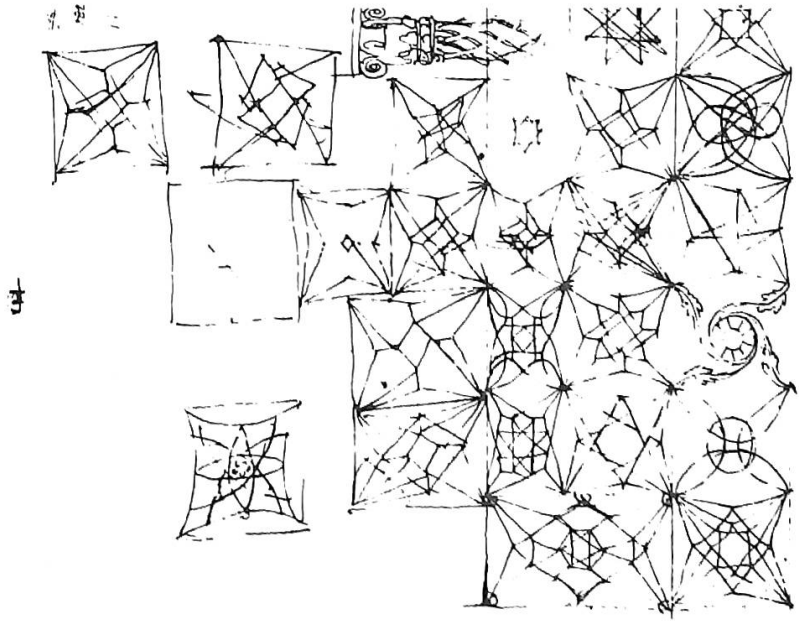
Watermark: Coat of Arms with Fluer-de-Lis and the Attached Letter B. Nuremberg, Germanisches National Museum (Merkel, fol. 15r and v). Rupprich 1969, p. 336. Strauss 1974, p. 2862. Circa 1524. See p. 149.



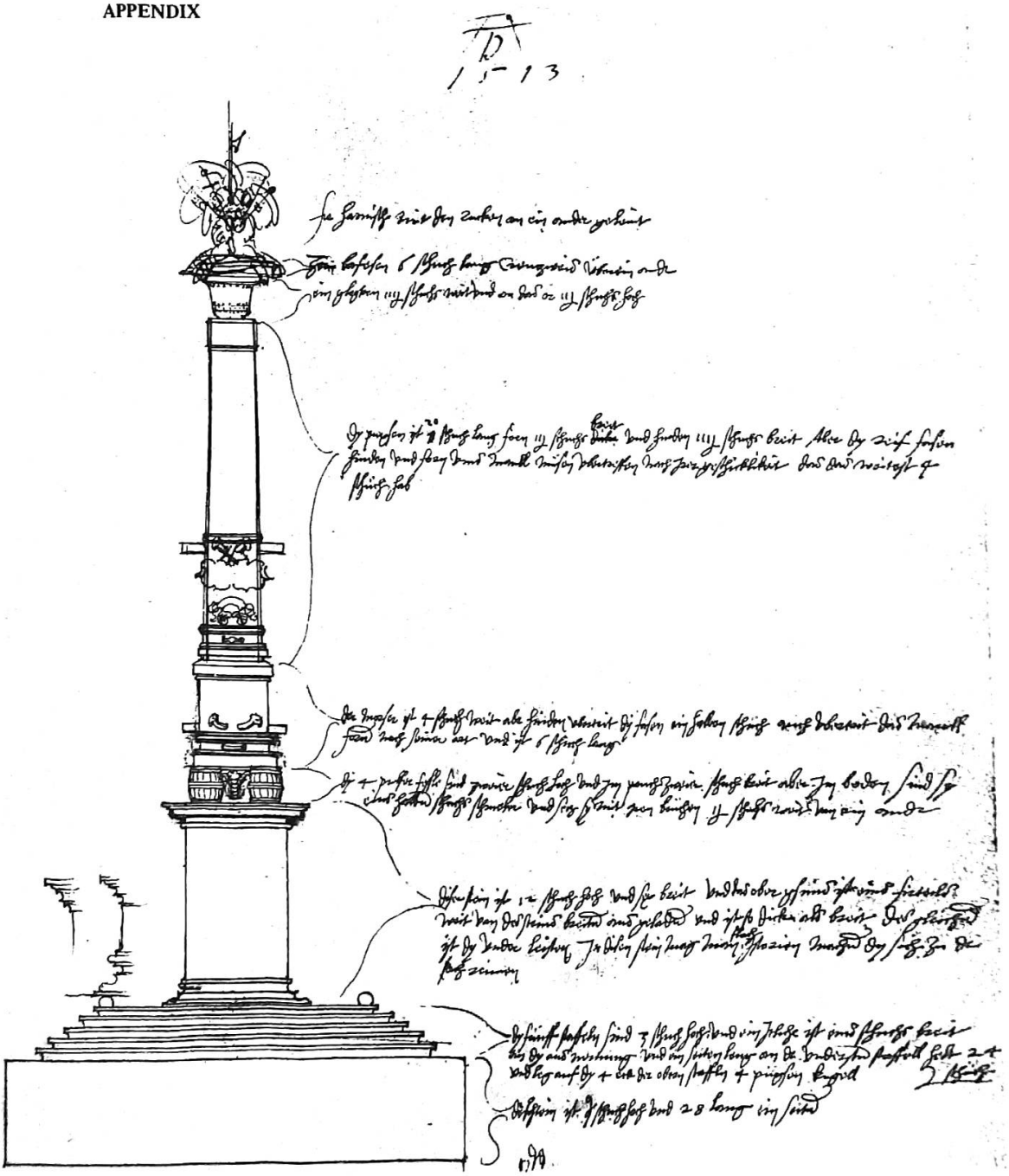
Vaulted Ceilings

No watermarks. London, British Museum, Sloane 5229/168 and 169. Rupprich 1966, p. 72. Strauss 1974, p. 912. Circa 1506. See p. 191.



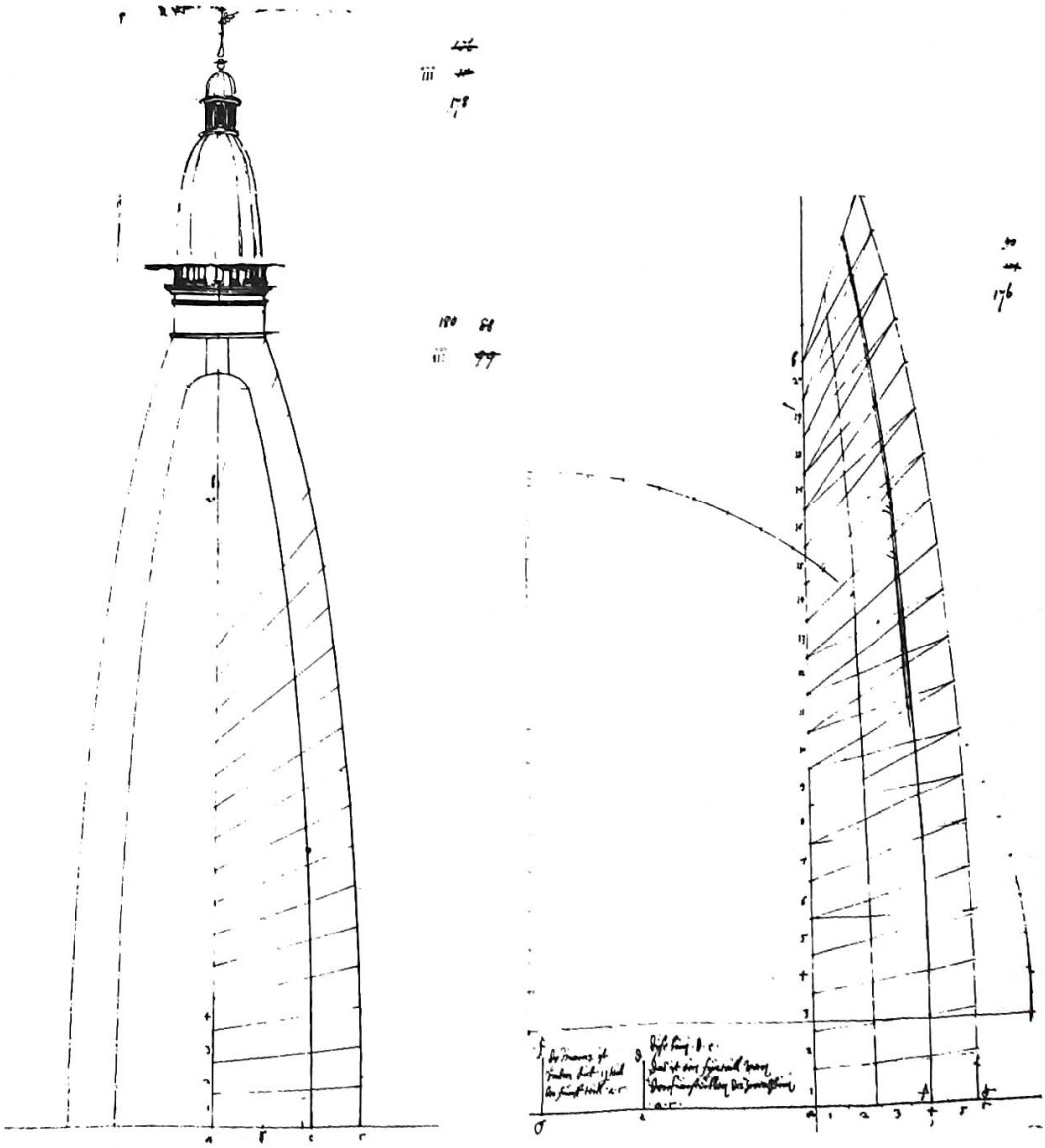


Vaulted Ceilings
No watermarks. London, British Museum, Sloane 5229/167v and 170. Rupprich 1966, p. 72. Strauss 1974, p. 912. Circa 1506. See p. 191.



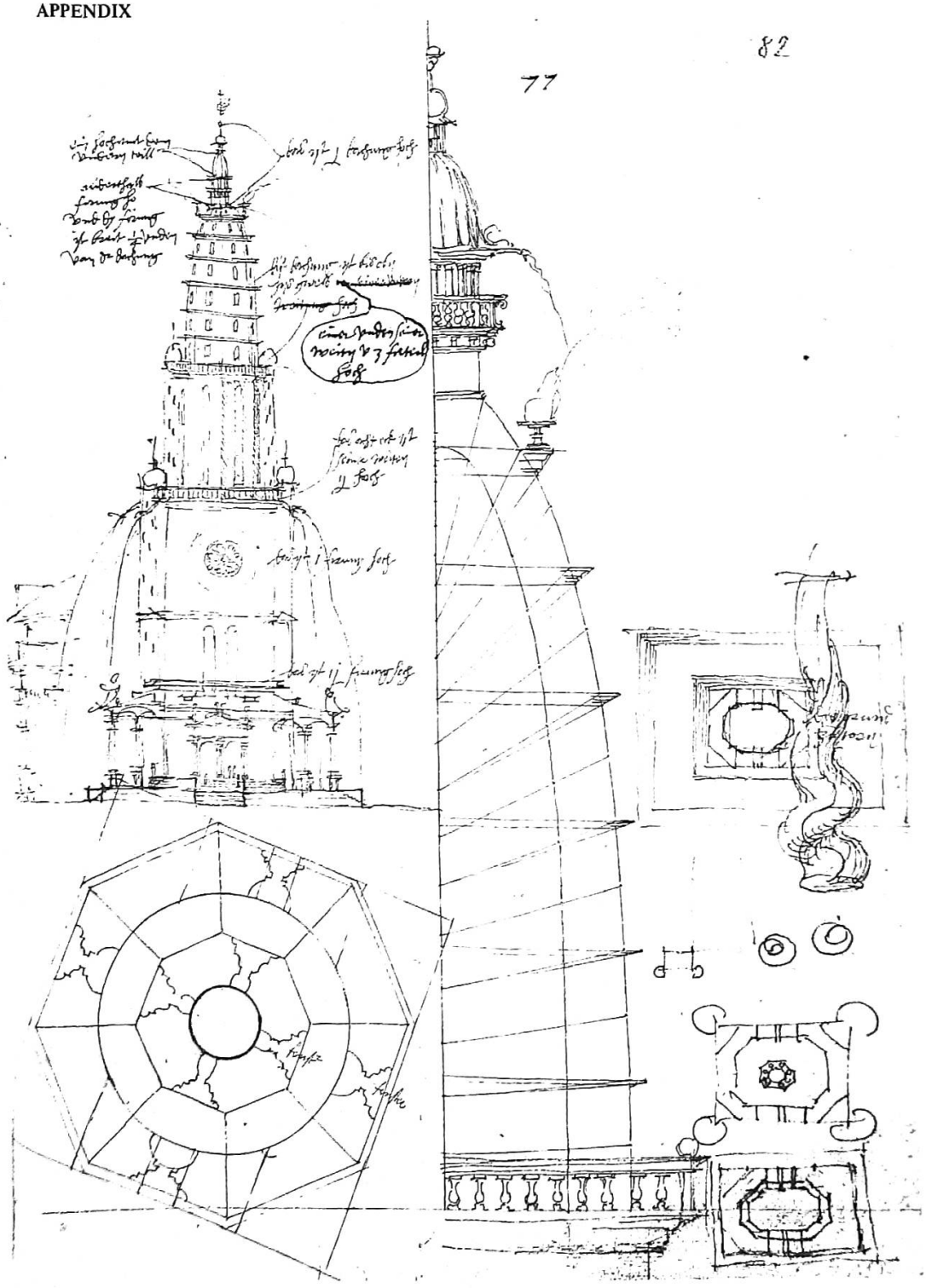
Triumphal Column

Bamberg, Staatsbibliothek (I.A.13). The monogram and the date are spurious additions. Rupprich 1969, p. 344. Strauss 1974, p. 2262. See p. 229.



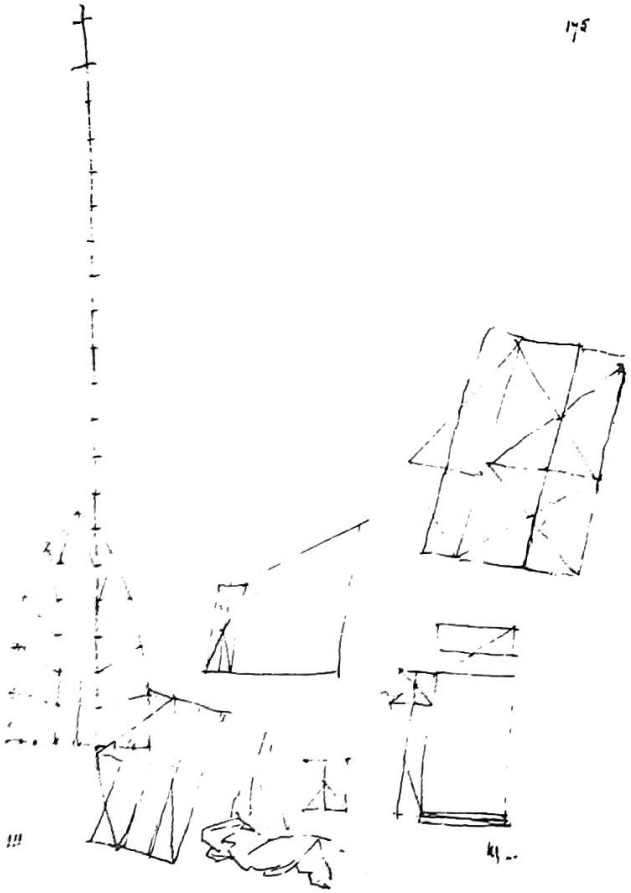
Construction of a Tower

Watermark: Coat of Arms with Three Fleur-de-Lis and the Attached Letter B. London, British Museum, Sloane 5229/176-78. Rupprich 1966, p. 346. Strauss 1974, p. 2267. See p. 239.



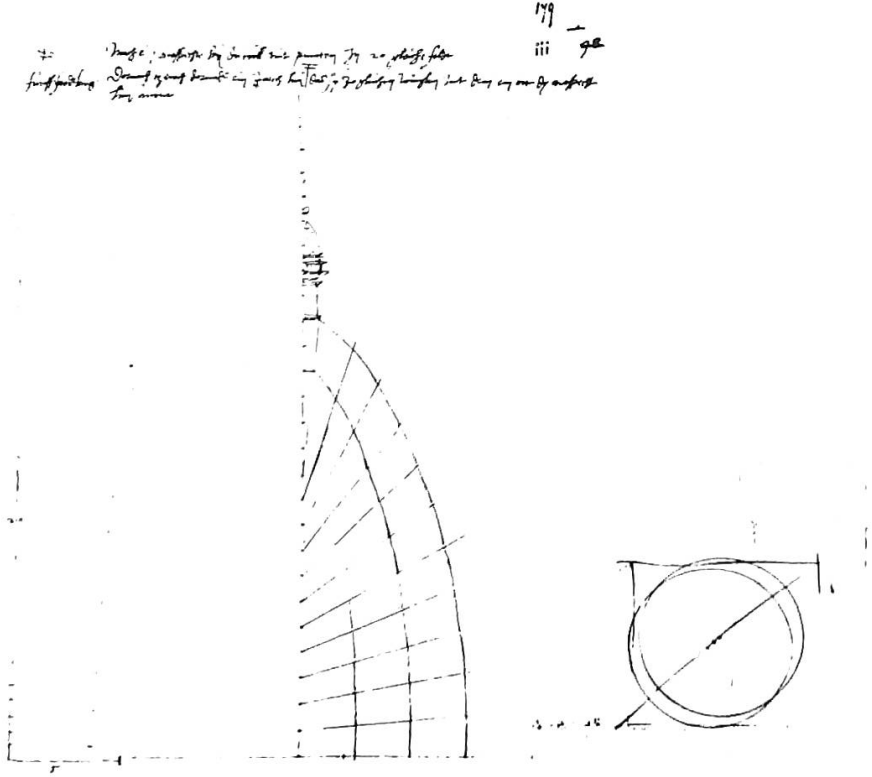
Construction of a Tower

No watermark. Dresden, Sächsische Landesbibliothek (R-147, fol. 182a). Rupprich 1966, p. 347. Strauss 1974, p. 2264. Circa 1524. See p. 239.



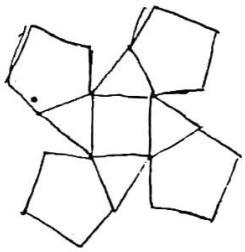
Construction of a Tower

Watermark: Coat of Arms with Three Fleur-de-Lis and an Attached Letter B. London, British Museum, Sloane 5229/175, 179. Rupprich 1966, p. 346. Strauss 1974, p. 2266.



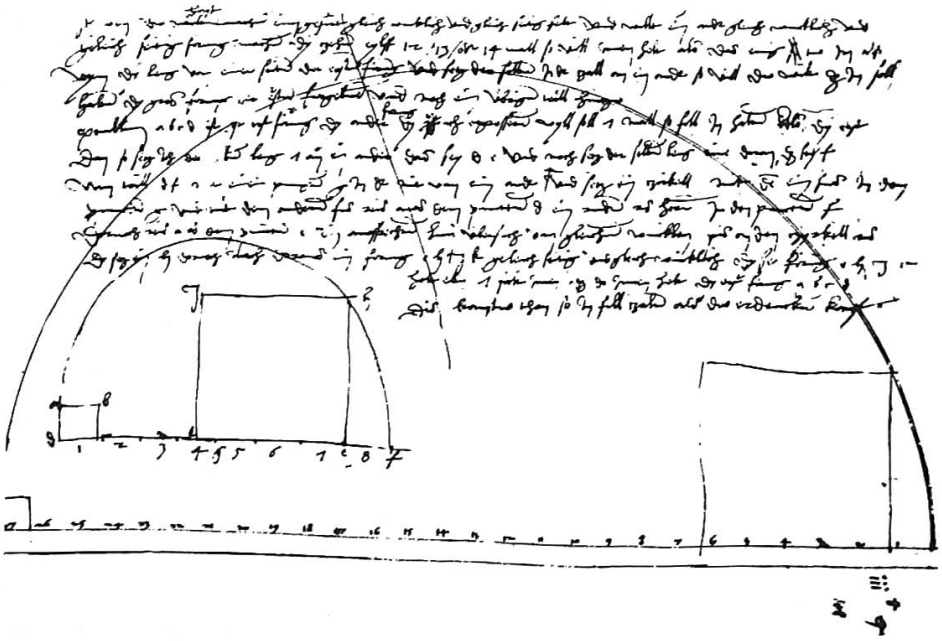
Construction of the Letter "O"

London, British Museum, Sloane 5229/134v. Rupprich 1969, p. 348. See p. 279.



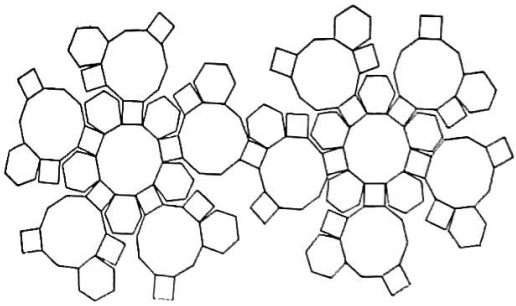
Experimental Folding Pattern

Dresden, Sächsische Landesbibliothek (R-147, fol. 167v. Detail). Strauss 1974, p. 1572. See p. 335.

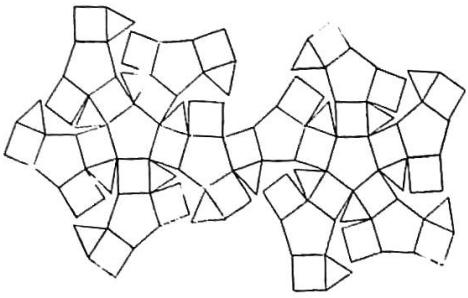


Multiplication of the Area of Squares

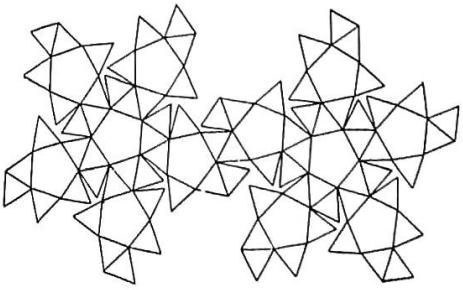
Watermark: Anchor in Circle. Circa 1511. London, British Museum, Sloane 5229/108r. Rupprich 1969, p. 340. Strauss 1974, p. 2841. See p. 175.



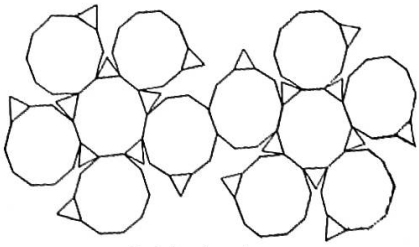
Ikosidodekaedron truncum.



Rhombikosidodekaedron.

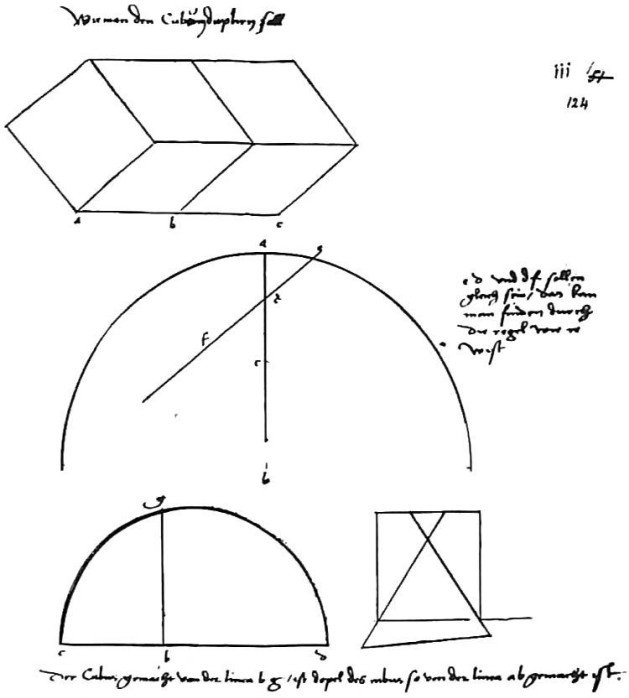


Dodekaedron simum.



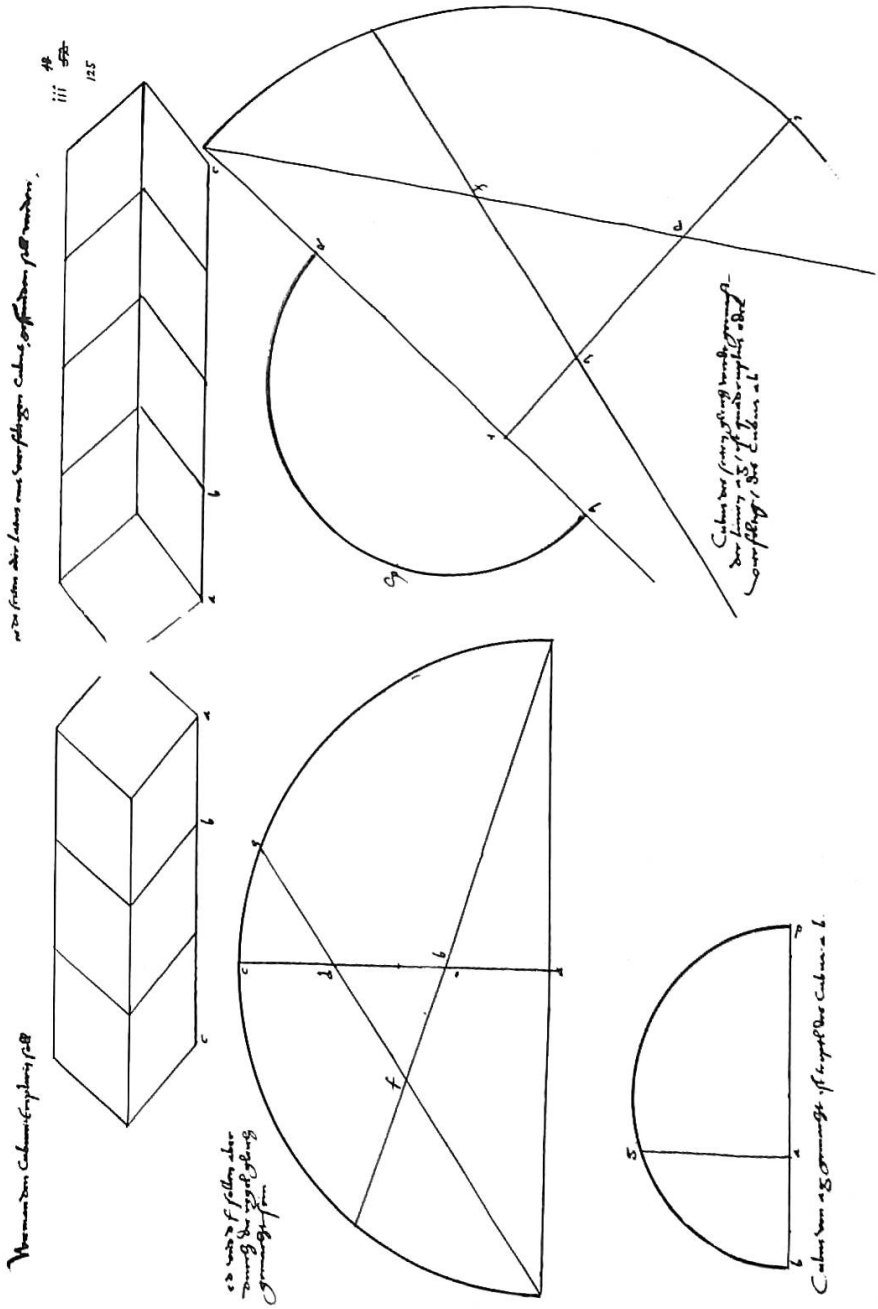
Dodekaedron truncum.

Four Archimedian Polyhedra which are not included in the *Manual* (Staigmüller 1892, p. 59).
See pp. 24 and 345.



The Delic Problem

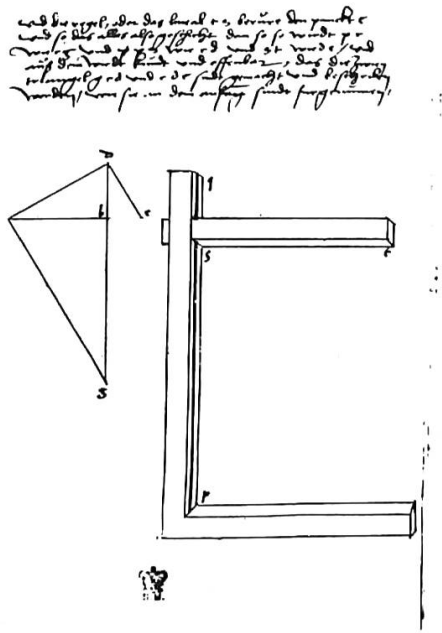
Watermark: Bear. The notations are not in Dürer's handwriting, but this sheet and the following two derive from Dürer's estate. London, British Museum, Sloane 5229/124r. Rupprich 1969, p. 355. Strauss 1974, p. 2886. See p. 349.



Sloane 5229/125v. Strauss 1974, p. 2887.

Sloane 5229/125r. Strauss 1974, p. 2887.

The Delic Problem, *continued*

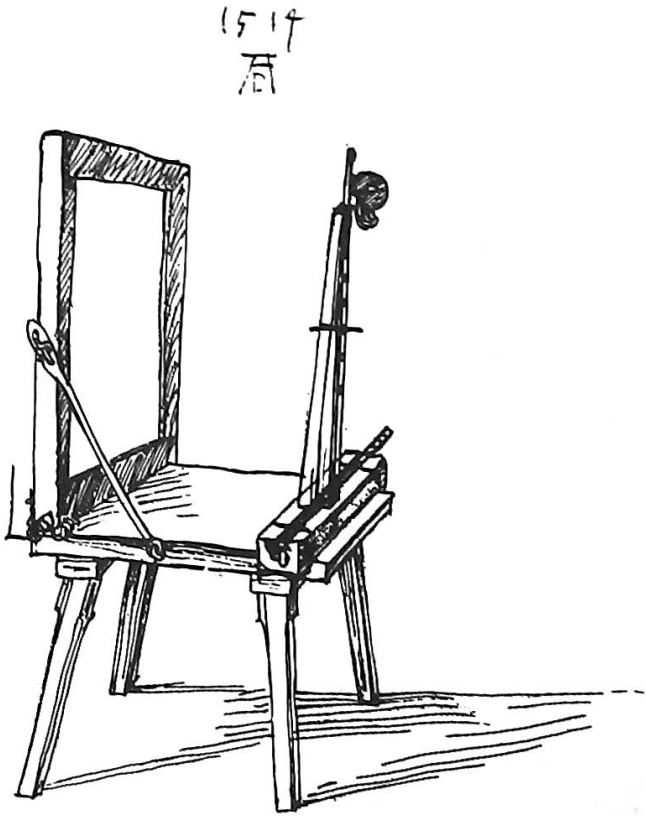


Instrument for Drawing Proportional Lines

Watermark: Bear. London, British Museum, Sloane 5229/74v. Rupprich 1969, p. 361. Strauss 1974, p. 2888. The writing is not Dürer's. See p. 361.

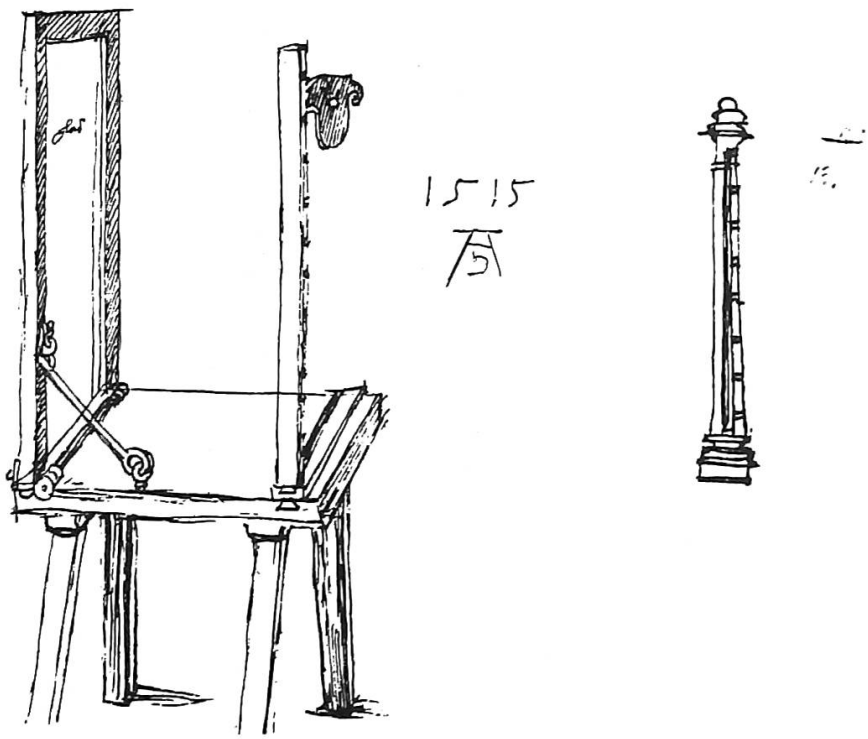
Method of Determining Proportional Lines

Watermark: Bear. London, British Museum, Sloane 5229/75v. Rupprich 1969, p. 361. Strauss 1974, p. 2888. See p. 363.



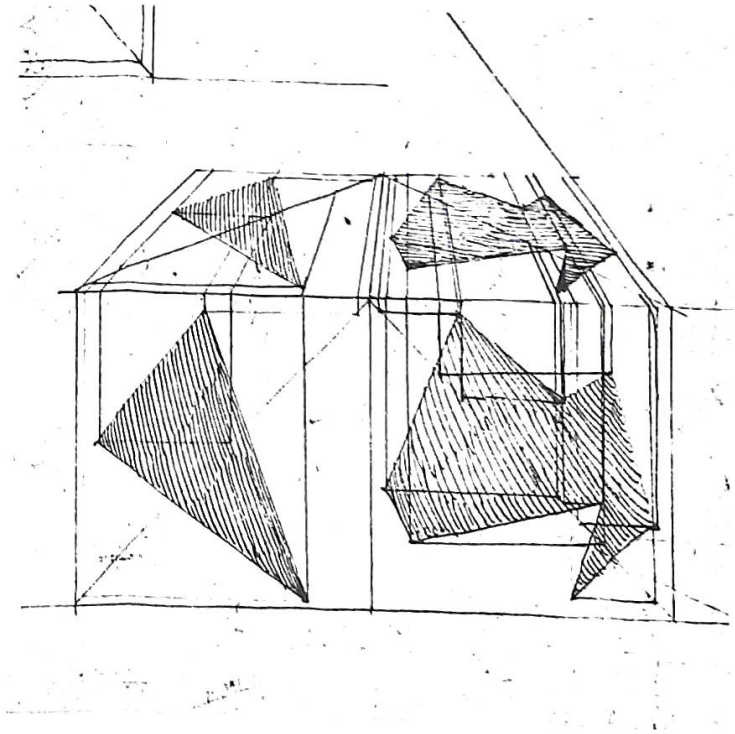
Preparatory Drawing for the Perspective Apparatus, 1514

Watermark: Anchor in Circle. Dresden, Sächsische Landesbibliothek (R-147, fol. 177v). Strauss 1974, p. 1472. See p. 391.

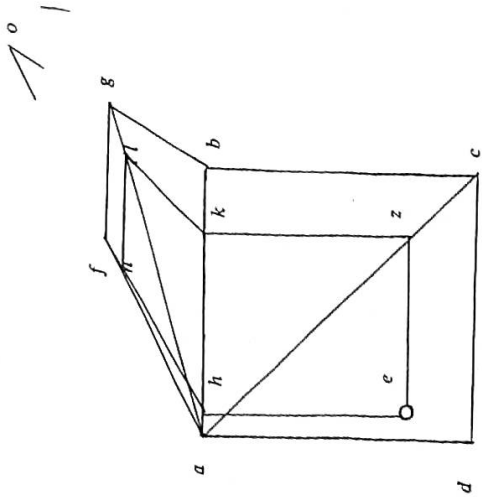


Preparatory Drawing for the Perspective Apparatus, 1515

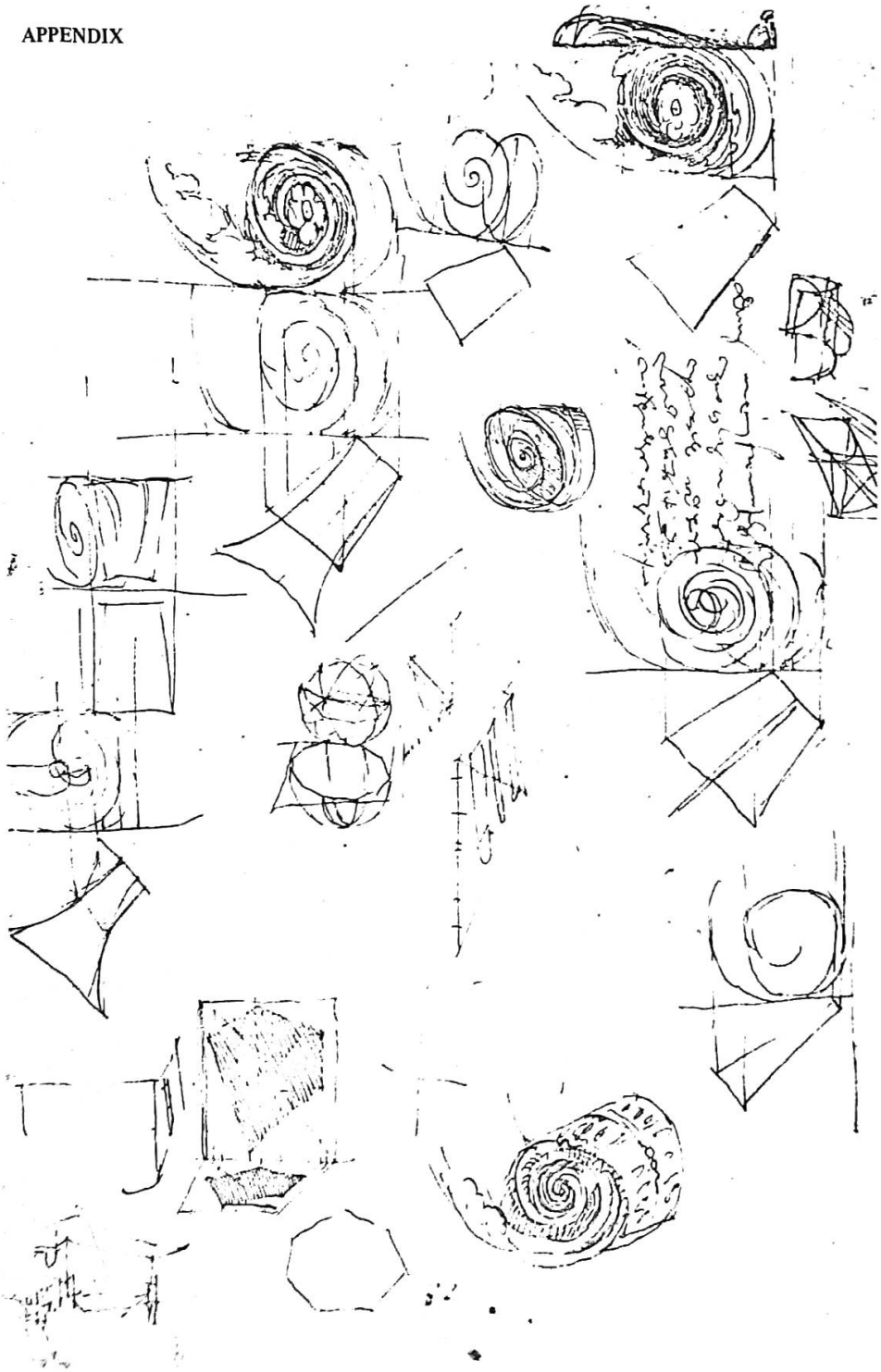
No watermark. London, British Museum, Sloane 5229/131r. Rupprich 1966, p. 383. Strauss 1974, p. 2846. The word written in the frame reads "glas" [i.e., glass]. See p. 391.



Foreshortened Triangle and Irregular Polygon, 1506
No watermark. Dresden, Sächsische Landesbibliothek (R-147, fol. 184v). Strauss 1974, p. 976. See pp. 27 and 428.

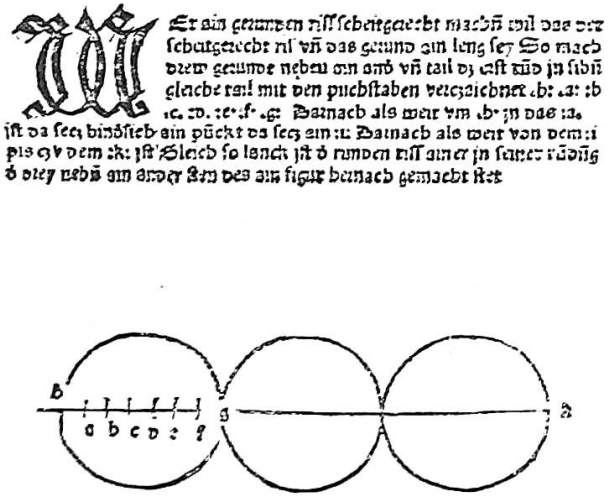


Finding a Given Point in a Foreshortened Square
This drawing demonstrates the correct placement of the upper diagonal which is drawn incorrectly in the *Manual*. See pp. 27 and 428.

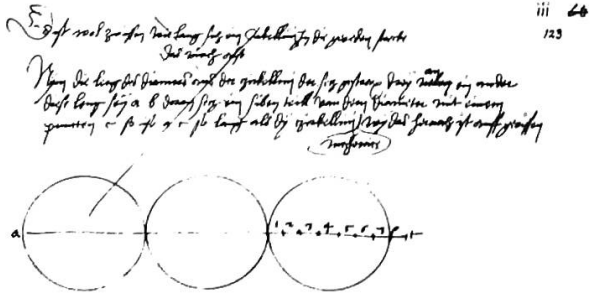


Sheet of Sketches with Foreshortened Pentagon, 1506

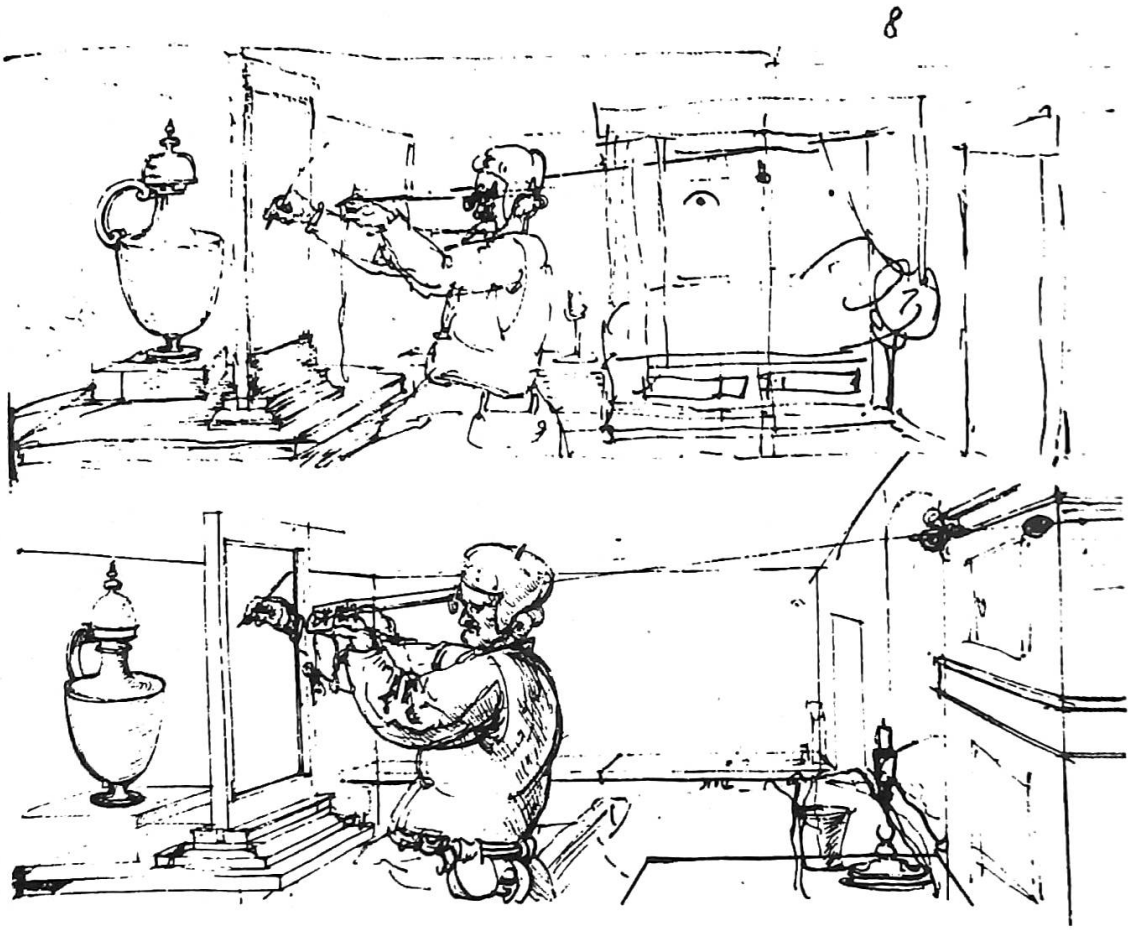
No watermark. Dresden, Sächsische Landesbibliothek (R-147, fol. 184). Strauss 1974, p. 974. See pp. 27 and 428.



Determination of the Circumference of a Circle
From *Geometria Deutsch*. See p. 419.

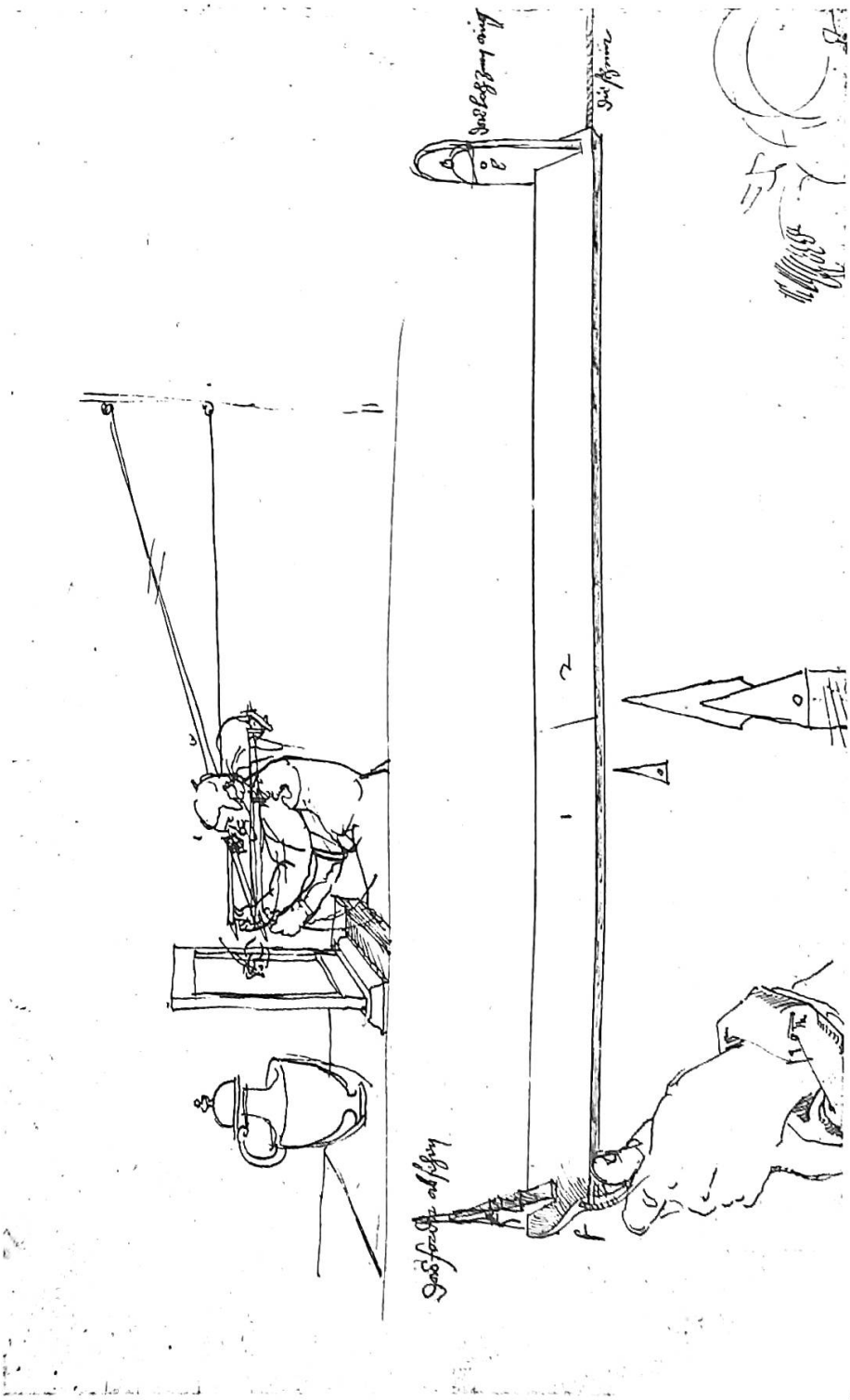


Determination of the Circumference of a Circle
Sketch by Dürer. No watermark. London, British Museum, Sloane 5229/123r. Rupprich 1969, p. 324. Strauss 1974, p. 2864. See p. 419.



Perspective Apparatus

Watermark: Coat of Arms with Three Fleur-de-Lis and the Attached Letter B. Dresden, Sächsische Landesbibliothek (R-147, fol. 179r). Rupprich 1966, p. 386. Strauss 1974, p. 2294. Circa 1524. See pp. 432-34.



Perspective Apparatus
Watermark: Coat of Arms with Three Fleur-de-Lis and the Attached Letter B. Dresden, Sächsische Landesbibliothek (R-147, fol. 178r). Rupprich 1966, p. 386. Strauss 1974, p. 2292. Circa 1524. See pp. 432-34.

BIBLIOGRAPHY

EARLY EDITIONS OF THE MANUAL OF MEASUREMENT

A. German

1. *Vnderweysung der messung mit den zirckel un richtscheyt, in Linien ebnen vnnd gantzen corporen durch Albrecht Durer zusamen gezoge vnd zu nutz alle kunslieb habenden mit gehorigen figuren in truck gebracht im jar M.D.XXV.* 180 pages. Illustrations: Book I: 1-51 (the last not numbered). Book II: 1-36 (figs. 20 and 30 lack numbers). Book III: 1-27. Book IV: 29-62 (fig. 35 lacks a number and fig. 43 is mistakenly numbered 34). Watermarks: Small Jug, High Crown, Anchor in Circle, or Bull's Head (Meder 84).
2. Variant of no. 1. The last paragraph on the last page reads: "Vnd damit günstiger liber Heer will jch meinem schreyben end geben...." (In version 1 this line reads: "Vnd damit günstiger lieber Herr will jch meinem schreyben end geben...."). Vienna, Universitätsbibliothek. The watermarks correspond to those of no. 1.
3. Edition of 1533 (Nuremberg). Described by Singer (1903, p. 7, no. 23; 1928, p. 2, no. 24) but location unknown to Bohatta, Meder, and Mende. According to Singer, this edition has twenty-two additional woodcuts.
4. *Vnderweysung der Messung mit dem Zircel vnd richtscheyt in Linien Ebnen vn gantzen Corporen durch Albrecht Dürer zusammen gezogen, vn durch jn selbs als er noch auff erden war an vil orten gebessert, in sonderheyt mit xxij figure gemert, die selbigen auch mit eygner handt auffgerissen wie es dann eyn yder werckmann erkenen wirdt, Nun aber zu nutx allen kunstliebhabenden in truck geben. 1538. Gedruckt Zu Nürenberg durch Hieronymum Formschneyder. Anno M.D.XXXVIII.* 196 pages. Illustrations: Book I: 1-52 (figs. 25 and 52 lack numbers). Book II: 1-36 (figs. 20 and 30 not numbered). Book III: 1-27. Book IV: 29-62 (figs. 50a and 52 lack numbers). Two additional woodcuts, which were not included in the 1525 edition, show an artist drawing a jug and an artist drawing a reclining woman. Watermarks: Narrow Crown (Meder 31 or 27) and Imperial Orb (Meder 54, 55, 60).
5. *Vnderweysung der Messung.* Zu Arnhem. Bey Johann Janssem, Buchfürer daselbst. Anno. M.CCCCCCJJJ. Reprint of the 1525 edition. Watermark: Crest of Saxony (Meder 191). This edition is frequently bound together with the two other theoretical works by Dürer and then bear on the title page the date 1604.

B. Latin

6. *Institutiones Geometricae, lat. per Joach. Camerarium.* Lutetiae, Chr. Wechel, 13 Aug. 1532. The illustrations correspond to the first German edition except that the lines of construction of the letter B are omitted. 196 pages. Watermark: Crest with the letters IM (Meder 310 variant).
7. *Institutiones Geometricae.* Parisiis, Ex officina Chr. Wecheli, 1534. The last numbered page is marked 581 [i.e., 185]. London, British Museum. Watermark: Narrow Crown with the letter I or Cardinal's Hat (Meder 44).
8. *Institutiones Geometricae, Paris, Chr. Wechel, 1535. Vienna, Nationalbibliothek.*
9. *Institutiones Geometricae, Nuremberg, 1538.* This edition is mentioned only by Zinner (1941, p. 192, no. 1689) and Rupprich (1969, p. 31).
10. *Institutiones Geometricae, Arnhem (Johannis Jansonii, 1605).* With the original, though badly worn, woodcuts of the artist drawing a portrait and the artist drawing a lute. Watermark: Crest with Fleur de lis with the attached letters WR.
11. *Institutiones Geometricae, Arnhem, ex Officia Joh. Janssonii, 1606.* London, British Museum. Watermarks: Meder (1932, p. 286) found more than eighteen different papers used for this edition, apparently remainder lots of paper.

For a more detailed, page-by-page analysis of these editions, see Bohatta 1928, pp. 5-13; Meder 1932, pp. 284-86; Mende 1971, pp. 451-56.

C. Reference Titles

Alberti, Leon Battista. 1888. *Kleihere kunsttheoretische Schriften im Original Text.* Translated by Hubert Janitschek. Vienna.

Blunt, Sir Anthony. 1940. *Artistic Theory in Italy.* Oxford.

Boeck, Wilhelm. 1931. "Die Erfinder der Perspektive." *Repertorium für Kunstwissenschaft,* vol. 52, pp. 145-47.

Bohatta, H. 1928. *Versuch einer Bibliographie der kunsttheoretischen Werke Albrecht Dürers.* Vienna.

Brion-Guerry, L. 1962. *Jean Pelerin Viator, Sa place dans l'histoire de la perspective.* Paris.

Dehio, Georg. 1881. Zur Geschichte der Buchstabenreform in der Renaissance. *Repertorium für Kunstwissenschaft,* vol. 4, pp. 269-79.

Dodgson, Campbell. 1928. *British Museum Guide to the Woodcuts, Drawings, and Engravings of Albrecht Dürer.* London.

Doehlemann, Karl. 1911. Die Entwicklung der Perspektive in der Altniederländischen Kunst. *Repertorium für Kunstwissenschaft*, vol. 34, pp. 392-422 and 500-35.

Doppelmayr, Johann Gabriel. 1730. *Historische Nachricht von den Nürnbergischen Mathematicis und Künstlern.* Nuremberg.

Drecker, Joseph. 1925. *Die Theorie der Sonnenuhren.* Vol.1, Die Geschichte der Zeitmessung und der Uhren. Munich.

Ebhardt, Bodo. 1818. *Vitruvius, die Zehn Bücher der Architektur und ihre Herausgeber.* Berlin. Reprint Ossining, New York (William Salloch), 1962.

Funk, Wilhelm. 1971. *Das rechte Mass bei Albrecht Dürer und bei den Alten Meistern.* Nuremberg. Second, expanded, edition.

Gadol, Joan. 1969. *Leon Battista Alberti, Universal Man of the Early Renaissance.* Chicago-London.

Geldner, Ferdinand. 1965. *Matthias Roriczer, Das Büchlein von der filialen Gerechtigkeit und Geometria Deutsch.* Wiesbaden.

Graf, Hermann. 1958. *Bibliographie zum Problem der Proportionen, Literatur über Proportion, Mass und Zahl in Architektur, Bildender Kunst und Natur.* Part I: 1800 to the present. Pfälzische Landesbibliothek, Speyer.

Günther, Sigmund. 1878. *Johann Werner von Nürnberg in seinen Beziehungen zur mathematischen und physikalischen Erdkunde.* Halle.

Günther, Siegmund. 1885. Die geometrischen Nährerungs Konstruktionen A. Dürers. *Ansbacher Programm.* Ansbach.

——. 1887. *Geschichte des mathematischen Unterrichts im deutschen Mittelalter.* Berlin.

——. 1886. Albrecht Dürer einer der Begründer der neueren Kurvenlehre. *Bibliotheca mathematica.* 3. Berlin.

Hofmann, Joseph E. 1971. Dürers Verhältnis zur Mathematik. *Albrecht Dürers Umwelt, Festschrift zum 500. Geburtstag.* Nuremberg.

Hyman, Isabelle, ed. 1974. *Brunelleschi in Perspective.* Englewood Cliffs.

Ivins, William M. Jr. 1938. On the Rationalization of Sight. *Metropolitan Museum of Art Papers,* no. 8, New York. Reprint, da Capo Press, 1973.

Jordan, Max. 1880. Der vermisste Traktat des Piero della Francesca über die fünf regelmässigen Körper und Luca Pacioli. *Repertorium für* Kunstwissenschaft, vol. 1, pp. 112-18.

Klein, Robert. 1961. Pomponius Gauricus on perspective. *The Art Bulletin,* vol. 43, pp. 211-30.

Krautheimer, Richard. 1970. Linear Perspective. *Lorenzo Ghiberti,* chap. 16, pp. 234-45. Princeton.

Mardersteig, Giovanni. 1959. Leon Battista Alberti e la rinascita del carattere lapidario romano nel Quattrocento. *Italia medioevale e umanistica* 2, pp. 283ff.

——. 1971. *The Alphabet of Francesco Torniello da Novara.* Verona.

Meder, Joseph. 1932. *Dürer-Katalog.* Vienna.

Offenbacher, Emile. 1938. La Bibliotheque de Wilibald Pirckheimer. *La Bibliofilia* 40 (7), pp. 241-63.

Olmer, Pierre. 1943-48. *Perspective artistique.* Paris.

Pächt, Otto. 1941. Jean Fouquet, a Study of His Style. *Journal of the Warburg Institute,* vol. 4, p. 94

Pacioli, Fra Luca. 1494. *Somma di Aritmetica, Geometria, Proportioni e Proportionalita.* Venice.

——. 1509. *Divina Proportione.* Venice.

Panofsky, Erwin. 1914. *Die Theoretische Kunstlehre Albrecht Dürers (Dürers Aesthetik).* Inaugural Dissertation. Berlin.

——. 1915. *Dürers Kunsttheorie vornehmlich in ihrem Verhältnis zur Kunsttheorie der Italiener.* Berlin.

——. 1924/25. Die Perspektive als symbolische Form. *Vorträge der Bibliothek Warburg* 4, pp. 258-330. Leipzig-Berlin.

——. 1925. Die Erfindung der verschiedenen Distanzkonstruktionen in der malerischen Perspektive. *Repertorium für Kunstwissenschaft,* vol. 45, pp. 84-86.

——. 1943. *Albrecht Dürer,* 2 vols. Princeton.

Passavant, J.D. 1860. *Le Peintre-Graveur.* Leipzig.

Pelerin, Jean, *see* Viator

Piero della Francesca. 1899. *de Prospectiva Pingendi.* C. Winterberg, ed. Strassburg.

Rapke, Karl. 1902. *Die Perspektive und Architektur auf den Dürerschen Handzeichnungen, Holzschnitten, Kupferstichen und Gemälden.* Strassburg.

Reicke, Emil. 1940. *Willibald Pirckheimers Briefwechsel.* Munich.

Roriczer, Mathias. 1486. *Das Buchlein von der Fialen Gerechtigkeit.* Reprint, edited by A. Reichensperger 1845.

Roriczer, Matthis. 1486. *Puechlen der filialen gerechtikait.* Regensburg.

—— (?). n.d. *Geometria deutsch (Aus der geometrey etliche nutzparliche stueck).* Regensburg.

Rupprich, Hans. 1956-69. *Dürers Schriftlicher Nachlass.* 3 vols. Berlin.

——. 1961. Die kunsttheoretischen Schriften L. B. Albertis und ihre Nachwirkung auf Dürer. *Schweizer Beiträge zur Allgemeinen Geschichte,* vol. 18/19, pp. 220-39.

Schöne, R. 1872. *Ephemeris epigraphica.* Leipzig.

Schuritz, Hans. 1919. *Die Perspektive in der Kunst Albrecht Dürers.* Frankfurt. M.

Singer, Hans Wolfgang. 1903. *Versuch einer Dürer Bibliographie.* Strassburg.

——. 1928. *Versuch einer Dürer Bibliographie.* Strassburg.

Sondheim, Moritz. 1927. Jörg Glockendons Kunst Perspectiva. *Gesammelte Schriften.* Frankfurt.

Speiser, Andreas. 1952. *Die mathematische Denkweise.* Basel-Stuttgart.

Staigmüller, H. 1891. Dürer als Mathematiker. *Programm des Königlichen Realgymnasiums.* Stuttgart.

Max Steck, Max. 1948. *Dürers Gestaltenlehre der Mathematik.* Halle.

——. 1969. *Albrecht Dürer als Kunsttheoretiker.* Zurich.

Strauss, Walter L. 1974. *The Complete Drawings of Albrecht Dürer.* New York.

——. 1976. Wolfgang Stechow, Praeceptor Artis, *Tribute to Wolfgang Stechow,* pp. 154-59. New York.

Thausing, Moriz. 1884. *Dürer, Geschichte seines Lebens und seiner Kunst.* 2 vols. Leipzig

Torniello da Novaria, Francesco. 1517. *Opera del modo de fare le lettere maiuscole anique.* Gotardo da Ponte) Milan.

Ueberwasser, Walter. 1935. Nach rechtem Mass. Aussagen über den Begriff des Masses in der Kunst des 13. bis 16. Jahrhunderts. *Jahrbuch der preussischen Kunstsammlungen,* vol. 56, pp. 250-76.

Vasari, Giorgio. 1850. *Lives of the Most Eminent Painters, Sculptors, and Architects.* London. 6 vols.

Viator, Jean Pelerin. 1505. *De Artificiali Perspectiva.* Toul. Reprint: Da Capo, New York, 1973.

——. 1509. Second edition of the above with additions. Reprint: Da Capo, New York, 1973.

BIBLIOGRAPHY

—— 1509. *Von der Kunst Perspectiva.* Nuremberg (Jörg Glockendon).

da Vinci, Leonardo. 1877. *A Treatise on Painting.* Translated by John Francis Rigaud. London.

Wieleitner, Heinrich. 1920. Zur Erfindung der verschiedenen Distanzkonstruktionen in der malerischen Perspektive. *Repertorium für Kunstwissenschaft,* vol. 42, pp. 249-62.

——. 1922. *Geschichte der Mathematik I,* Von den ältesten Zeiten bis zur Wende des 17. Jahrhunderts. Berlin-Leipzig.

Wittkower, R. 1953. Brunelleschi and "Proportion in Perspective." *Journal of the Warburg Courtauld Institutes,* vol. 16, pp. 275ff.

Zahn, A. von. 1866. *Dürers Kunstlehre.* Leipzig.

Zinner, E. 1941. *Geschichte und Bibliographie der astronomischen Literatur in Deutschland zur Zeit der Renaissance.* Leipzig.

For additional bibliographical references, see Matthias Mende, *Dürer Bibliographie,* Nuremberg 1971, pp. 466-83.

Produced by Mahaveer P. Prabhakar Production